

선형대수

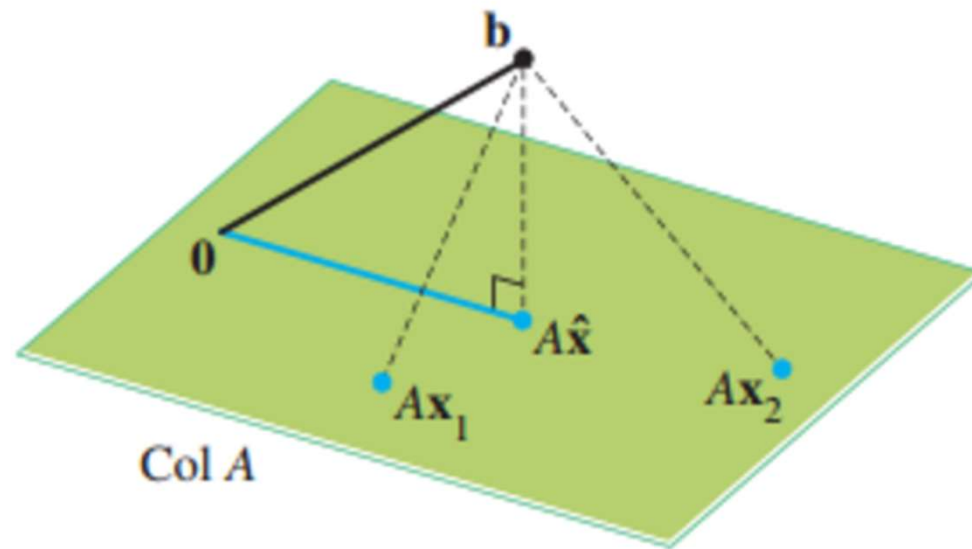
10장

Chapter 10

- SECTION 10-1 최소제공법
- SECTION 10-4 QR 분해를 통한 최소제공법

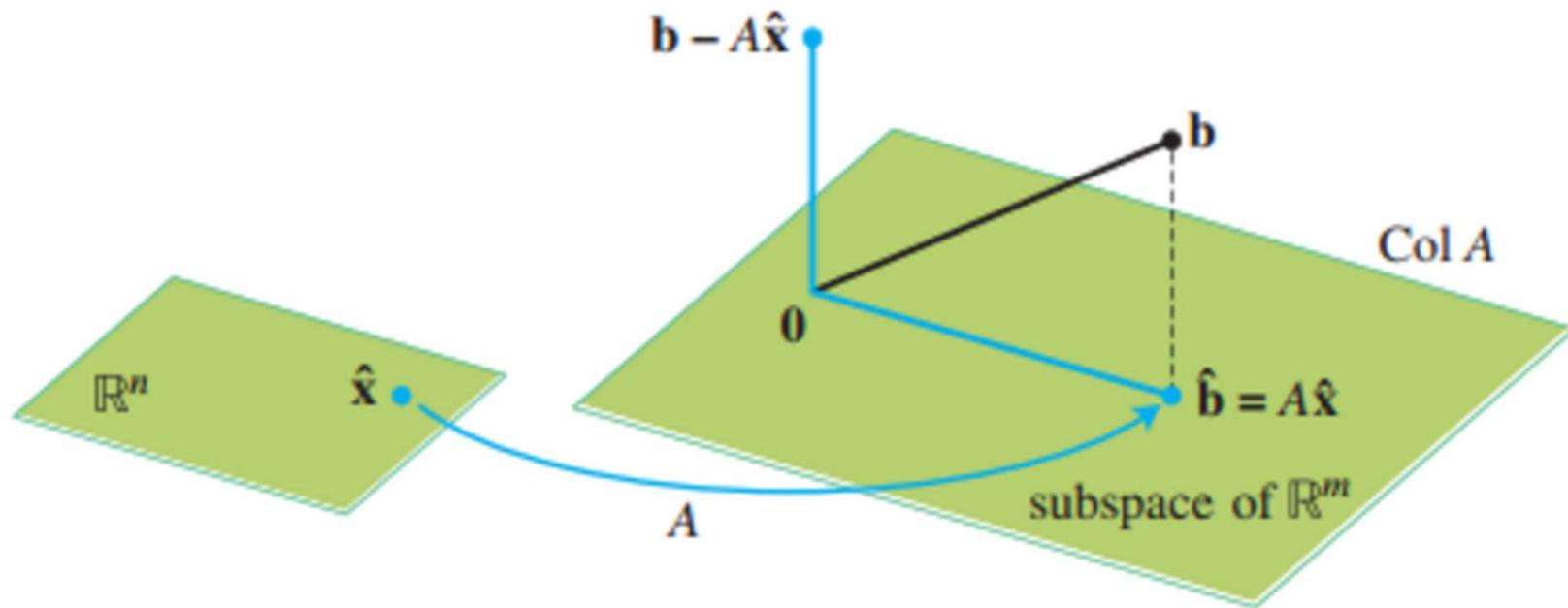
SECTION 10-1 최소제곱법

- 최소제곱법 (least squares solution)
 - $Ax=b$ 문제를 풀 때, 해(X)가 없는 경우 b 와 제일 근접한 x 를 찾는 방법
 - $b-Ax$ 를 가장 작게 하는 \hat{x} 를 찾는 방법 (x 는 $\text{Col } A$ 의 공간에 존재)



SECTION 10-1 최소제곱법

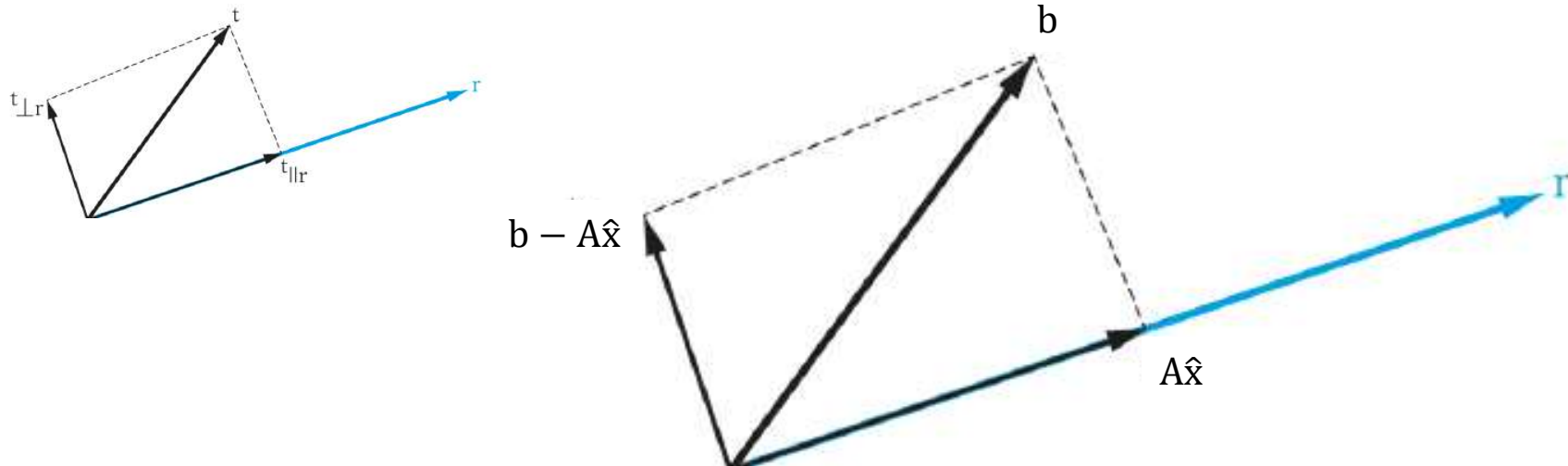
- 최소제곱법 (least squares solution)
 - $b - A\hat{x}$ (또는 $b - \hat{b}$) 는 Col A 평면과 직교함
 - $A^T(b - A\hat{x}) = 0$



SECTION 10-1 최소제곱법

■ 최소제곱법 (least squares solution)

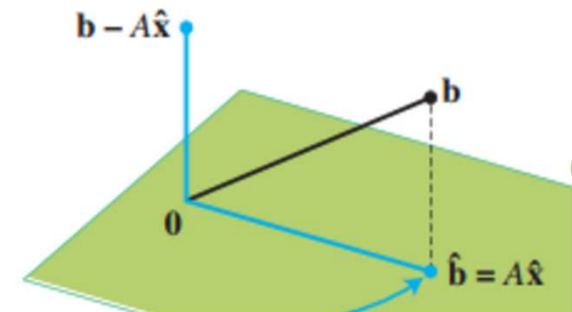
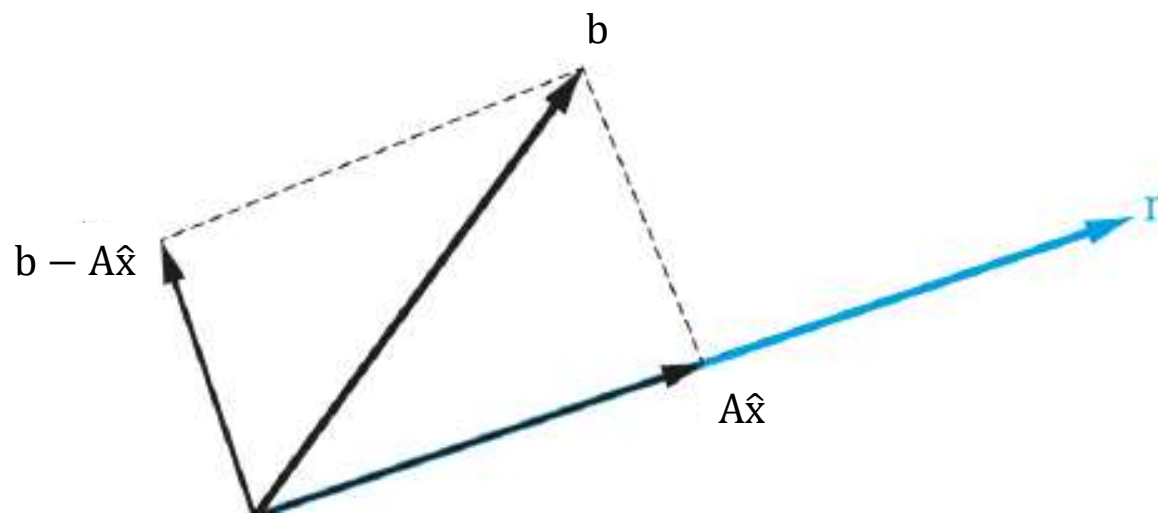
- $A^T \cdot (b - A\hat{x}) = 0$
- $A^T b - A^T A \hat{x} = 0$
- $A^T b = A^T A \hat{x}$
- $\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T b$
- 대상 벡터 b 라면, $A\hat{x}$ 가 기준 벡터(동시에 평행성분)일 경우 $b - A\hat{x}$ 는 수직성분
- $b = A\hat{x} + (b - A\hat{x})$



SECTION 10-1 최소제곱법

■ 최소제곱법 (least squares solution)

- $A^T \cdot (b - A\hat{x}) = 0$
- $A^T b - A^T A \hat{x} = 0$
- $A^T b = A^T A \hat{x}$
- $\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T b$
- 대상 벡터 b 라면, $A\hat{x}$ 가 기준 벡터(동시에 평행성분)일 경우 $b - A\hat{x}$ 는 수직성분
- $b = A\hat{x} + (b - A\hat{x})$



SECTION 10-2 QR 분해를 통한 최소제곱법

- QR 분해를 통해 해를 더 쉽게 계산 가능
 - $A\hat{x} = b$, least squares solution은 \hat{x} 를 의미함, 계산할 대상은 \hat{x}
 - $QR\hat{x} = b$
 - $Q^TQR\hat{x} = Q^Tb$
 - $R\hat{x} = Q^Tb, \hat{x} = R^{-1}Q^Tb$

실습 문제

- QR분해를 사용해 $Ax=b$ 에서 x (해)를 구하라.

- $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \\ -3 \end{bmatrix}$