1.2.1 Chance e probabilidade

Existe uma confusão muito grande entre os conceitos de *chance* e *probabilidade*, o senso comum trata esses dois conceitos como sinônimos, mas não o são. O conceito de chance de um evento A ocorrer remete à razão do número de eventos elementares contidos em A sobre o total de eventos elementares não contidos em A, fica implícito aqui que todos os eventos elementares contidos no espaço amostral composto por A são *equiprováveis*. Por exemplo, ao lançarmos um dado honesto a chance de ocorrer a face ⚂ é de 1 para 5, ou seja, para evento onde ocorre o evento de A temos 5 eventos onde A não ocorre. A seguir apresentamos uma definição formal do conceito de chance.

Definição 17 (Chance de um evento)

A chance de um evento A qualquer ocorrer é definida como:

$$r(A) = \frac{n(A)}{n(\overline{A})}.$$

Teorema 5

A chance de um evento A qualquer ocorrer pode ser representada como:

$$r(A) = \frac{\mathbb{P}(A)}{1 - \mathbb{P}(A)}.$$

A demonstração do teorema 5 é bastante simples e ficará a cargo do leitor como sugerido no exercício 24.

Exercício 24: Verifique o resultado apresentado no teorema 5.

Exercício 25: Considere um evento A tal que $\mathbb{P}(A) = 0.3$. Qual é a chance de A ocorrer?

Exercício 26: Considere um evento A tal que a sua chance de ocorrer é de 3 para 1. Qual é a probabilidade de A?

1.3 A Regra dos Complementares

Teorema 6 (A Regra dos Complementares)

Para quaisquer eventos A e B:

i) $\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A})$

ii) $\mathbb{P}(A \cap B) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A} \cup \overline{B})$

iii) $\mathbb{P}(\overline{A} \cap B) = \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$

Demonstração. Para quaisquer eventos A e B:

1. Note que A e $\overline{A}$ são eventos disjuntos e $A \cup \overline{A} = \Omega$. Aplicando a segunda e a terceira propriedades das funções de probabilidade:

$$\mathbb{P}(A \cup \overline{A}) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(\overline{A})$$
$$\mathbb{P}(\Omega) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(\overline{A})$$
$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}).$$

2. Note que $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B}$, logo $A \cap B$ e $\overline{A} \cup \overline{B}$ são complementares, logo esse resultado decorre diretamente do resultado 1.

3. Note que $B = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B)$, mas $A \cap B$ e $\overline{A} \cap B$ são disjuntos, logo $\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(\overline{A} \cap B)$.

□

Exercício 27: Um dado é lançado três vezes sucessivamente. Qual a probabilidade de não ocorrerem três números iguais?

Exercício 28: Dois dados são lançados independentemente. Qual a probabilidade de não obtermos dois números ímpares?

Exercício 29: A probabilidade de um cavalo vencer três ou menos corridas é de 58%; a probabilidade de ele vencer três ou mais corridas é de 71%. Qual é a probabilidade do cavalo vencer exatamente três corridas?

Exercício 30: Uma caixa contém nove peças das quais três são defeituosas. Sorteamos duas peças. Qual a probabilidade de não escolhermos duas peças defeituosas?

Exercício 31: Magalhães & Lima (2015, p. 53). Uma universidade tem 10 mil alunos dos quais 4 mil são considerados esportistas. Temos, ainda, que 500 alunos são do curso de biologia diurno, 700 da biologia noturno, 100 são esportistas e da biologia diurno e 20 são esportistas e da biologia noturno.Um aluno é escolhido, ao acaso, e pergunta-se a probabilidade de:

a) Ser esportista.

b) Ser esportista e aluno da biologia e noturno.

c) Não ser da biologia.

d) Ser esportista ou aluno da biologia.

e) Não ser esportista, nem aluno da biologia.

Exercício 32: Weiss (2012, p. 147). Em um jogo de dados são jogados dois dados honestos de seis faces. Considere os eventos:

A: "A soma das faces é 7."

B: "A soma das faces é 11."

C: "A soma das faces é 2."

D: "A soma das faces é 3."

E: "A soma das faces é 12."

F: "A soma das faces é 8."

G: "As faces são iguais."

a) Determine a probabilidade de todos os eventos.

b) O jogador vence esse jogo na primeira rodada se a soma dos dados for 7 ou 11. Calcule a probabilidade desse evento.

c) O jogador perde esse jogo na primeira rodada se a soma dos dados for 2, 3 ou 12. Calcule a probabilidade desse evento.

d) Qual a probabilidade das faces serem diferentes?

e) Qual a probabilidade da soma ser 8 ou das faces serem iguais?

Exercício 33: Considerando os dados da section 1.2. Se uma pessoa for sorteada ao acaso qual a probabilidade de:

1. não ser brasileira e preferir de futebol?
2. não ser estrangeira e nem preferir de vôlei?
3. não ser estrangeira ou não preferir de queimada?

1.4 Probabilidade condicional e independência

Definição 18 (Regra do produto de probabilidades)

Dados os eventos A e B, a *probabilidade condicional* de A dado B, $\mathbb{P}(A|B)$, é definida como:

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}, \quad \text{se } \mathbb{P}(B) > 0$$

e

$$\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A), \quad \text{se } \mathbb{P}(B) = 0,$$

onde $\mathbb{P}(B)$ é a probabilidade *à priori* e $\mathbb{P}(A|B)$ é a probabilidade *à posteriori*.