Relazione laboratorio ALAN:

Derqui Andrea: 5229435

Fasce Canessa Eric: 5299197

Ninivaggi Luca: 5312342

Per completare l'esercitazione sui sistemi lineari, abbiamo sviluppato (in linguaggio C++) una piccola libreria per implementare le operazioni su matrici e manipolarne i metadati.

Una volta compilato (necessita del file *matrici.h*) l' eseguibile prodotto è in pratica un loop infinito in cui viene chiesto un numero, e viene stampata la relativa matrice con tutte le informazioni richieste dalla consegna.

Dopo aver calcolato le matrici assegnate al punto 1 (per il punto c: $\mathrm{d}_0 = 2, \mathrm{d}_1 = 4$) abbiamo implementato una funzione che calcola il termine noto dato dal prodotto $\mathrm{b} = \mathrm{Ax}$, assumendo $\mathrm{x} = (1,\dots,1)^{\mathrm{t}}$, tramite la riduzione gaussiana e considerando il pivoting parziale.

I risultati attesi sono coerenti, infatti l'algoritmo Gaussiano funziona correttamente e la soluzione calcolata soddisfa le aspettative, ma solo nelle prime 3 matrici: nella quarta matrice (matrice di Pascal), alcune componenti del vettore x calcolato si discostano di poco da quelle attese (è un errore molto piccolo, causato dall' approssimazione che crea un troncamento alla n-esima cifra decimale).

Questi errori sono dati dai calcoli in singola precisione (*float*); risolvendo il sistema $\mathrm{Ax} = \mathrm{b}$ in precisione doppia (*double*) i risultati vengono identici a quelli attesi (ricostruisco correttamente il vettore incognito, con tutte le componenti di valore 1).

ESERCIZIO 1

Viene richiesto di calcolare la norma ∞ relativa alle matrici proposte.

La definizione matematica di norma ∞ è:

$$\|A\|_\infty = \max_{i=1,\dots,m} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$$

La norma ∞ di una matrice è calcolata come la massima sommatoria dei valori (presi in modulo) lungo ogni riga della matrice, e in pratica ci descrive quanto al massimo viene ampliata una base dello spazio vettoriale di arrivo (la norma matriciale è una funzione che ci descrive quantitativamente la dimensione dello spazio vettoriale che di arrivo); si noti come la norma ∞ (ma anche la norma 1 e 2) abbia sempre un risultato positivo: eventuali valori negativi sono perciò sintomo di errori nell' algoritmo del calcolo.

La sfera unitaria della norma infinito è un "quadrato" in n dimensioni, e ad esempio viene rappresentata da un "ipercubo" a 4 dimensioni nel caso delle matrici 1 e 2.

Questo perché non ci sono righe "privilegiate", e tutte hanno la stessa importanza nel calcolo della norma.

```
stampa valori della matrice "A1" 4x4
     3.0000      1.0000     -1.0000      0.0000
     0.0000      7.0000     -3.0000      0.0000
     0.0000     -3.0000      9.0000     -2.0000
     0.0000      0.0000      4.0000    -10.0000

norma:14.0000
```

Per questo motivo nella prima matrice la norma è 14, definita indistintamente dalla terza o quarta riga.

```
stampa valori della matrice "A2" 4x4
     2.0000      4.0000     -2.0000      0.0000
     1.0000      3.0000      0.0000      1.0000
     3.0000     -1.0000      1.0000      2.0000
     0.0000     -1.0000      2.0000      1.0000

norma:8.0000
```

Nel caso della seconda matrice, il valore è invece 8, determinato dalla prima riga.

Per la matrice di Pascal con $\mathrm{n} = 10$, definita come

$$(P)_{i,j} = \binom{i+j-2}{i-1} = \frac{(i+j-2)!}{(i-1)!(j-1)!} \qquad i,j = 1,\ldots,n$$

```
stampa valori della matrice "pascal" 10x10
    1.0000     1.0000     1.0000     1.0000     1.0000     1.0000     1.0000     1.0000     1.0000     1.0000
    1.0000     2.0000     3.0000     4.0000     5.0000     6.0000     7.0000     8.0000     9.0000    10.0000
    1.0000     3.0000     6.0000    10.0000    15.0000    21.0000    28.0000    36.0000    45.0000    55.0000
    1.0000     4.0000    10.0000    20.0000    35.0000    56.0000    84.0000   120.0000   165.0000   220.0000
    1.0000     5.0000    15.0000    35.0000    70.0000   126.0000   210.0000   330.0000   495.0000   715.0000
    1.0000     6.0000    21.0000    56.0000   126.0000   252.0000   462.0000   792.0000  1287.0000  2002.0000
    1.0000     7.0000    28.0000    84.0000   210.0000   462.0000   924.0000  1716.0000  3003.0000  5005.0000
    1.0000     8.0000    36.0000   120.0000   330.0000   792.0000  1716.0000  3432.0000  6435.0000 11440.0000
    1.0000     9.0000    45.0000   165.0000   495.0000  1287.0000  3003.0000  6435.0000 12870.0000 24310.0000
    1.0000    10.0000    55.0000   220.0000   715.0000  2002.0000  5005.0000 11440.0000 24310.0000 48620.0000

norma:92378.0000
```

Si ha invece il valore un valore molto elevato: questo poiché il fattoriale è una funzione che cresce molto velocemente, e per questo per valori di i, j elevati la relativa cella assumerà valori molto grandi; ne deriva che la matrice è simmetrica con il valore delle celle che cresce spostandosi a dx/in basso.

L' ultima matrice è invece la matrice tridiagonale 52x52 definita

$(\mathrm{T})\mathrm{i},\mathrm{j} = 2\mathrm{se}\,\mathrm{i} = \mathrm{j}; (\mathrm{T})\mathrm{i},\mathrm{j} = -1\mathrm{se}|\mathrm{i} - \mathrm{j}| = 1; (\mathrm{T})\mathrm{i},\mathrm{j} = 0$ altrimenti ,

tale matrice è simmetrica e ha norma infinito che vale 4, definita da tutte le righe a accezione della prima e ultima riga.

ESERCIZIO 2

Come prima cosa abbiamo generato a tempo di compilazione le 4 matrici; l' eseguibile permette di stampare a scelta queste matrici, e le relative soluzioni associate supponendo un termine noto b che "dovrebbe" (supponendo calcoli corretti dal punto di vista matematico, senza approssimazioni o errori).

Le matrici 1 e 2 risultano corrette, poiché di dimensioni limitate (4x4) e con valori rappresentabili facilmente senza approssimazioni (propagate) durante la riduzione di Gauss.

Nella matrice 4, nonostante la dimensione maggiore (52x52), poiché è una matrice sparsa in cui gli unici valori non nulli sono -1 e 2; considerando il vettore x di soli 1, il calcolo di b non implica errori significativi, e perciò andare a ricavarsi x è un'operazione coerente con la sua definizione teorica.

La matrice 3 invece produce un vettore x errato: questo perché, nonostante l'implementazione del "pivoting parziale", a causa dei valori che compongono la matrice incorriamo in errori di cancellazione.

L' errore in caso di una somma è definito come:

$$\varepsilon_{a+b} = \varepsilon_y + \varepsilon_a \frac{a}{a+b} + \varepsilon_b \frac{a}{a+b}$$

cioè impone un nuovo errore ε_y causato dalla presenza del risultato in una cella fisica (che implica perciò troncamenti e approssimazioni), e due fattori che moltiplica l'errore presente nei 2 operandi: in particolare notiamo come se quest'ultimi sono molto simili in modulo, ma di segni opposti, abbiamo un errore che viene amplificato enormemente.

Più nello specifico, la loro amplificazione non dipende solo dal modulo della differenza ma anche dal modulo degli operandi presi singolarmente: nel nostro caso operiamo con valori molto grandi, e quindi gli errori assumono dimensioni notevoli.

```
stampa del vettore "x calcolato" 10x1
    0.9470
    1.7161
   -2.6699
   11.0229
  -15.6394
   18.7574
  -11.3278
    6.4094
   -0.3681
    1.1525
```

Come possiamo appunto vedere dal risultato, i valori calcolati si discostano fortemente dai valori attesi, e presentano alternativamente overshooting o undershooting rispetto al valore corretto, cioè 1: questo perché utilizziamo la sostituzione all' indietro, e .

Siano T,C A,B dopo la riduzione, dove T è triangolare superiore $n \times n$ e C un vettore di n componenti; il vettore incognito X lo calcoliamo a partire dall' ultima componente, usando la formula

$$x_n = \frac{c_n}{c_{nn}}$$

specializzazione della formula più generale

$$x_k = \frac{c_k - \sum_{j=k+1}^{n} \left(t_{kj} \cdot x_j\right)}{t_{kk}}$$

Ovvero calcoliamo le componenti in funzione dei valori sottostanti, a partire dal "caso base" che è di soluzione immediata.

Ne deriva che un errore sulle componenti più basse viene propagato sul quelle sovrastanti: le righe inferiori sono quelle modificate il maggior numero di volte dall' "eliminazione di Gauss" (in quanto, per come è stata costruita la matrice, il pivoting parziale non inverte nessuna riga), e perciò sono quelle e più soggette ad errori.

ESERCIZIO 3

Se nell' esercizio 2 ci veniva chiesto di calcolarci la soluzione x a partire da un termine noto b, ora andiamo a simulare un errore su tali dati raccolti (come accade nel mondo reale), di una quantità dipendente dalla norma del vettore stesso.

Come sappiamo, un sistema lineare di fatto descrive un insieme (o multiinsieme) di iperpiani, distanti dal centro di un valore definito dal termine noto associato (più precisamente dal valore associato al vettore normalizzato)e perpendicolare al vettore indicato dalla relativa riga, e la soluzione (se esiste, e se è univoca) descrive il punto di incontro di tali piani. Modificando b, noi stiamo quindi modificando il modulo dei vettori perpendicolari ai piano (stiamo cioè allontanando/avvicinando al centro i piani, ma non gli stiamo ruotando), e ci interessa sapere di quanto verrà spostato il punto di incontro X (che abbiamo calcolato al punto 2, la cui soluzione corretta sarebbe definita da tutti 1).

Una quantità che descrive a priori (e in modo indipendente dai valori del temine noto) la differenza tra il vettore X corretto e X perturbato è il condizionamento della matrice (è uno scalare che rappresenta quanto viene amplificato l' errore relativo di un vettore, una volta applicata la matrice): si calcola come norma della matrice moltiplicata per la norma della sua inversa (non importa che norma sia, l' importante è che sia una norma matriciale indotta e che ci sia coerenza nei calcoli, cioè venga calcolata nello stesso modo per entrambe le matrici), e di fatto dipende dall' inclinazione con sui si intersecano i piani (più sono paralleli tra loro, maggiore sarà l' errore).

Il condizionamento ha un valore compreso tra $[+1,+\infty)$ dove è 1 solo se le basi del nuovo spazio vettoriale sono ortogonali (ad esempio la matrice identità), mentre intuitivamente il valore sarebbe $+\infty$ se un paio di basi fossero equivalenti, e perciò il kernel della matrice non è nullo.

Riassumendo, minore sarà tale valore, e più la x perturbata si avvicinerà al valore corretto.

Ci viene proposto di modificare il valore del termine noto b, in modo da aumentare o diminuire i valori delle sue componenti dell'1% rispetto alla norma del vettore stesso.

Matrice 1

```
stampa del vettore "b" 4x1
    3.0000
    4.0000
    4.0000
   -6.0000

norma b: 6.0000
stampa del vettore "B sigma" 4x1
   -0.0600
    0.0600
   -0.0600
    0.0600

stampa del vettore "B perturbato" 4x1
    2.9400
    4.0600
    3.9400
   -5.9400

stampa del vettore "x perturbato calcolato" 4x1
    0.9759
    1.0057
    0.9933
    0.9913
```

Nella matrice 1 andiamo a modificare i valori di b con valori piccoli, in quanto il vettore b ha norma infinito che vale 6 (nel caso dei vettori prendiamo semplicemente la componente maggiore, in modulo).

Per questo motivo il vettore “perturbante” δb è di valore piccolo, e poiché le componenti di b sono tutte di valori simili, il vettore ottenuto risulta molto vicino al vettore b originario.

```
norma:14.0000
norma inversa:0.4022
condizionamento: 5.6309
```

Osservando che la matrice è leggermente mal condizionata, (per essere ben condizionata deve avere un valore vicino a 1), confutiamo il fatto che il vettore calcolato X è di fatto molto vicino al risultato atteso.

Matrice 2

```
stampa del vettore "b" 4x1
    4.0000
    5.0000
    5.0000
    2.0000

norma b: 5.0000
stampa del vettore "B sigma" 4x1
   -0.0500
    0.0500
   -0.0500
    0.0500

stampa del vettore "B perturbato" 4x1
    3.9500
    5.0500
    4.9500
    2.0500

stampa del vettore "x perturbato calcolato" 4x1
    0.9500
    1.0150
    1.0050
    1.0550
```

Anche per la seconda matrice, b risulta con valori limitati, e quindi la norma va a definire un vettore perturbante che però non lo modifica eccessivamente.

```
norma:8.0000
norma inversa:6.7000
condizionamento: 53.6000
```

La matrice non è ben condizionata, e perciò l’errore in input è ampliato, ma comunque essendo b “piccolo” abbiamo un vettore X che è molto vicino al risultato.

Matrice 3

```
stampa del vettore "b" 10x1
   10.0000
   55.0000
  220.0000
  715.0000
 2002.0000
 5005.0000
11440.0000
24310.0000
48620.0000
92378.0000

norma b: 92378.0000
stampa del vettore "B sigma" 10x1
 -923.7800
  923.7800
 -923.7800
  923.7800
 -923.7800
  923.7800
 -923.7800
  923.7800
 -923.7800
  923.7800

stampa del vettore "B perturbato" 10x1
 -913.7800
  978.7800
 -703.7800
 1638.7800
 1078.2200
 5928.7803
10516.2197
25233.7793
47696.2188
93301.7812
```

La terza matrice produce un risultato x completamente errato nel caso della perturbazione su b: anche solo nel caso di b non perturbato, i valori di x non erano tutti 1, indizio che i calcoli effettuati presentano gravi errori di approssimazione.

```
stampa del vettore "x perturbato calcolato" 10x1
9961016.0000
-73906624.0000
250091664.0000
-504626848.0000
666415872.0000
-595291200.0000
358721504.0000
-140325664.0000
32283070.0000
-3323719.5000
```

La perturbazione su b modifica inoltre i valori in modo tale che i primi valori vengano modificati di un valore assolutamente eccessivo, andando a precludere la possibilità che la soluzione ignori la perturbazione: infatti andiamo a sommare o sottrarre di un valore non paragonabile.

```
norma:92378.0000
norma inversa:721397.3750
condizionamento: 66641248256.0000
```

Come causa ulteriore possiamo calcolare il condizionamento della matrice: questo è un valore tendente a infinito, e perciò qualsiasi errore su b va completamente a modificare il vettore risultante x, di fatto rendendo inutilizzabile la matrice.

Come prova, se la perturbazione su b la effettuiamo solamente con un vettore δb composto nel seguente modo, il vettore x risulta fortemente errato anche se b non ha subito modifiche significative (non si avvicina al vettore x calcolato, il quale a sua volta implicava errori).

```
stampa del vettore "B sigma" 10x1
   -0.0100
    0.0100
   -0.0100
    0.0100
   -0.0100
    0.0100
   -0.0100
    0.0100
   -0.0100
    0.0100
```

```
stampa del vettore "x perturbato calcolato" 10x1
  117.0418
 -861.3186
 2919.6226
-5887.1064
 7775.1147
-6941.8447
 4183.8687
-1634.9489
  377.2964
  -37.7355
```

Matrice 4

```
stampa del vettore "b" 52x1
    1.0000
    0.0000
    ...
    0.0000
    1.0000

norma b: 1.0000
stampa del vettore "B sigma" 52x1
   -0.0100
    0.0100
   ...
   -0.0100
    0.0100

stampa del vettore "B perturbato" 52x1
    0.9900
    0.0100
   -0.0100
    ...
   -0.0100
    0.0100
   -0.0100
    1.0100

stampa del vettore "x perturbato calcolato" 52x1
    0.9951
    1.0002
    0.9953
    1.0004
    ...
    0.9996
    1.0047
    0.9998
    1.0049
```

Nel caso della quarta matrice, il vettore b risulta composto da soli 1 (la prima e ultima componente) e 0 (tutte le altre), e perciò la sua norma vale 1.

La perturbazione B sigma è perciò un vettore molto più piccolo di b, e non lo modifica in modo significativo.

```
norma:4.0000
norma inversa:350.9999
condizionamento: 1403.9998
```

Pur avendo un condizionamento elevato, essendo b ancora molto simile al suo valore originario, x assume dei valori molto vicini a quelli corretti, con uno scarto al massimo sulla terza cifra decimale.

OUTPUT CODICE:

```
numero matrice {1,2,3,4}:
1
*****************************************************************************
stampa valori della matrice "A1" 4x4
   3.0000    1.0000   -1.0000    0.0000
   0.0000    7.0000   -3.0000    0.0000
   0.0000   -3.0000    9.0000   -2.0000
   0.0000    0.0000    4.0000  -10.0000

norma:14.0000
norma inversa:0.4022
condizionamento: 5.6309
-----------------------------------------------------------------------------
stampa del vettore "x calcolato" 4x1
   1.0000
   1.0000
   1.0000
   1.0000

-----------------------------------------------------------------------------
stampa del vettore "b" 4x1
   3.0000
   4.0000
   4.0000
  -6.0000

norma b: 6.0000
stampa del vettore "B sigma" 4x1
  -0.0600
```

0.0600

-0.0600

0.0600

stampa del vettore "B perturbato" 4x1

2.9400

4.0600

3.9400

-5.9400

stampa del vettore "x perturbato calcolato" 4x1

0.9759

1.0057

0.9933

0.9913

****

numero matrice {1,2,3,4}:

2

****

stampa valori della matrice "A2" 4x4

2.0000	4.0000	-2.0000	0.0000
1.0000	3.0000	0.0000	1.0000
3.0000	-1.0000	1.0000	2.0000
0.0000	-1.0000	2.0000	1.0000

norma:8.0000

norma inversa:6.7000

condizionamento: 53.6000

----

stampa del vettore "x calcolato" 4x1

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

----

stampa del vettore "b" 4x1

4.0000

5.0000

5.0000

2.0000

norma b: 5.0000

stampa del vettore "B sigma" 4x1

-0.0500

0.0500

-0.0500

0.0500

stampa del vettore "B perturbato" 4x1

3.9500

5.0500

4.9500

2.0500

stampa del vettore "x perturbato calcolato" 4x1

0.9500

1.0150

1.0050

1.0550

****

numero matrice {1,2,3,4}:

3

****

stampa valori della matrice "pascal" 10x10

1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000

1.0000 2.0000 3.0000 4.0000 5.0000 6.0000 7.0000 8.0000 9.0000 10.0000

1.0000 3.0000 6.0000 10.0000 15.0000 21.0000 28.0000 36.0000 45.0000
55.0000

1.0000 4.0000 10.0000 20.0000 35.0000 56.0000 84.0000 120.0000 165.0000
220.0000

1.0000 5.0000 15.0000 35.0000 70.0000 126.0000 210.0000 330.0000 495.0000
715.0000

1.0000 6.0000 21.0000 56.0000 126.0000 252.0000 462.0000 792.0000 1287.0000
2002.0000

1.0000 7.0000 28.0000 84.0000 210.0000 462.0000 924.0000 1716.0000 3003.0000
5005.0000

1.0000 8.0000 36.0000 120.0000 330.0000 792.0000 1716.0000 3432.0000 6435.0000
11440.0000

1.0000 9.0000 45.0000 165.0000 495.0000 1287.0000 3003.0000 6435.0000 12870.0000
24310.0000

1.0000 10.0000 55.0000 220.0000 715.0000 2002.0000 5005.0000 11440.0000
24310.0000 48620.0000

norma:92378.0000

norma inversa:721397.3750

condizionamento: 66641248256.0000

----

stampa del vettore "x calcolato" 10x1

0.9470

1.7161

-2.6699

11.0229

-15.6394

18.7574

-11.3278

6.4094

-0.3681

1.1525

----

stampa del vettore "b" 10x1

10.0000

55.0000

220.0000

715.0000

2002.0000

5005.0000

11440.0000

24310.0000

48620.0000

92378.0000

norma b: 92378.0000

stampa del vettore "B sigma" 10x1

-923.7800

923.7800

-923.7800

923.7800

-923.7800

923.7800

-923.7800

923.7800

-923.7800

923.7800

stampa del vettore "B perturbato" 10x1

-913.7800

978.7800

-703.7800

1638.7800

1078.2200

5928.7803

10516.2197

25233.7793

47696.2188

93301.7812

stampa del vettore "x perturbato calcolato" 10x1

9961016.0000

-73906624.0000

250091664.0000

-504626848.0000

666415872.0000

-595291200.0000

358721504.0000

-140325664.0000

32283070.0000

-3323719.5000

****

numero matrice {1,2,3,4}:

4

****

stampa valori della matrice "tridiangonal" 52x52

2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

-1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000
0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000
-1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000
2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -
1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000

0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000

0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   -1.0000   2.0000   -1.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000

0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   -1.0000   2.0000   -1.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000

0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   -1.0000   2.0000   -1.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000

0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   -1.0000   2.0000   -1.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000

0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   -1.0000   2.0000   -1.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000

0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000

0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   -1.0000   2.0000   -1.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000

0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000
0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   0.0000   -1.0000   2.0000   -

1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000
2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -
1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -
1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000
2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -
1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -
1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000
2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -
1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000 0.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -1.0000
0.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000 2.0000 -
1.0000 0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -1.0000
2.0000 -1.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -
1.0000 2.0000

norma:4.0000

norma inversa:350.9999

condizionamento: 1403.9998

----

stampa del vettore "x calcolato" 52x1

1.0000

1.0000

1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000
1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

1.0000

----

stampa del vettore "b" 52x1

1.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

1.0000

norma b: 1.0000

stampa del vettore "B sigma" 52x1

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100
-0.0100
0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

stampa del vettore "B perturbato" 52x1

0.9900

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

0.0100

-0.0100

1.0100

stampa del vettore "x perturbato calcolato" 52x1

0.9951

1.0002

0.9953

1.0004

0.9955

1.0006

0.9957

1.0008

0.9958

1.0009

0.9960

1.0011

0.9962

1.0013

0.9964

1.0015

0.9966

1.0017

0.9968

1.0019

0.9970

1.0021

0.9972

1.0023

0.9974

1.0025

0.9975

1.0026

0.9977

1.0028

0.9979

1.0030

0.9981

1.0032

0.9983

1.0034

0.9985

1.0036

0.9987

1.0038

0.9989

1.0040

0.9991

1.0041

0.9992

1.0043

0.9994

1.0045

0.9996

1.0047

0.9998

1.0049

****