Lesson2: 算法的时间复杂度和空间复杂度

【本节目标】

- **1.算法效率**
- **2.时间复杂度**
- **3.空间复杂度**
- **4. 常见时间复杂度以及复杂度oj练习**

1.算法效率

1.1 如何衡量一个算法的好坏

> 如何衡量一个算法的好坏呢？比如对于以下斐波那契数列：

```
long long Fib(int N)
{
    if(N < 3)
        return 1;

    return Fib(N-1) + Fib(N-2);
}
```

> 斐波那契数列的递归实现方式非常简洁，但简洁一定好吗？那该如何衡量其好与坏呢？

1.2 算法的复杂度

> 算法在编写成可执行程序后，运行时需要耗费时间资源和空间(内存)资源 。因此**衡量一个算法的好坏，一般是从时间和空间两个维度来衡量的**，即时间复杂度和空间复杂度。
>
> **时间复杂度主要衡量一个算法的运行快慢，而空间复杂度主要衡量一个算法运行所需要的额外空间。**在计算机发展的早期，计算机的存储容量很小。所以对空间复杂度很是在乎。但是经过计算机行业的迅速发展，计算机的存储容量已经达到了很高的程度。所以我们如今已经不需要再特别关注一个算法的空间复杂度。

1.3 复杂度在校招中的考察

腾讯C++后台开发实习凉经

2天前 71

【一面】2小时

1. vector扩容机制
2. 红黑树了解吗，红黑树的插入、删除（直接放弃）
3. hash冲突是什么，如果单链长度太长怎么办
4. 快排堆排归并时间复杂度，快排最坏的情况，怎么推导的
5. 进程间通信的区别，消息队列，共享内存，管道
6. 三个编程题：strstr，堆排，实现hash的插入、查询、删除
7. select、epoll了解吗
8. 文件系统了解吗
9. erase删除会返回什么
10. const作用，const变量一定不能改嘛
11. exteren “c”作用
12. static关键字作用，修饰函数时作用
13. quic是什么？ 这个听都没听说过
14. 让我设计一个买票系统，不知道咋设计，gameover
15. TCP三次握手，滑动窗口，我给他画了图，他让我别画了

剑指 Offer 56 - I. 数组中数字出现的次数

难度 中等 361

一个整型数组 `nums` 里除两个数字之外，其他数字都出现了两次。请写程序找出这两个只出现一次的数字。要求时间复杂度是O(n)，空间复杂度是O(1)。

校园招聘的在笔试算法题和面试中都会考察对复杂度的计算和理解

示例 1：

```
输入：nums = [4,1,4,6]
输出：[1,6] 或 [6,1]
```

2.时间复杂度

2.1 时间复杂度的概念

时间复杂度的定义：在计算机科学中，**算法的时间复杂度是一个函数**，它定量描述了该算法的运行时间。一个算法执行所耗费的时间，从理论上说，是不能算出来的，只有你把你的程序放在机器上跑起来，才能知道。但是我们需要每个算法都上机测试吗？是可以都上机测试，但是这很麻烦，所以才有了时间复杂度这个分析方式。一个算法所花费的时间与其中语句的执行次数成正比例，**算法中的基本操作的执行次数，为算法的时间复杂度。**

即：找到某条基本语句与问题规模N之间的数学表达式，就是算出了该算法的时间复杂度。

```
1  // 请计算一下Func1中++count语句总共执行了多少次?
2  void Func1(int N)
3  {
4  int count = 0;
5  for (int i = 0; i < N ; ++ i)
6  {
7      for (int j = 0; j < N ; ++ j)
8      {
9          ++count;
10     }
11 }
12
13 for (int k = 0; k < 2 * N ; ++ k)
14 {
15     ++count;
16 }
17
18 int M = 10;
19 while (M--)
20 {
21     ++count;
22 }
23
```

一个算法运行时间跟硬件配置有关，所以同样一个算法是没办法算出准确时间的

```
24  printf("%d\n", count);
25  }
```

Func1 执行的基本操作次数：

$$F(N) = N^2 + 2 * N + 10$$

- N = 10　　F(N) = 130
- N = 100　　F(N) = 10210
- N = 1000　　F(N) = 1002010

实际中我们计算时间复杂度时，我们其实并不一定要计算精确的执行次数，而只需要**大概执行次数，那么这里我们使用大O的渐进表示法。**

2.2 大O的渐进表示法

大O符号（Big O notation）：是用于描述函数渐进行为的数学符号。

推导大O阶方法：

1、用常数1取代运行时间中的所有加法常数。

2、在修改后的运行次数函数中，只保留最高阶项。

3、如果最高阶项存在且不是1，则去除与这个项目相乘的常数。得到的结果就是大O阶。

使用大O的渐进表示法以后，Func1的时间复杂度为：

$$O(N^2)$$

- N = 10　F(N) = 100
- N = 100　F(N) = 10000
- N = 1000 F(N) = 1000000

通过上面我们会发现大O的渐进表示法**去掉了那些对结果影响不大的项**，简洁明了的表示出了执行次数。

另外有些算法的时间复杂度存在最好、平均和最坏情况：

最坏情况：任意输入规模的最大运行次数(上界)

平均情况：任意输入规模的期望运行次数

最好情况：任意输入规模的最小运行次数(下界)

例如：在一个长度为N数组中搜索一个数据x

最好情况：1次找到

最坏情况：N次找到

平均情况：N/2次找到

在实际中一般情况关注的是算法的最坏运行情况，所以数组中搜索数据时间复杂度为O(N)

2.3常见时间复杂度计算举例

实例1：

```c
// 计算Func2的时间复杂度?
void Func2(int N)
{
    int count = 0;
    for (int k = 0; k < 2 * N ; ++ k)
    {
        ++count;
    }

    int M = 10;
    while (M--)
    {
        ++count;
    }

    printf("%d\n", count);
}
```

实例2:

```c
// 计算Func3的时间复杂度?
void Func3(int N, int M)
{
    int count = 0;
    for (int k = 0; k < M; ++ k)
    {
        ++count;
    }

    for (int k = 0; k < N ; ++ k)
    {
        ++count;
    }
    printf("%d\n", count);
}
```

实例3:

```c
// 计算Func4的时间复杂度?
void Func4(int N)
{
    int count = 0;
    for (int k = 0; k < 100; ++ k)
    {
        ++count;
    }
    printf("%d\n", count);
}
```

实例4:

```c
// 计算strchr的时间复杂度?
const char * strchr ( const char * str, int character );
```

实例5:

```c
// 计算BubbleSort的时间复杂度?
void BubbleSort(int* a, int n)
{
    assert(a);
    for (size_t end = n; end > 0; --end)
    {
        int exchange = 0;
        for (size_t i = 1; i < end; ++i)
        {
            if (a[i-1] > a[i])
            {
                Swap(&a[i-1], &a[i]);
                exchange = 1;
            }
        }

        if (exchange == 0)
            break;
    }
}
```

实例6:

```c
// 计算BinarySearch的时间复杂度?
int BinarySearch(int* a, int n, int x)
{
    assert(a);

    int begin = 0;
    int end = n-1;
    // [begin, end]: begin和end是左闭右闭区间，因此有=号
    while (begin <= end)
    {
        int mid = begin + ((end-begin)>>1);
        if (a[mid] < x)
            begin = mid+1;
        else if (a[mid] > x)
            end = mid-1;
        else
            return mid;
    }

    return -1;
}
```

实例7:

```
// 计算阶乘递归Fac的时间复杂度?
long long Fac(size_t N)
{
    if(0 == N)
        return 1;

    return Fac(N-1)*N;
}
```

F(10000)是递归深度过深导致栈溢出
(栈空间不够了)

实例8:

```
// 计算斐波那契递归Fib的时间复杂度?
long long Fib(size_t N)
{
    if(N < 3)
        return 1;

    return Fib(N-1) + Fib(N-2);
}
```

实例答案及分析:

1. 实例1基本操作执行了2N+10次，通过推导大O阶方法知道，时间复杂度为 O(N)
2. 实例2基本操作执行了M+N次，有两个未知数M和N，时间复杂度为 O(N+M)
3. 实例3基本操作执行了10次，通过推导大O阶方法，时间复杂度为 O(1)
4. 实例4基本操作执行最好1次，最坏N次，时间复杂度一般看最坏，时间复杂度为 O(N)
5. 实例5基本操作执行最好N次，最坏执行了(N*(N+1)/2次，通过推导大O阶方法+时间复杂度一般看最坏，时间复杂度为 O(N^2)
6. 实例6基本操作执行最好1次，最坏O(logN)次，时间复杂度为 O(logN) ps：logN在算法分析中表示是底数为2，对数为N。有些地方会写成lgN。（建议通过折纸查找的方式讲解logN是怎么计算出来的）
7. 实例7通过计算分析发现基本操作递归了N次，时间复杂度为O(N)。
8. 实例8通过计算分析发现基本操作递归了2^N次，时间复杂度为O(2^N)。（建议画图递归栈帧的二叉树讲解）

3.空间复杂度

额外

空间复杂度也是一个数学表达式，是对**一个算法在运行过程中临时占用存储空间大小的量度**。

空间复杂度不是程序占用了多少bytes的空间，因为这个也没太大意义，所以空间复杂度算的是变量的个数。空间复杂度计算规则基本跟实践复杂度类似，也使用**大O渐进表示法**。

注意：**函数运行时所需要的栈空间(存储参数、局部变量、一些寄存器信息等)在编译期间已经确定好了，因此空间复杂度主要通过函数在运行时候显式申请的额外空间来确定。**

实例1:

空间是可以被重复利用给的，而时间不可以

```
// 计算BubbleSort的空间复杂度?
void BubbleSort(int* a, int n)
{
```

```
    assert(a);
    for (size_t end = n; end > 0; --end)
    {
        int exchange = 0;
        for (size_t i = 1; i < end; ++i)
        {
            if (a[i-1] > a[i])
            {
                Swap(&a[i-1], &a[i]);
                exchange = 1;
            }
        }

        if (exchange == 0)
            break;
    }
}
```

实例2:

```
// 计算Fibonacci的空间复杂度?
// 返回斐波那契数列的前n项
long long* Fibonacci(size_t n)
{
    if(n==0)
         return NULL;

    long long * fibArray = (long long *)malloc((n+1) * sizeof(long long));
    fibArray[0] = 0;
    fibArray[1] = 1;
    for (int i = 2; i <= n ; ++i)
    {
        fibArray[i] = fibArray[i - 1] + fibArray [i - 2];
    }

    return fibArray;
}
```

实例3:

```
// 计算阶乘递归Fac的空间复杂度?
long long Fac(size_t N)
{
    if(N == 0)
        return 1;

    return Fac(N-1)*N;
}
```

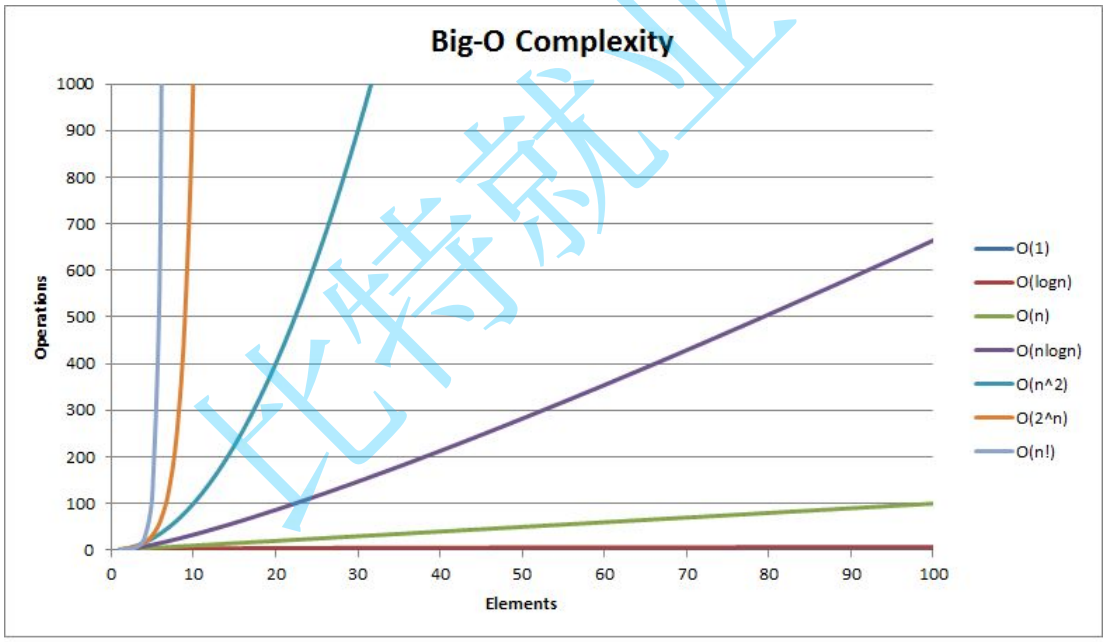
实例答案及分析:

1. 实例1使用了常数个额外空间，所以空间复杂度为 O(1)
2. 实例2动态开辟了N个空间，空间复杂度为 O(N)
3. 实例3递归调用了N次，开辟了N个栈帧，每个栈帧使用了常数个空间。空间复杂度为O(N)

4. 常见复杂度对比

一般算法常见的复杂度如下：

5201314	O(1)	常数阶
3n+4	O(n)	线性阶
3n^2+4n+5	O(n^2)	平方阶
3log(2)n+4	O(logn)	对数阶
2n+3nlog(2)n+14	O(nlogn)	nlogn阶
n^3+2n^2+4n+6	O(n^3)	立方阶
2^n	O(2^n)	指数阶



5. 复杂度的oj练习

3.1消失的数字OJ链接： https://leetcode-cn.com/problems/missing-number-lcci/

示例 1：

```
输入：[3,0,1]
输出：2
```

```
0 1 2 3
3 0 1
```

示例 2：

```
输入：[9,6,4,2,3,5,7,0,1]
输出：8
```

```
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
9 6 4 2 3 5 7 0 1
```

3.2 旋转数组OJ链接：https://leetcode-cn.com/problems/rotate-array/

思路一：

```
输入: nums = [1,2,3,4,5,6,7], k = 3
输出: [5,6,7,1,2,3,4]
解释:
向右旋转 1 步: [7,1,2,3,4,5,6]
向右旋转 2 步: [6,7,1,2,3,4,5]
向右旋转 3 步: [5,6,7,1,2,3,4]
```

思路二：

```
输入: nums = [1,2,3,4,5,6,7], k = 3
输出: [5,6,7,1,2,3,4]
```

```
4 3 2 1 5 6 7   前n-k个逆置
4 3 2 1 7 6 5   后k个逆置
5 6 7 1 2 3 4   整体逆置
```