Semana 13 - Exercício 5

João Pedro Menezes Silva

X = "Número de inclusões (grandes) em um ferro fundido por milímetro cúbico".

$X \sim \text{Poisson}(2,5) \quad \lambda = 2,5$

a) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$

$$P(X=0) = \frac{e^{-2,5} \cancel{2,5}^{\cancel{0}\, 1}}{\cancel{0!}\, 1} \Rightarrow P(X=0) = e^{-2,5}$$

$$P(X \geq 1) = 1 - e^{-2,5} \Rightarrow \boxed{P(X \geq 1) \cong 0,918}$$

b) Y = " Número de inclusões (grandes) em um ferro fundido em 5 milímetros cúbicos".

$\mathbb{E}(Y) = 5\,\mathbb{E}(X)$ $Y \sim Poisson(12{,}5)$

$\mathbb{E}(Y) = 12{,}5$

$P(Y \geq 5) = 1 - (P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2) + P(Y=3) + P(Y=4))$

$P(Y=0) = e^{-12{,}5}$

$P(Y=1) = e^{-12{,}5}\, 12{,}5$

$P(Y=2) = \dfrac{e^{-12{,}5}\, 12{,}5^2}{2}$

$P(Y=3) = \dfrac{e^{-12{,}5}\, 12{,}5^3}{6}$

$P(Y=4) = \dfrac{e^{-12{,}5}\, 12{,}5^4}{24}$

$\boxed{P(Y \geq 5) \cong 0{,}995}$ //

c) $X \sim Poisson(2{,}5)$

$Y_v \sim Poisson(2{,}5 \cdot v)$

$P(Y_v = k) = \dfrac{e^{-2{,}5v} \cdot 2{,}5v^k}{k!}$

$P(Y_v \geq 1) = 0{,}99$

$P(Y_v \geq 1) = 1 - P(Y_v = 0)$

$P(Y_v \geq 1) = 1 - \dfrac{e^{-2{,}5v}\,\cancel{(2{,}5v)^0}\ 1}{\cancel{0!}\ 1}$

$P(Y_v \geq 1) = 1 - e^{-2{,}5v}$

$1 - e^{-2{,}5v} = 0{,}99$

$e^{-2{,}5v} = 0{,}01$

$\ln e^{-2{,}5v} = \ln 0{,}01$

$\to -2{,}5v = \ln 0{,}01$

$v = -\dfrac{\ln 0{,}01}{2{,}5}$

$\boxed{v \cong 1{,}842}$ //

d) $X \sim Poisson(\lambda)$

$P(X = k) = \dfrac{e^{-\lambda}\, \lambda^k}{k!}$, $k\ \mathbb{Z}+$

$P(X \geq 1) = 0{,}95$

$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$

$1 - P(X=0) = 0{,}95$

$P(X=0) = 0{,}05$

$0{,}05 = \dfrac{e^{-\lambda}\,\cancel{\lambda^0}\ 1}{\cancel{0!}\ 1} \Rightarrow \lambda = \ln 20 \to \boxed{\lambda \cong 2{,}996}$ //