

OBMEP NA ESCOLA ONLINE: UM PROGRAMA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES*

Souza, Bruno Serafim de

{Universidade Federal do Cariri}, {UFCA}

bruno.serafim@ufca.edu.br

Lima, Anna Paula de Avelar Brito

{Universidade Federal Rural de Pernambuco}, {UFRPE}

apbrito@gmail.com

Barbosa, Edelweis Jose Tavares

{Universidade Federal de Pernambuco - Câmpus Acadêmico do Agreste}, {UFPE - CAA}

edelweisb@yahoo.com.br

03 de Julho de 2020

1 Introdução

O Programa da Olimpíada Brasileira das Escolas Públicas na Escola (ONE) é direcionado para professores atuantes na Educação Básica brasileira, com licenciatura em matemática e, em efetivo exercício nas escolas municipais e estaduais. Tem como objetivo principal melhorar a qualidade do ensino de matemática das escolas públicas do país, aguçando a adoção de novas práticas pedagógicas em sala de aula e o uso dos materiais produzidos pelo IMPA para a OBMEP, como também motivar a criação de atividades extraclasse sujeitas às provas dessa olimpíada (OBMEP, 2019, p. 01).

A OBMEP encontra-se na décima sexta edição. Esta “é realizada anualmente desde 2005 pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), com apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). É promovida com recursos do Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC)”, (IMPA, 2020, p.01).

Segundo (OBMEP, 2019), ela é a maior olimpíada de matemática do mundo, visto que registrou neste ano um novo recorde de escolas inscritas com um total de 54 831 instituições, abrangendo 99,71% dos municípios de todo o país. O número total de inscritos foi de 18 158 775 estudantes do ensino fundamental e médio, oriundos de 49 002 escolas públicas e 5 829 escolas particulares. Além disso, mesmo em meio a pandemia da COVID-19 e quarentena, mais de 50 mil escolas estão inscritas, e também aproximadamente 18 milhões de estudantes participarão da primeira fase da décima sexta edição dessa olimpíada, (OBMEP, 2020).

Nessa perspectiva, devido à necessidade populacional de estar em quarentena e isolamento social, mediante a pandemia da COVID - 19, o IMPA decidiu manter o programa em formato diferente e à distância, como meio de garantir a formação continuada desses professores, bem como possibilitar a cada Professor do Ensino Básico (PEB) estudos aprofundados sobre Aritmética, Princípios da Contagem, Geometria e GeoGebra.

Portanto, indaga-se: Os encontros do Programa OBMEP na Escola online 2020 são dedicados apenas à formação dos PEB? Quais ferramentas tecnológicas são utilizadas durante desenvolvimento do programa na modalidade de educação a distância? Além disso, quais técnicas são aplicadas mediante os estudos aprofundados dos temas Aritmética, Princípios da Contagem, Geometria Plana e GeoGebra?

Então, o objetivo geral da pesquisa é apresentar as principais técnicas de resolução de problemas propostas pelo IMPA sobre Aritmética: critérios de divisibilidade entre números inteiros positivos previstos no Programa OBMEP na Escola online 2020.

A pesquisa inicial dar-se pela caracterização das propostas levantadas pelo IMPA sobre o desenvolvimento do programa na modalidade de ensino a distância, assim como a descrição das atividades acadêmicas e suas devolutivas apontadas a cada PEB. Posteriormente, na segunda seção, a pesquisa visa a identificação e descrição das ferramentas tecnológicas, cronogramas e logística para o desenvolvimento

*Este programa conta com apoio financeiro do Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA.

de cada encontro a distância. Por fim, a última seção, dar-se-a pela apresentação dos principais conceitos e atividades da Aritmética.

A metodologia utilizada foi de cunho quanti-qualitativa, pelas descrições e informações do Programa ONE online, bem como pelos conceitos e demonstrações gerais sobre critérios de divisibilidade.

Por fim, constata-se que os objetivos dispostos foram atendidos. Pela caracterização, identificação, descrição e apresentação das técnicas de resolução de problemas, e portanto, permite-se a construção de uma resposta ao problema.

2 Desenvolvimento

Nesta seção, caracteriza-se e descreve-se as propostas de atividades acadêmicas atribuídas pelo IMPA a cada professor do ensino básico participante do Programa OBMEP na Escola online 2020.

2.1 Sujeitos e Caracterização das Atividades Acadêmicas

Com base em estudos teóricos, práticos e experiências vivenciadas perante o ONE tanto na modalidade presencial quanto a distância pode-se destacar basicamente dois tipos de formação intelectual. A primeira, mais geral, estabelece que o programa esteja relacionado à OBMEP e possa principalmente, melhorar a qualidade do ensino da matemática nas escolas públicas do país, bem com estimular a adoção em sala de aula de novas práticas pedagógicas e do material didático produzido pelo IMPA para a OBMEP, e incentivar a criação de atividades extraclasse vinculadas às provas da olimpíada (OBMEP, 2019); a segunda, mais específica, é dedicada exclusivamente à formação continuada dos professores participante do programa, com o intuito de capacitá-los através da metodologia de resolução de problemas matemáticos aplicáveis em sala de aula (OBMEP, 2020).

“O Professor do Ensino Básico (PEB) participante do Programa OBMEP na Escola, no novo formato online, será orientado por um Professor Universitário, denominado Coordenador Orientador (CO)” (OBMEP, 2020, p. 1). Dessa forma, compreende-se a seriedade do IMPA pela promoção e capacitação do CO para mediar os encontros presenciais e a distância dedicados à formação dos PEB.

A formação dos PEB participantes do ONE na modalidade EAD no estado do Ceará, é mediada por um CO, dividida em encontros virtuais (reuniões a distância) promovendo aos PEB discussões em grupo sobre os assuntos destacados, bem com a promoção colaborativa e a discussão entre eles sobre os tópicos abordados, e também momentos de partilha sobre as experiências vivenciadas entre os demais grupos de professores, proporcionando uma visão conjunta dos problemas e suas soluções (OBMEP NA ESCOLA, 2020).

2.2 Ferramentas Tecnológicas Utilizadas nas Formações

A seguir, apresenta-se as ferramentas tecnológicas utilizadas no decurso do programa ONE online. Além disso, destaca-se a programação elaborada pelo IMPA e a logística de desenvolvimento dos encontros a distância entre o CO e os PEB do Ceará.

Os encontros virtuais do programa ONE no estado do Ceará, dar-se pelo uso do serviço de comunicação em videoconferência chamado Google Meet. Esta ferramenta tecnológica se compara ao Google quanto a proteção das informações e privacidade desenvolvidas nas reuniões, como também mantém as videoconferências criptografadas em trânsito, além disso oferece proteção adicional constante sob as medidas de segurança (GOOGLE MEET, 2020).

O Google Classroom também é utilizado pelo programa ONE online. Pelo Classroom (2020. p. 1), “os professores e alunos se conectam facilmente, dentro e fora das escolas. Assim, O Google Sala de aula economiza tempo e papel, além de facilitar a criação de turmas, distribuição de tarefas, comunicação e organização”. Com isso, essa ferramenta é usada não somente pelo acesso gratuito, como também pela criação de um ambiente virtual que proporciona aos membros a entrega das atividades e compartilhamento de materiais didáticos.

Além disso, destaca-se o cronograma e a logística de atividades acadêmicas do programa ONE online: desenvolver-se a três ciclos de quatro semanas cada um, sendo o primeiro (Aritmética) iniciado em maio, o segundo (Geometria e GeoGebra) em junho e o terceiro (Contagem) em julho de 2020, conforme (OBMEP NA ESCOLA, 2020).

2.3 Conceitos Básicos da Aritmética

O objetivo do módulo de Aritmética é explorar o conjunto dos números inteiros, suas principais propriedades e aplicar estes conceitos no estudo de situações discretas (DUTENHEFNER, CADAR, 2017, p. 1). Sendo assim, estabelece-se os principais critérios de divisibilidade entre números inteiros positivos e suas generalizações.

2.3.1 Critérios de Divisibilidade

Os critérios de divisibilidade muitas das vezes só fazem sentido para números “grandes”. Para números “pequenos”, a decisão sobre ser divisível ou não resolve-se simplesmente pelo uso de uma tabuada ou efetuando-se a divisão. Além disso, como “ser divisível por” e “ser múltiplo de” significam exatamente a mesma coisa, é importante ter em mente que um critério de divisibilidade também é um critério de multiplicidade (Ibidim, p.55).

Critério de divisibilidade por 2^p . “Um número natural N é divisível por 2^p se o número formado pelos últimos p algarismos de N for divisível por 2^p ” (NETO; NETO, 2020, p. 1).

Demonstração. Seja $N = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1$ um número natural formado por n algarismos. Daí,

$$N = a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + \dots + a_3 10^2 + a_2 10 + a_1 \Rightarrow N = \sum_{i=1}^n a_i 10^{i-1}. \quad (1)$$

Assim, existe um número natural $p \in \{1, 2, \dots, n\}$ tal que N pode ser reescrito tal como:

$$N = \sum_{i=1}^p a_i 10^{i-1} + \sum_{j=p+1}^n a_j 10^{j-1} \Rightarrow N = a_p a_{p-1} \dots a_2 a_1 + 2^p \sum_{j=p+1}^n 2^{j-1-p} a_j 5^{j-1}. \quad (2)$$

Logo, N é divisível por 2^p se $a_p a_{p-1} \dots a_2 a_1$ for divisível por 2^p . Assim, por exemplo, um número natural N será divisível por 8 se o número formado pelos algarismos das centenas, dezenas e unidades de N for divisível por 8.

Critérios de divisibilidade por 3 e por 9. Um número N é divisível por 3^p , com $p \in \{1, 2\}$ se a soma dos seus algarismos for um número divisível por 3^p (NETO; NETO, 2020, p. 2).

Demonstração. Dado $N = b_n b_{n-1} \dots b_2 b_1$ um número natural formado por n algarismos. Assim,

$$N = \sum_{i=2}^n b_i 10^{i-1} + b_1 \Rightarrow N = 3^p \alpha_p + \sum_{i=1}^n b_i, \text{ com } 10^x = \sum_{i=0}^{x-1} \binom{x}{i} 9^{i-1} + 1. \quad (3)$$

Provando-se o resultado. Dessa forma, por exemplo, o número 527 841 é divisível tanto por 3 quanto por 9, visto que a soma dos dígitos resulta em 27.

Critério de divisibilidade por 5^p . “Um número natural N é divisível por 5^p se o número formado pelos últimos p algarismos de N for divisível por 5^p ” (NETO; NETO, 2020, p. 2).

Demonstração. Considere $N = c_n c_{n-1} \dots c_2 c_1$ um número natural formado por n algarismos. Assim, existe um número natural $p \in \{1, 2, \dots, n\}$ tal que N pode ser reescrito da seguinte forma:

$$N = c_p c_{p-1} \dots c_2 c_1 + 5^p \sum_{i=p+1}^n 5^{i-1-p} a_i 2^{i-1}. \quad (4)$$

Demonstra-se o resultado. Assim, como exemplo, tem-se que um número natural N será divisível por 625 se o número formado pelos algarismos das unidades de milhar, centenas, dezenas e unidades de N for divisível por 625.

Ademais, destaca-se o critério de divisibilidade por 6: diz-se que um número natural N é divisível por 6 se for divisível simultaneamente por 2 e por 3. Pela hipótese, existem números naturais a e b tais que $N = 2a = 3b$, com $a > b$, com isso $N = 6(a - b)$ provando-se o critério.

Critério de divisibilidade por 7. “Dado um número N , considere $N = 10b + a$, onde a é o algarismo das unidades de N . Se $b - 2a$ é divisível por 7, então N é divisível por 7” (NETO; NETO, 2020, p. 3). A demonstração: Seja N um número natural tal que $N = 10b + a$, onde a é o algarismo das unidades de N . Daí, $N = 7(b + a) + 3(b - 2a)$, logo se $b - 2a$ é divisível por 7, então N é divisível por 7. Assim, o número 196 é múltiplo de 7, uma vez que $19 - 2 \cdot 6 = 7$.

Segundo (DUTENHEFNER; CADAR, 2017, p. 57), “Um número é divisível por 10 quando termina em zero”. Para isso, escrevendo-se $N = 10b + a$ onde a é o algarismo das unidades de N .

2.3.2 Atividades Propostas

As técnicas de resolução de problemas matemáticos e a utilização dos materiais didáticos oferecidos pelo IMPA são as principais armas desenvolvidas pelo programa ONE. Destarte, o uso adequado dessas ferramentas pelos PEB é essencial para a desenvoltura dos alunos participantes do programa perante a OBMEP, bem como para o cumprimento de todos os objetivos determinadas pelo IMPA mediante o ONE.

Adiante, apresenta-se dois problemas e suas soluções sobre critérios de divisibilidade de modo a puder explanar os modelos de atividades presentes no plano pedagógico do programa ONE online 2020.

Problema proposto 1 (ARITMÉTICA - Ciclo 1/Atividade 1, 2020). Em cada um dos itens a seguir, utilize o critério apresentado para determinar o resto da divisão do número dado por 13.

(a) 83 246

(b) 2 613 934

Solução (a). Utilizando-se o critério de divisibilidade por 13 para o número 83 246 deve-se multiplicar cada algarismo desse número pelo respectivo coeficiente indicado na tabela a seguir. Observando-se que na primeira linha estão listados os algarismos do número dado, na sua ordem normal, e que na segunda linha consta os números da sequência 1, -3, -4, -1, 3, 4, 1, -3, -4, -1, ... começando do lado direito da tabela (os termos dessa sequência estão escritos da direita para a esquerda). Multiplicando-se os números

Tabela 1: Critério de Divisibilidade por 13.

Algarismos	8	3	2	4	6
Coeficientes	3	-1	-4	-3	1

Fonte: Construída pelos autores.

das colunas e somando-se os resultados obtém-se 7. Como $7 = 0 \cdot 13 + 7$ deixa resto 7 na divisão por 13, então o número 83 246 também deixa resto 7 na divisão por 13.

Solução (b). Aplicando-se o critério de divisibilidade por 13 para o número 2 613 934 deve-se multiplicar cada algarismo desse número pelo respectivo coeficiente indicado na tabela a seguir. Multiplicando-se

Tabela 2: Cálculo do Resto.

Algarismos	2	6	1	3	9	3	4
Coeficientes	1	4	3	-1	-4	-3	1

Fonte: Construída pelos autores.

os números das colunas e somando-se os resultados dessas multiplicações obtém-se resultado igual a -15.

Percebe-se que $15 = 1 \cdot 13 + 2$, isto é, na divisão do número 15 por 13 obtemos quociente $q = 1$ e resto $r = 2$. Logo, na divisão do número -15 por 13 tem-se quociente $-(q + 1) = -2$ e resto $13 - r = 11$.

Logo, pelo critério de divisibilidade por 13 conclui-se que o resto da divisão do número 2 613 934 por 13 é igual a 11.

Problema proposto 2 (ARITMÉTICA - Ciclo 1/Atividade 1, 2020). (a) Continuando como exemplificado anteriormente, utilizando a propriedade distributiva, mostre que podemos escrever $10^4 = 10 \cdot 10^3$ e $10^5 = 10 \cdot 10^4$ da seguinte forma: $10^4 = 13n + 3$ e $10^5 = 13m + 4$.

(b) No exemplo resolvido justificamos o critério de divisibilidade por 13 para um número com 4 algarismos. De modo análogo, justifique o critério de divisibilidade por 13 para um número $N = a_5a_4a_3a_2a_1a_0$ com 6 algarismos. Para isso, como já demonstrado, utilize que: $10 = 13 - 3$; $10^2 = 13a - 4$; $10^3 = 13b - 1$; $10^4 = 13c + 3$ ou $10^5 = 13d + 4$.

Solução (a). Sabe-se que $10 = 13 - 3$ e $10^3 = 13b - 1$. Daí, pela propriedade distributiva tem-se

$$10^4 = 10 \cdot 10^3 = (13 - 3) \cdot (13b - 1) = 13 \cdot (10b - 1) + 3. \quad (5)$$

Logo, $10^4 = 13n + 3$, com $n = 10b - 1$.

De modo análogo tem-se, $10^5 = 10 \cdot 10^4 = (13 - 3) \cdot (13c + 3) = 13 \cdot (10c + 2) + 4$. Logo, $10^5 = 13m + 4$.

Solução (b). Seja $N = a_5a_4a_3a_2a_1a_0$. Assim, representando-se as primeiras potências de 10 como $10 = 13 - 3$; $10^2 = 13a - 4$; $10^3 = 13b - 1$; $10^4 = 13c + 3$ e $10^5 = 13d + 4$ tem-se,

$$N = 13(da_5 + ca_4 + ba_3 + aa_2 + a_1) + (4a_5 + 3a_4 - a_3 - 4a_2 - 3a_3 + a_0) \quad (6)$$

Tabela 3: Prova do Critério de Divisibilidade por 13.

Algarismos	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
Coeficientes	4	3	-1	-4	-3	1

Fonte: Construída pelos autores

Logo, N e $4a_5 + 3a_4 - a_3 - 4a_2 - 3a_1 + a_0$ deixam o mesmo resto na divisão por 13.

Assim, multiplicando-se os números das colunas e somando-se os resultados dessas multiplicações obtém-se $4a_5 + 3a_4 - a_3 - 4a_2 - 3a_1 + a_0$, o qual deixará mesmo resto que N na divisão por 13..

3 Considerações Finais

Esse resumo buscou disseminar a formação dos professores do ensino básico participantes do Programa OBMEP na Escola online 2020. Apresentou alguns conceitos básicos da Aritmética, em particular, sobre critérios de divisibilidade vivenciados por uma turma composta por vinte e cinco professores e um Coordenador Orientador do estado do Ceará.

Utilizou-se como metodologia de pesquisa a quanti-quantitativa, a qual possibilitou analisar, descrever e demonstrar alguns resultados providos do Programa OBMEP na Escola Online devido à necessidade populacional de estar em quarentena e isolamento social, mediante a pandemia da COVID - 19.

Diante dos objetivos do trabalho e das hipóteses investigadas percebeu-se o alcance pela explanação das atividades acadêmicas desenvolvidas pelos PEB, bem como pelo uso das ferramentas tecnológicas apropriadas durante os encontros online, e também pela descrição e demonstração de algumas técnicas de resolução de problemas sobre critérios de divisibilidade.

Portanto, o Programa OBMEP na Escola tanto modalidade presencial quanto a distância permite aos professores do Ensino Básico: formação continuada, valorização profissional e intelectual necessárias e suficientes para desenvolvimento do mesmo, como também para cumprimento dos objetivos traçados pelo IMPA.

Referências

- [1] DUTENHEFNER, F.; CADAR, L. *Encontros de Aritmética*. Rio de Janeiro: IMPA, 2017.
- [2] GOOGLE. *Google Classroom*. Google Play. Disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.google.android.apps.classroom&hl=pt-BR>. Acesso em: 20 de jun. de 2020.
- [3] GOOGLE MEET. *Videochamadas premium. Agora gratuitas para todos*. Google. Disponível em: <https://apps.google.com/meet>. Acesso em: 20 de jun. de 2020.
- [4] IMPA. *Divulgada a lista de classificados para a 2ª fase da OBMEP 2019*. OBMEP. Disponível em: <https://impa.br/noticias/divulgada-a-lista-de-classificados-para-a-segunda-fase-da-obmep-2019/>. Acesso em: 20 de maio de 2020.
- [5] NETO, A. P; NETO, A. C. M. *Critérios de Divisibilidade*. Portal da Matemática. Disponível em: <https://portaldaoimpepa.br/index.php/modulo/ver?modulo=23>. Acesso em: 03 de maio de 2020.
- [6] OBMEP. *Regulamento 2019*. OBMEP na Escola. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/na-escola.htm>. Acesso em: 15 de maio de 2019.
- [7] OBMEP. *Regulamento 2020*. Sistema Acadêmico da OBMEP. Disponível em: <http://obmepnaescola.obmep.org.br/>. Acesso em: 10 de maio de 2020.
- [8] OBMEP. *OBMEP 2020: Olimpíada não será cancelada*. IMPA. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/destaques.DO?id=697>. Acesso em: 15 de maio de 2020.
- [9] OBMEP NA ESCOLA. *Sistema Acadêmico*. IMPA. Disponível em: <https://one.sisacad.obmep.org.br/Vigente/portal/login>. Acesso em: 15 de maio de 2020.