19/07/21

Instituto Federal de Goiás

Disciplina: Probabilidade e Estatística

Professor: Thiago Vedovatto

Aluna: Daniella do Amaral

Semana 13

06. O artigo "An Association Between Fine Particles and Asthma Emergency Department Visits for Children in Seattle" [Environmental Health Perspectives, junho 1999, vol. 107(6)] usou modelos de Poisson para o número de atendimentos diários ao Departamento de Asma (DA). Para os CEPs (Código de Endereçamento Postal) estudados, o número médio de atendimentos ao DA foi de 1,8 por dia. Determine o seguinte:

a) Probabilidade de mais de cinco atendimentos em um dia.

λ = "média de atendimentos diários ao DA = 1,8 por dia"

Se $X \sim$ Poisson (1,8). Então:

$P(X > 5) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)]$

$P(X > 5) = 1 - \left[\frac{e^{-1,8} \cdot (1,8)^0}{0!} + \frac{e^{-1,8} \cdot (1,8)^1}{1!} + \frac{e^{-1,8} \cdot (1,8)^2}{2!} + \frac{e^{-1,8} \cdot (1,8)^3}{3!}\right.$

18 / 07 / 21

$$+ \frac{e^{-1,8} \cdot (1,8)^4}{4!} + \frac{e^{-1,8} \cdot (1,8)^5}{5!}\Bigg]$$

$$P(x>5) = 1 - \left[e^{-1,8} + 1,8 \cdot e^{-1,8} + \frac{(1,8)^2 \cdot e^{-1,8}}{2} + \frac{(1,8)^3 \cdot e^{-1,8}}{6} + \frac{(1,8)^4 \cdot e^{-1,8}}{24} + \frac{(1,8)^5 \cdot e^{-1,8}}{120}\right]$$

$$P(x>5) \cong 1 - 5,98 \cdot e^{-1,8}.$$

b) Probabilidade de menos de cinco atendimentos em uma semana.

λ = "média de atendimentos semanais ao DA = $1,8 \cdot 7 = 12,6$ por semana"

Se $X \sim$ Poisson $(12,6)$. Então:

$$P(x<5) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) + P(x=4)$$

$$P(x<5) = \frac{e^{-12,6} \cdot (12,6)^0}{0!} + \frac{e^{-12,6} \cdot (12,6)^1}{1!} + \frac{e^{-12,6} \cdot (12,6)^2}{2!} + \frac{e^{-12,6} \cdot (12,6)^3}{3!} + \frac{e^{-12,6} \cdot (12,6)^4}{4}$$

$$P(x<5) = e^{-12,6} + 12,6 \cdot e^{-12,6} + \frac{(12,6)^2 \cdot e^{-12,6}}{2} + \frac{(12,6)^3 \cdot e^{-12,6}}{6} + \frac{(12,6)^4 \cdot e^{-12,6}}{24}$$

$$P(x<5) \cong 1476,57 \cdot e^{-12,6}.$$

c) Número de dias, de modo que a probabilidade de existir pelo menos um atendimento seja igual

18 / 07 / 21

a 0,99.

Se $X \sim$ Poisson (λ) e $P(X \geq 1) = 0,99$. Então:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) \Rightarrow 0,99 = 1 - \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^0}{0!} \Rightarrow e^{-\lambda} = 0,01$$

$$\Rightarrow -\lambda = \ln(0,01) \Rightarrow -\lambda \cong -4,605... \Rightarrow \lambda \cong 4,605...$$

Como, $\lambda = 1,8t \Rightarrow t = 4,605 / 1,8 = 2,558...$ dias.

d.) Em vez de uma média de 1,8 por dia, determine o número médio de atendimentos diários, de modo que a probabilidade de haver mais de cinco atendimentos em um dia seja igual a 0,1.

Se $X \sim$ Poisson (λ) e $P(X > 5) = 0,1$. Então:

$$P(X > 5) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)]$$

Pelo método numérico da bissecção, obtemos o valor $\lambda = 3,1519$ para $P(X>5) = 0,1$.