## 稀疏重建的兰姆波结构损伤定位分析

王 瑞,熊小君,张海燕

(上海大学通信与信息工程学院,特殊光纤与光接入网省部共建重点实验室,上海,200444)

# Damage localization analysis with Lamb waves via sparse reconstruction

WANG Rui, XIONG Xiao-jun, ZHANG Hai-yan

(School of Communication and Information Engineering, Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai, 200444, China)

## 0 引言

多个超声兰姆波(Lamb)传感节点构成的分布式网络在无损检测识别中应用广泛,其本质是通过对接收信号进行预处理、信号特征提取及压缩,最后对损伤进行定位成像分析<sup>[1]</sup>。兰姆波传播特性复杂,频散和多模态现象使得传感节点对接收信号的处理十分困难,信号混叠难于分辨,容易受到不同噪声的影响,例如环境噪声,以及由不规则缺陷或由信号混响产生的相干噪声等<sup>[2,3]</sup>。如何采用现代信号处理方法,对缺陷信号进行有效提取和对信号进行精确解释,实现损伤的定位成像,一直为众多研究者所关注。

已有多种兰姆波信号的定位成像算法对损伤位置及其程度进行评估。其中典型成像算法是DAS(delay-and-sum)算法<sup>[4]</sup>,从差信号(即从检测信号减去直达信号)中提取时间信息对损伤进行定位成像。该算法只使用简单的时移和求和运算,所需先验信息少。但通常具有有限的定位成像精度,不适用于多个损伤的定位。Hall和Michaels<sup>[5]</sup>提出了最小方差(MV)成像算法,利用传播环境的特性和潜在的散射体的先验信息进行自适应成像,比DAS成像效果更好。此外,Hall 和 Michaels<sup>[6]</sup>还提出了多径卷积的导波成像方法,用于复杂结构健康监测。Flynn等<sup>[7]</sup>通过低阶随机建模提高了导波健康损伤检测性能。

假设被监控结构大部分区域是无损伤的,能够 使用有效的稀疏重建技术可达到优于DAS和MV成

收稿日期: 2014-07-10; 修回日期: 2014-10-08

基金项目: 国家自然基金(61301027, 11274226, 61171145)资助项目

作者简介:王瑞(1982-),男,山西运城人,汉族,博士,副教授,硕士

研究生导,师研究方向为超声信号处理,压缩感知

通讯作者:张海燕,hyzh@shu.edu.cn

像效果。Levine 等<sup>[8,9]</sup>将基于模型的稀疏重建方法应用到超声兰姆波的损伤定位成像当中,利用基追踪,正交匹配追踪,提出了一种混合重建方法,仿真实验验证了该方法在实际大噪声以及模型不匹配的情况下,仍能准确估计损伤位置。Perelli 等<sup>[10]</sup> 将脉冲信号的卷积模型引入到兰姆波的结构稀疏表示中,提出了一种新的基于模型的压缩感知方法,改善了兰姆波传播路径距离估计精度。Levine 等<sup>[11]</sup>基于散射模型,提出了一种块结构稀疏损伤定位方法。

本文应用散射场特征信息和检测兰姆波的差信号来进行稀疏成像,对稀疏重建方法<sup>[8,9]</sup>以及块稀疏重建方法<sup>[11]</sup>进行性能分析。

## 1 稀疏重建与块稀疏重建

稀疏重建是通过结合稀疏假设求解线性逆问题的一项技术。基于兰姆波信号传播模型理论 $^{[1,8]}$ ,计算差分信号,利用损伤的稀疏性可提高成像质量。假设结构大部分是无损伤的,即损伤是稀疏的(呈现在少量的离散位置)。此假设使得能够利用稀疏重建技术,通过给定的测量信号 y 来确定损伤可x 能出现的位置。给定一个测量向量  $y \in R^N$  和字典矩阵  $A \in R^{N \times M}$ ,从方程 y = Ax + e 通过稀疏重建算法解得稀疏向量  $x \in R^M$ ,其中  $e \in R^N$  是噪声项。对这个问题最常用的两种方法是贪婪迭代算法和 $\ell_1$ 优化算法。其中,正交匹配追踪(OMP)和基追踪去噪(BPDN)分别是迭代贪婪和 $\ell_1$ 优化的典型算法。

稀疏定位基于稀疏损伤假设,采用稀疏重建算法求解优化问题,以实现损伤定位成像。通过求解等式(1)描述的优化问题,可恢复稀疏向量 *x* , 其中非零项对应于潜在的损伤位置。

BPDN 解决了如下形式的最优化问题:

$$\min_{x} \|y - Ax\|_{2}^{2} + \lambda \|x\|_{1}$$
 (1)

其中, $\|\mathbf{x}\|_1 = |x_1| + |x_2| + \cdots + |x_M|$ ,  $\lambda$  是用户指定的正则化参数,来平衡稀疏性( $\ell_1$ 范数项)和准确性( $\ell_2$ 范数项)。

在实际应用中,超声兰姆波信号比较复杂,往往隐含着稀疏性之外的一些潜在的块结构信息。通常损伤处于一区域块,稀疏系数中的每一块可能全部为零,或者全部非零。因此,结合信号结构与稀疏性来研究块稀疏重建定位和成像。为简化起见,假设稀疏系数的每个块等长,都为 d。针对块稀疏信号的重建就是如何利用源信号的特定损伤模型更高效地重构源信号。算法不是选择一个向量的稀疏集合重建,而是必须选择一组子空间的稀疏集合。群稀疏基追踪方法可解决如下形式的最优化问题:

$$\min \sum_{n} \|\boldsymbol{x}_{n}\|_{2} \quad \text{subject to} \quad \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}\|_{2} < \sigma \quad (2)$$

其中, $x_n$ 是对应x中第n组的子向量。

### 2 损伤定位模型字典构建

#### 2.1 稀疏损伤定位字典构建

考虑到损伤的稀疏性,构建的字典 A 中必须反映 x 内在的稀疏性假设。每一列对应于监测区域一个特定的点。这个区域被离散成像素位置  $p_k$ ,  $1 \le k \le P$ ;因此 x 的长度(以 A 中列的数目)等于 P,因为 x 的每一列对应于一个像素。非零项对应存在散射体的位置  $p_k$ 。

假定损伤和向量 x 是稀疏的,y 是 A 中少数列的线性组合,而且每一列代表从对应于它的列索引位置的散射体的贡献。因此,  $A_k$  的每一列应该是在只有一个散射体是存在情况下预期的测量。

为了计算字典(A 的每一列),假设一个已知的散射特征函数  $H[\omega; \theta_{in}, \theta_{out}]$ ,单模式传输具有已知的频散相关相速度  $c_p[\omega]$ ,并且无边缘反射。对于一个已知的激励  $F[\omega]$  (这里在频域中表示),表明对于在位置  $p_k$  的缺陷第 i 对传感器记录的预期残差信号为

$$Y_{i}[\omega; p_{k}, H] = H[\omega; \theta_{in}, \theta_{out}] \cdot D_{c_{p}} \left\{ D_{c_{p}} \left\{ F; c_{p}, \| p_{k} - \mathbf{s}_{(i)} \|_{2} \right\}; c_{p}, \| \mathbf{r}_{(i)} - p_{k} \|_{2} \right\}$$
(3)

其中  $\mathbf{s}_{(i)}$  与  $\mathbf{r}_{(i)}$  分别是第 i 对激发传感器和接收传感器的位置。换句话说,激励源函数从激发点到  $\mathbf{p}_k$  向前传播,并且乘以该散射体相应的传递函数,最后传到接收传感器处。通过傅立叶逆变换到时域

后,这些仿真信号连接到在一起形成 A 的每一列。每一列然后归一化为  $\ell$ 。范数。

$$A_{k} \propto \begin{bmatrix} F^{-1}\left\{Y_{1}\left[\boldsymbol{\omega}; \mathbf{p}_{k}, H\right]\right\} \\ F^{-1}\left\{Y_{2}\left[\boldsymbol{\omega}; \mathbf{p}_{k}, H\right]\right\} \\ \vdots \\ F^{-1}\left\{Y_{m}\left[\boldsymbol{\omega}; \mathbf{p}_{k}, H\right]\right\} \end{bmatrix}$$
(4)

此过程将会对所有的 $1 \le k \le P$  重复,最终生成字典矩阵 A。

#### 2.2 块结构损伤模型字典构建

将信号结构与稀疏性相结合,构建对应的块结构损伤模型,以此形成过完备字典,从而更有效地进行损伤定位与成像。

#### 2.2.1 已知损伤位置,一对传感器

假设一个无限大板结构中有两个传感器,即一对传感器。记录 S 和 r 为发送传感器和接收传感器的位置。首先,在没有损伤的情况下,测量得到一个基准信号,使用一个窄带的激励源 V[1]。然后,在一个已知的位置 q 放置一个损伤。再进行一次测量,并将得到的信号减去基准信号得到一个差分,时域的向量 y ,测量信号 y 可用同相、正交分量表示

$$y = \alpha^I x^I + \alpha^Q x^Q \tag{5}$$

其中 $\alpha^I = \frac{P_{\alpha}}{2^{\alpha}} \frac{P_{\alpha}}{2^{\alpha}} \frac{P_{\alpha}}{2^{\alpha}}$ ,  $\alpha^o = H\{\alpha^I\}$ ,  $H\{\bullet\}$ 表示希尔伯特变换,且两者都已规范化,以便构建一个规范化的字典矩阵。 $x^I$ 和 $x^Q$ 是未知的参数。使用同相、正交分量表示y,就可表示任意的幅度、相位组合。等式亦可写为

$$y = Ax \tag{6}$$

其中 $A=[\alpha' \ \alpha^{\varrho}]$ ,  $x=[x' \ x^{\varrho}]$ 。 A 即接收信号的字 典矩阵。

#### 2.2.2 已知损伤位置,多对传感器

针对多对传感器的情况。假设在同样一块板结构上,有不同的 P 对传感器。每个传感器发送激励信号,所有其他传感器接收,记录  $\mathbf{s}_{r}$  和  $\mathbf{r}_{r}$  为发送和接收传感器的位置,  $\mathbf{r}_{r}$  为传感器对的索引,  $\mathbf{r}_{r}$  与传感器的位置,  $\mathbf{r}_{r}$  为传感器对的索引,  $\mathbf{r}_{r}$  =  $\{1,2,...P\}$  。在一个已知的位置  $\mathbf{r}_{r}$  放置一个损伤。 这样,可得到  $\mathbf{r}_{r}$  个差分信号  $\mathbf{r}_{r}$  ,同时,等式(5)扩展成

$$y^{E} \equiv \begin{bmatrix} y_{1} \\ y_{2} \\ \vdots \\ y_{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{1}^{I} & \alpha_{1}^{Q} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \alpha_{2}^{I} & \alpha_{2}^{Q} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \alpha_{p}^{I} & \alpha_{p}^{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1}^{I} \\ x_{2}^{I} \\ x_{2}^{I} \\ x_{p}^{I} \end{bmatrix} = Ex \qquad (7)$$

其中, $a_r^I$ 和 $a_r^Q$ 的计算方法如同等式(5)。

#### 2.2.3 未知损伤位置,多对传感器

针对板结构上有未知的 K 个损伤,板结构的大部分区域是无损伤的。假设板结构总共有 N 个像素,第 n 个像素的中心位置为  $p_n$ ,每一个像素都可能存在损伤。在已知损伤位置模型下,一个损伤对应一个字典矩阵 E。每一个像素都有自己对应的字典矩阵,记为  $E_n$ ,定义如下

$$E_{n} = \begin{bmatrix} \alpha_{1,n}^{I} & \alpha_{1,n}^{Q} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{2,n}^{I} & \alpha_{2,n}^{Q} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_{P,n}^{I} & \alpha_{P,n}^{Q} \end{bmatrix}$$
(8)

其中, $a_r^I$ 和 $a_r^Q$ 的计算方法如同等式(5)。

为匹配 y = Ax + e 的形式,将每个像素的字典 矩阵  $E_n$  级联为一个扩展的矩阵,记为  $A^E$  ,则

$$\mathbf{y}^{E} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{1} \\ \mathbf{y}_{2} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{1} & \mathbf{E}_{2} & \cdots & \mathbf{E}_{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1} \\ \mathbf{x}_{2} \\ \mathbf{x}_{N} \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{E} \mathbf{x}^{E} \qquad (9)$$

其中,位置的向量  $x^E$  包含 N 个子向量,记为  $x_n$ ,每个都代表一个不同的像素,包含对应像素的字典矩阵  $E_n$  的散射系数。当像素 n 处有损伤时,  $x_n$  中的元素都是非零,反之  $x_n$  的元素全为零。

#### 2.3 定位成像

通过上述步骤,可得到测量信号 y 和字典矩阵 A,接下来可使用相应的稀疏重建算法或群稀疏重建算法解决问题 y = Ax,得到一个稀疏系数 x。

对于普通稀疏,可使用 BPDN( $11_ls$  Matlab 软件包[12]),来重建出稀疏系数x,x中非零的元素 $x_m$ 的索引对应相应的像素 $p_m$ 处的损伤,因此,将稀疏系数x变成两维的矩阵,即可得到图像。

同样,在进行块稀疏重建之前,需要移除  $y^E$  中无法与字典匹配的部分,可对  $y^E$  进行预处理

$$\mathbf{y}^{\mathrm{E}} = \mathbf{A}^{\mathrm{E}} \left( \left( \mathbf{A}^{\mathrm{E}} \right)^{\mathrm{T}} \mathbf{A}^{\mathrm{E}} \right)^{-1} \left( \mathbf{A}^{\mathrm{E}} \right)^{\mathrm{T}} \mathbf{y}^{\mathrm{E}} \tag{10}$$

其目的是使测量信号  $y^E$  能更好地与字典相匹配。接着就可得到测量信号 y 和字典矩阵 A ,利用块稀疏重建算法解决问题 y = Ax ,得到一个稀疏系数 x ,可使用 SPGL1 matlab 软件包[12]中的 spg\_group 函数实现。通过输入参数  $y^E$  ,  $A^E$  ,约束条件  $\alpha$  ,和一个表示块稀疏配置的向量组,可得到稀疏系数  $x^E$  。然后将包含 N 个子向量  $x_n$  ,对应  $x_n$  》 N 个不同的像素,计算每个  $x_n$  将值映射到对应的像素点,即可得到定位图像。

## 3 仿真分析

#### 3.1 有噪声情况

针对有噪声情况下的缺陷定位成像,利用Matlab 进行仿真。设一个 50×50 板,在板的周围放置 4 个传感器 (用红色的倒三角表示),对信号进行加高斯白噪声处理。假设板上 (20,42)位置有一个 2×2 大小的矩形损伤块 (用黑色圆圈表示损伤块的中心位置),激励信号 1000 个采样点,不考虑边缘反射。图 1(a)表示加噪声 SNR=35db 情况下级联后的测量信号,图像上方的文字说明表示发送和接收的传感器序号,比如 "1-2"表示 1 号传感器发送信号,2 号传感器接收时的测量信号。两次实验都采用一个 2×2 大小的矩形损伤块。

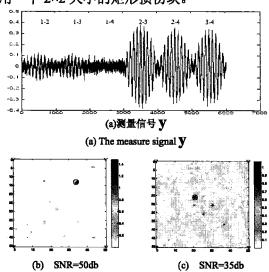


图 1 噪声对块稀疏成像的影响 Fig.1 The influence of noise on block sparse imaging

由图 1(b)(c)可看出,在有噪声情况下,定位图像会出现一定的背景噪声,但仍具有良好的定位效果。当信噪比较小时(图 1(c))背景噪声较大,整个成像基本都有一定的背景噪声,这说明群稀疏基追踪降噪算法在优化了稀疏系数的块稀疏特性的同时,它的抗噪声能力有所下降。

#### 3.2 损伤块的影响

考虑损伤块大小对成像效果的影响,为简化实验,假设损伤块采用矩形。当损伤块变大时,损伤点的个数将呈平方关系增长,可预见定位精度和图像质量都将大幅下降。图 2(a)显示在 SNR=50dB 情况下,3×3 损伤块的情况,图 2(b)显示 4×4 损伤块的情况。

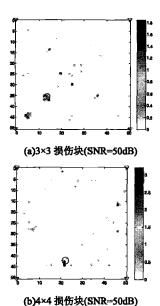


图 2 损伤块大小对块稀疏成像的影响 Fig.2 The influence of damage size on block sparse imaging

由上图可知,在相同噪声情况下,当损伤块变大时,定位性能大幅下降,一是损伤块无法准确定位,二是噪声较大,三是会出现严重的失匹,甚至比真正的损伤点的幅度还大。因此损伤块大小的选定,对定位成像效果有一定的影响。

## 4 结论

本文应用散射场特征信息和检测兰姆波的差信号对结构损伤进行稀疏定位成像,对稀疏重建与块稀疏重建方法的性能分析进行了初步探讨。下一步工作包括:设计更好的散射模型来充分结合相位信息,考虑二次散射的影响,定量分析缺陷的损坏程度,并在实际实验中进一步测试兰姆波信号样本。

#### 参考文献

- Z Su and L Ye, Identification of damage using Lamb waves[M]. New York, Springer, 2009.
- [2] A Rodrguez, R Miralles, I Bosch, and L. Vergara, new analysis and extensions of split-spectrum processing algorithms[J], NDT. Int, 2012; 45(1): 141-147.
- [3] A. Moustafa, S. Salamone. Fractal dimension-based lamb wave tomography algorithm for damage detection in plate-like structures [J], J Intell Mater Syst Struct, 2012; 23(11): 1269-1276.
- [4] Wang C H, Rose J T, Chang F K. A synthetic time-reversal imaging method for structural health monitoring [J]. Smart Mater Struct, 2004; 13(1): 415-423.
- [5] J. S. Hall, J. E. Michaels, Minimum variance ultrasonic imaging applied to an in situ sparse guided wave array [J]. IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr. Freq. Control, 2010; 57(10): 2311-2323.
- [6] J. S. Hall and J. E. Michaels, Multi-path guided wave imaging for in situ monitoring of complex structures[C]. in Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation-2012, edited by D. O. Thompson and D. E. Chimenti, AIP Conference Proceedings 1511, American Institute of Physics, 2013, 707-713.
- [7] E B Flynn, M D Todd, A J Croxford, B. W. Drinkwater, P. D. Wilcox, Enhanced detection through low-order stochastic modeling for guided-wave structural health monitoring[J], Struct. Health Monit. 2012; 11(2):149-160.
- [8] R. M. Levine, J. E. Michaels, and S. J. Lee. Guided wave localization of damage via sparse reconstruction[C]. in Review of Progress in QNDE(AIP, Melville, NY, 2012): 647-654
- [9] R. M. Levine, J. E. Michaels. Model-based imaging of damage with lamb waves via sparse reconstruction [J]. Acoustical Society of America, 2013; 133(3):1525-1534.
- [10] Alessandro Perelli, Tommaso di Ianni, alessandro Marzani, luca de Marchi, and Guido Masetti. Model-based compressive sensing for damage localization in lamb wave inspection[J]. IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectrics and Frequency Control, 2013; 60(10): 2089-2097.
- [11] R M Levine and J E Michaels. Block-sparse reconstruction and imaging for lamb wave structural health monitoring[J]. IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectrics and Frequency Control, 2014; 61(6):1006-1015.
- [12] E Van Den Berg, M. P. Friedlander.SPGL1: A solver for large-scale sparse reconstruction [OL]. http://www.cs.ubc.ca/labs/scl/spgl1/, May 2013.