МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

мегафакультет трансляционных информационных

технологий факультет информационных технологий и

программирования

Лабораторная работа №4

По дисциплине «Прикладная математика»

«Модели массового обслуживания с ожиданием»

Выполнили студенты:
Подколзин Олег M33071
Юрченко Владислав M33031
Якимов Даниил M33011

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург 2021

Вариант 1			
Интенсивность входящего потока заявок λ, час$^{-1}$	**Интенсивность обслуживания заявки μ, час$^{-1}$**	**Количество каналов r**	**Возможная длина очереди m**
7,23	4,9	4	1

Состояния:

S0 – в системе бревен нет, машины свободны;

S1 – в системе 1 бревно, одна машина занята рубкой;

S2 – в системе 2 бревна, две машины заняты рубкой;

S3 - в системе 3 бревна, три машины заняты рубкой;

S4 - в системе 4 бревна, четыре машины заняты рубкой;

S5 - в системе 4 бревна, одно бревно находится в очереди;

Составим систему алгебраических уравнений, описывающих стационарный режим

$$\begin{cases} -\lambda p_0 + \mu p_1 = 0 \\ \lambda p_0 - (\mu + \lambda) p_1 + 2\mu p_2 = 0 \\ \lambda p_1 - (2\mu + \lambda) p_2 + 3\mu p_3 = 0 \\ \lambda p_2 - (3\mu + \lambda) p_3 + 4\mu p_4 = 0 \\ \lambda p_3 - (4\mu + \lambda) p_4 + 4\mu p_5 = 0 \\ \lambda p_4 - 4\mu p_5 = 0 \end{cases}$$

Условие нормировки:

$p0 + p1 + p2 + p3 + p4 + p5 = 1$

1 уравнение:

-7.23x0+4.9x1 = 0

2 уравнение:

7.23x0 - (7.23+ 4.9)x1 + 2*4.9x2 = 0

3 уравнение:

7.23x1 - (7.23+ 2*4.9)x2 + 3*4.9x3 = 0

4 уравнение:

7.23x2 - (7.23+ 3*4.9)x3 + 4*4.9x4 = 0

5 уравнение:

7.23x3 - (7.23+ 4*4.9)x4 + 4*4.9x5 = 0

6 уравнение:

7.23x4 - 4*4.9x5=0

7 уравнение:

x0+x1+x2+x3+x4+x5=1

+ Добавить уравнение -

Решить систему уравнений! Примеры

$p0$ = 0.228842422510265 - вероятность того, что все машины не работают.
$p1$ = 0.337659329540657- вероятность того, что одна машина занята рубкой.
$p2$ = 0.24911098933120301 - вероятность того, что две машины заняты рубкой.
$p3$ = 0.12252139641223 - вероятность того, что три машины заняты рубкой.
$p4$ = 0.0451953926561439 - вероятность того, что четыре машины заняты рубкой.
$p5$ = 0.0166715657604041 - вероятность того, что четыре машины заняты рубкой, одно бревно находится в очереди.

Пусть X – число машин, занятых рубкой. Это есть случайная величина с возможными значениями: 0, 1, 2, 3, 4.

Вероятности этих значений соответственно равны:
P(X = 0) = $p0$ = 0.228842422510265
P(X = 1) = $p1$ = 0.337659329540657
P(X = 2) = $p2$ = 0.24911098933120301
P(X = 3) = $p3$ = 0.12252139641223
P(X = 4) = $p4$+ $p5$ = 0.0451953926561439 + 0.0166715657604041 = 0,061866958416548
Тогда среднее число машин, занятых рубкой, есть математическое ожидание

случайной величины X:

M(X) = 0 * P(X = 0) + 1 * P(X = 1) + 2 * P(X = 2) + 3 * P(X = 3) + 4 * P(X = 4) = 0.337659329540657 + 0.49822197866 + 0.36756418923 + 0.24746783366 = 1.45091333109
Среднее число работающих машин равно 1.45.

Пусть Y – число машин, свободных от рубки. Это случайная величина с возможными значениями: 0, 1, 2, 3, 4. Вероятности этих значений соответственно равны

P(Y = 0) = p4+ p5 = 0.0451953926561439 + 0.0166715657604041 = 0.061866958416548
P(Y = 1) = p3 = 0.12252139641223
P(Y = 2) = p2 = 0.24911098933120301
P(Y = 3) = p1 = 0.337659329540657
P(Y = 4) = p0 = 0.228842422510265

Тогда среднее число машин, свободных от рубки, есть математическое ожидание случайной величины Y, которое равно

M(Y) = 0 * P(Y = 0) + 1 * P(Y = 1) + 2 * P(Y = 2) + 3 * P(Y = 3) + 4 * P(Y = 4) = 0.12252139641223 + 0.49822197866 + 1.01297798862 + 0.91536969004 = 2.54909105373

Среднее число простаивающих машин равно 2,55. Общее число занятых и свободных от рубки машин равно
M(X) + M(Y) = r = 4

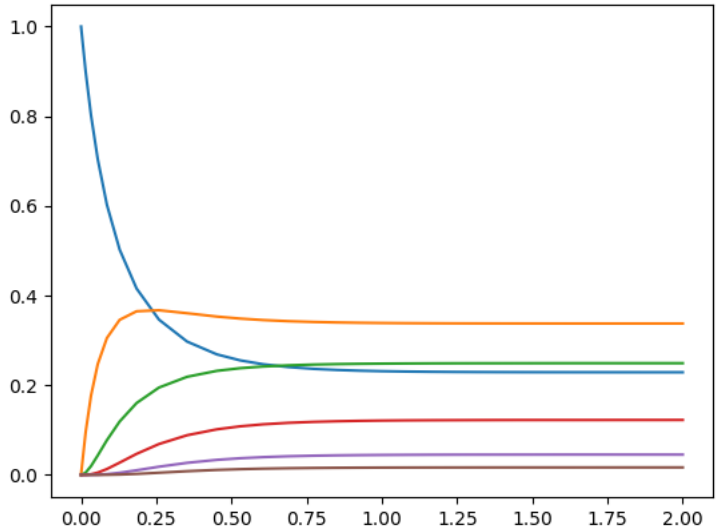
Коэффициент загрузки машин равен отношению среднего числа загруженных машин к общему числу машин в цехе, т.е.
kз = M(X)/ r
kз = 1.45/4 * 100% = **36.25%**

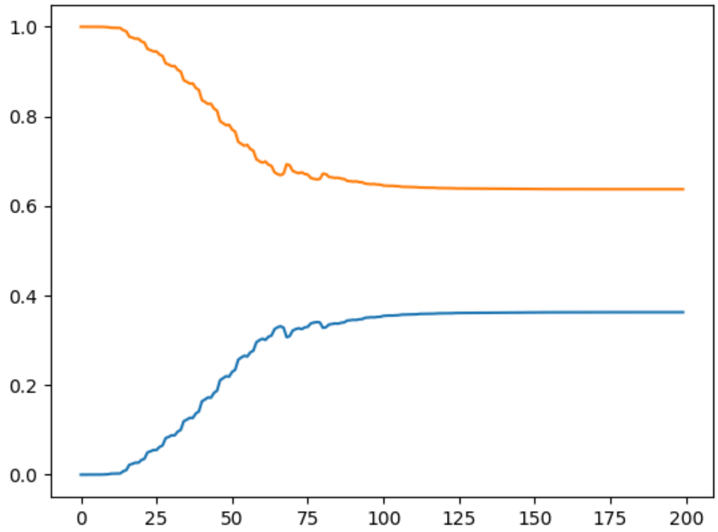
Коэффициент простоя машин равен отношению среднего числа машин, свободных от рубки, к общему числу машин в цехе, т.е.
kп = M(Y)/ r
kп = 2.55 / 4 * 100% = **63.75%**

Пусть Z – число бревен в очереди. Это есть случайная величина с возможными значениями: 0, 1. Вероятности этих значений соответственно равны
P(Z = 0) = p0 + p1 + p2 + p3 + p4 = 0.228842422510265 + 0.337659329540657 + 0.24911098933120301 + 0.12252139641223 = 0,9833284342395959
P(Z = 1) = p5 = 0.0166715657604041

Тогда среднее бревен в очереди есть математическое ожидание случайной величины Z , которое равно
M(Z) = 0 * P(Z = 0) + 1 *P(Z = 1) = 0.0166715657604041

Среднее число бревен, находящихся в очереди на рубку, равно 0.0166715657604041, т.е. менее одного бревна.





Выводы

- С течением времени загрузка машин возрастает, и уже через 2 часа становится равной 36,25%.
- Коэффициент простоя машин с течением времени убывает и через 2 часа составляет 63,75%. машины не загружены достаточно сильно и вполне возможно осуществление в цехе таких мероприятий, как

1) увеличение потока бревен
2) удаление одной рубительной машины