

Aluno: Flávia da Silva Furtoso

Semana 11 - Exercício 2

Jogo Para 02 Pessoas: uma urna $\begin{cases} 02 \text{ bolas vermelhas} \\ 01 \text{ bola azul} \end{cases}$

Ganha o jogo quem retirar a bola azul

Em posição adversa encontra a bola azul.

$$p = \frac{1}{3} \quad (1-p) = \frac{2}{3} \quad P(X=k) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^k, \quad 0 \leq p \leq 1, \quad k=0, 1, 2, \dots$$

- O primeiro jogador só pode vencer em jogadas ímpares (1º, 3º, 5º, ...)

1ª jogada:

$$P(X=0) = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad p = \frac{1}{3} //$$

3ª jogada:

$$P(X=2) = (1-p)^2 \cdot p = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{27} \quad (02 \text{ fracassos e 1 sucesso})$$

5ª jogada

$$P(X=4) = (1-p)^4 \cdot p = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \frac{1}{3} = \frac{16}{243} \quad (04 \text{ f e 1 s})$$

- Encontrando a possível razão:

3ª e 1ª jogadas

5ª e 3ª jogadas

$$\Rightarrow \frac{\frac{4}{27}}{\frac{1}{3}} = \frac{4}{27} \cdot \frac{3}{1} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{16}{243}}{\frac{4}{27}} = \frac{16}{243} \cdot \frac{27}{4} = \frac{432}{972} = \frac{4}{9} //$$

Então, aqui temos uma P.G. de razão igual a $\frac{4}{9}$ e primeiro termo $\frac{1}{3}$.

- Para sabermos qual a probabilidade do 1º jogador ganhar, usaremos a soma dos termos dessa P.G.:

$$S_{\infty} = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{9}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{5} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} //$$

\therefore A probabilidade do 1º jogador ganhar é de $\frac{3}{5} //$