

# 金融工程研究金融工程专题报告

证券研究报告 2023年12月27日

#### 相关研究

《选股因子系列研究(九十一)——组合规模、交易成本和大单冲击对因子表现的影响分析》2023.12.13

《从质疑到成为: 微盘股行情的逻辑和本质》2023.12.11

《量化这一年:希望、考验、突破》 2023.12.11

分析师:余浩淼 Tel:(021)23185650 Email:yhm9591@haitong.com 证书:\$0850516050004

# 选股因子系列研究(九十二)——组合约束对 其收益表现的影响分析

#### 投资要点:

- 添加换手率,跟踪误差控制约束条件后,提高多头股票权重已无法提升超额收益。 纯多头组合选取的是预期收益最高的若干只股票,而最低权数分组加权方法提升 的恰恰是对这部分股票的预测效果。加入各种约束条件后,都使得组合中的股票 不再全部来自于预期收益较高的那部分股票。因此,完全以提升多头部分占多空 收益比例 R\_(long-ratio)为目标的改进方案,无法获得预期的收益改善效果。而其 降低多空收益 R 的劣势则会被充分反应,使组合的收益表现出现下滑。
- 约束的增强组合构建过程可转化为标准形式的线性规划问题,通过蒙特卡洛模拟可以找到可行域范围的顶点中权重普遍较低甚至为 0 的股票。目前最为常用的指数增强组合的约束条件,主要针对市值、非线性市值、估值的暴露和行业、个股的偏离等,结合组合总权重等隐性约束条件,可将带约束的增强组合构建过程转化为标准形式的线性规划问题。对于标准形式的线性规划问题,如果存在有界的最优解,那么至少有一个最优解在其可行域的顶点上。通过蒙特卡洛模拟方法,可以近似找到给定约束条件下所有可行域范围的顶点,并找到这些顶点中权重普遍较低甚至为 0 的股票,在计算因子收益时降低它们的权重,应当可以起到提升增强组合收益的效果。
- 通过蒙特卡洛模拟获得权重参考系数进行加权,可以提升组合表现。利用蒙特卡洛模拟法得到的权重参考系数代表了任意预期收益序列下,股票进入增强组合的概率,其极大值与极小值可能更具代表性。调低(高)权重参考系数极大(小)值股票的权重后,指数增强组合理论年化超额收益有一定程度提升。在考虑成本并压缩换手的情况下,只降低权数极小值股票的权重,依然可以提升组合表现。
- 风险提示。本报告所有分析均基于公开信息,不构成任何投资建议;权益产品收益波动较大,适合具备一定风险承受能力的投资者持有。



### 目 录

1.	股票相	双重与纯多头组合选股效果	5
	1.1	多头加权法下,纯多头组合的理论表现	5
	1.2	多头加权法下,纯多头组合考虑换手与交易成本后的表现	7
	1.3	多头加权法下,指数增强组合考虑换手与交易成本后的表现	8
2.	指数均	曾强约束下的股票权重设定	9
	2.1	增强组合构建的线性规划基本型转换	9
	2.2	组合优化情景下线性规划解的特性	11
	2.3	基于蒙特卡洛模拟的股票权重设定	11
	2.4	基于蒙特卡洛模拟的加权指数增强表现	12
3.	思考.		14
1	团队	星元	1/



## 图目录

图 1	不同因子收益加权组合全市场理论超额(2017.01-2023.09)6
图 2	不同因子收益加权全市场组合收益率超额(2017.01-2023.09)7
图 3	因子收益加权 300 增强组合收益率超额 (2017.01-2023.09)8
图 4	因子收益加权 500 增强组合收益率超额 (2017.01-2023.09)8
图 5	沪深 300 不同权重参考系数股票占比(2017.01-2023.09)12
图 6	中证 500 不同权重参考系数股票占比(2017.01-2023.09)12
图 7	蒙特卡洛模拟加权 300 增强组合理论超额(2017.01-2023.09)13
图 8	蒙特卡洛模拟加权 500 增强组合理论超额(2017.01-2023.09)13
图 9	蒙特卡洛模拟加权 300 增强组合收益率超额(2017.01-2023.09)13
图 10	蒙特卡洛模拟加权 500 增强组合收益率超额 (2017 01-2023 09) 13



# 表目录

09)6	不同因子收益加权组合全市场理论超额统计(2017.01-2023	表 1
01-2023.09 )7	因子收益加权前后因子收益权重变化与因子多空表现(2017	表 2
3.09)8	不同因子收益加权全市场组合收益率超额统计(2017.01-20	表 3
9	因子收益加权增强组合收益率超额统计(2017.01-2023.09)	表 4
13	蒙特卡洛模拟加权增强组合理论超额(2017.01-2023.09)	表 5
14	蒙特卡洛模拟加权增强组合超额收益(2017.01-2023.09)	表 6



#### 1. 股票权重与纯多头组合选股效果

#### 1.1 多头加权法下, 纯多头组合的理论表现

多因子模型最简单的形式为等权的纯多头组合。简单来说,直接选取全市场范围内, 预期收益最高的 N 只股票构建等权组合。然而,很多时候我们发现,在多因子模型中加入 IC 较高的因子,并不一定能提升纯多头组合的业绩表现。

股票的预期收益通常利用回归法计算。即,先利用截面回归算出过去 N 期多因子模型中,每个因子的回归系数,该系数过去 N 期的均值即为因子收益。然后,将当期每个股票的每个因子值乘以对应的因子收益,求和得到该股票的预期收益。

由于因子值往往会经过标准化与去极值的处理,所以回归得到的因子收益等价于因子 IC 除以当期所有股票收益率的标准差。因此,高 IC 的因子也有着更高的因子收益,在最终股票预期收益的计算中对应更高的因子权重。

但由因子 IC 的计算公式可知,它是由因子多空两端的选股效果共同决定的。而在计算预期收益并选取股票时,由于没有做空机制,就需要因子在多头端有更好的表现,才可以保证预期收益对实际收益有更好的预测效果。因此,如果某个因子的高 IC 主要得益于其空头端优秀的选股效果,虽然其在多头端没有选股能力,却依然会在计算股票预期收益的过程中获得非常高的因子权重。尽管因子空头端的选股能力对于防止差股票进入组合有一定的效果,但由于有很高的因子权重,无效的多头端表现更有可能扰乱,甚至拉低纯多头组合的表现。

造成上述问题的主要原因在于,计算因子收益时,没有考虑到因子 IC 及其对应的因子收益的构成来源,等权的计算方法错误地抬高了多头表现较差的因子权重。因此,如果我们换一种角度,在计算因子收益的过程中,给多头股票更高的权重,从而降低 IC 较高,但多头端选股效果羸弱的因子收益,削弱这部分因子对出多头组合的影响。那么,相比用等权方法计算因子收益,应当可以获得更好的组合表现。

我们选取 ROE、SUE、分析师高评分数(股票过去3个月在分析师报告中被给予最高评级的数量)、换手率、反转、特质波动、非流动性、尾盘成交占比、买入意愿强度、大单净买入占比、高频深度学习因子和日频深度学习因子共12个因子,对其进行市值、非线性市值、估值及行业中性化的处理和逐次正交。在全市场范围内,通过加权最小二乘回归,计算多因子模型的因子收益,得到预期收益。以周度为换仓频率,选取预期收益最高100个股票构建三个等权纯多头组合。其中,加权最小二乘回归的股票权重由如下三种方式确定。

- 等权法: 计算因子收益时, 每个股票等权。
- 分组加权法: 计算因子收益时,对股票历史收益率分组,给历史收益较高的股票更高权重。
- 最低权数分组加权: 计算因子收益时,对股票历史收益率分组,给历史收益较高股票更高的权重,同时保证低收益组获得的权重与高收益组权重的差距不至于过大。

后两种加权方法都需对股票收益率分组,并对组内股票加权。具体加权方式如下,

$$w_i = w_{min} + (g_I - g_0)/(g_N - g_0) * (1 - w_{min})$$

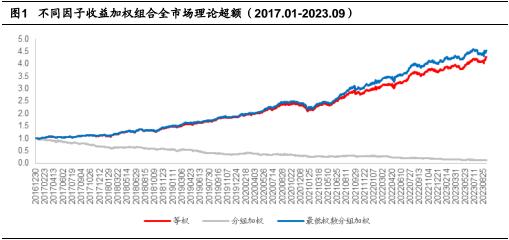
其中, $w_i$ 为股票 i 的权数。 $w_{min}$ 为设定的最小权数,为大于等于 0、小于等于 1 的小数。我们将股票收益率按照 k-median 算法进行聚类后,分为 N 组,N 等于股票总数除以 100。然后用指数加权移动平均算法,确定最小的第 0 组权数 $g_0$  到最大的第 N 组权



数 $g_N$ 。这里, $g_i$ 为股票 i 所在分组的权数。

分组加权与最低权数分组加权的差异在于 $w_{min}$ 的设定,前者完全参照股票收益加权,因此最小权数 $w_{min}$ 为 0,目的是尽可能在权重中体现不同股票收益率的差距;后者则设定 $w_{min}$ 为 0.9,目的是使权重最小股票与最大股票的权重差异不超过 90%。

为了最大限度地避免其他因素对组合表现的干扰,我们先比较三种加权方式所对应组合的理论收益率。即,以前收盘价计算且不考虑任何交易成本的累计净值,相对中证全指的超额收益表现(下同),结果如以下图表所示。



资料来源: Wind,海通证券研究所

表 1 不同因子收益加权组合全市场理论超额统计(2017.01-2023.09)

	等权	分组加权	最低权数分组加权
年化超额收益	24.5%	-26.1%	25.6%
信息比	2.656	-1.422	2.726
2017	13.8%	-33.0%	14.7%
2018	28.6%	-17.0%	29.8%
2019	28.2%	-33.6%	27.5%
2020	20.6%	-16.6%	24.0%
2021	33.4%	-2.4%	38.4%
2022	23.8%	-41.2%	25.7%
2023	14.5%	-24.2%	10.8%

资料来源: Wind, 海通证券研究所

当我们不限定最低权数,完全按照股票收益率加权计算因子收益时,会严重破坏因子表现,使所有因子彻底失效。而当控制股票收益率权重,使收益率最低股票的权重不低于收益率最高股票的90%时,组合年化收益与信息比均有一定程度的提升。因此,后文中,我们只考察最低权数分组加权方法的特性。

下表展示了在使用新的加权方式计算因子收益后,12个因子的权重 $weight_{f_i}$ 以及因子的多空收益和多头超额收益。因子权重 $weight_{f_i}$ 的定义如下,

$$weight_{f_i} = \frac{abs(Revenue_{f_i})}{\sum_{i=1}^{n} abs(Revenue_{f_i})}$$

其中, $abs(Revenue_{f_i})$ 为因子i的回归系数(因子收益)的绝对值。



#### 表 2 因子收益加权前后因子收益权重变化与因子多空表现(2017.01-2023.09)

	等权因子权重	最低权数分组加权因子权重	权重变动	多空收益	多头超额	多头超额占比
ROE	8.88%	9.01%	0.13%	0.48%	0.17%	34.5%
分析师高评分数	4.11%	4.43%	0.33%	0.18%	0.12%	66.1%
SUE	6.58%	7.16%	0.57%	0.31%	0.17%	54.7%
特质波动	10.90%	9.96%	-0.94%	0.49%	0.17%	33.4%
换手率	12.49%	11.00%	-1.50%	-0.85%	0.18%	21.6%
反转	9.09%	7.94%	-1.15%	-0.69%	-0.04%	-5.8%
非流动性	2.65%	2.74%	0.09%	0.18%	-0.02%	-11.8%
尾盘成交占比	5.91%	6.53%	0.62%	-0.31%	0.00%	1.1%
买入意愿强度	5.81%	6.16%	0.35%	0.21%	0.00%	-1.5%
大单净买入占比	13.11%	14.02%	0.90%	0.63%	0.26%	40.6%
高频深度学习因子	10.64%	11.05%	0.41%	0.86%	0.32%	37.3%
日频深度学习因子	8.03%	8.02%	-0.01%	0.65%	0.19%	29.5%
等权组合复合因子	-	-	-	1.77%	0.41%	23.4%
最低权数分组加权复合因子	-	-	-	1.75%	0.44%	25.0%

资料来源: Wind, 海通证券研究所

权重明显下降的三个因子——特质波动、换手率和反转中,除反转因子外,并没有明显的多头收益较低的特征;而多头收益为负的非流动性因子,权重未受到显著影响;权重本来较低的尾盘成交占比和买入意愿强度因子,反而有所上升。因子复合后,多空收益略有下降,但多头超额收益及多头超额收益占比都有所提升,这也是表 1 中最低权数分组加权纯多头组合收益提升的主要原因。

以上对比表明,分组加权的方式对参数有一定的依赖性,将空头股票权重降为 0 所得到的因子收益,使因子几乎完全丧失了对未来股票收益的预测能力。而上文设定的 0.9,也未必是最优参数。

#### 1.2 多头加权法下,纯多头组合考虑换手与交易成本后的表现

上一节讨论了不同因子收益加权方式所构建的纯多头组合,在不考虑交易成本时的理论收益。然而,在实际应用中,交易成本对组合收益的影响不可忽视,尤其是在周度换仓的频率下。因此,我们进一步加入换手率不高于30%的约束条件,尽可能降低高换手产生的交易成本,对组合真实收益的影响。

以下图表展示了考虑交易成本和添加换手率约束后,等权与最低权数分组加权构建 纯多头组合的累计及分年度超额收益。



资料来源: Wind,海通证券研究所



表37	(同因子	收益加权全市	场组合收益	率超额统计(	(2017.01-2023.09)
-----	------	--------	-------	--------	-------------------

	等权	最低权数分组加权
年化超额收益	13.4%	13.7%
信息比	1.480	1.524
2017	0.1%	0.5%
2018	10.7%	9.4%
2019	10.2%	12.7%
2020	11.4%	15.4%
2021	28.3%	29.8%
2022	16.2%	18.6%
2023	13.7%	6.8%

资料来源: Wind, 海通证券研究所

考虑交易成本后,最低权数分组加权方法相对等权方法的收益提升程度显著下降, 尤以 2023 年最为明显。我们猜测,这可能源于添加了换手率的约束。

#### 1.3 多头加权法下,指数增强组合考虑换手与交易成本后的表现

相较纯多头组合,指数增强组合是更为普适的产品形式。而其中,又以沪深 300 与中证 500 指数增强最为常见。为了控制跟踪误差,指数增强组合往往会约束市值、非线性市值、估值等风险因子的暴露,同时控制行业、个股和成分股的偏离。本节在构建指数增强组合的过程中,设定如下约束条件。

- a. 组合在市值、非线性市值和估值上的暴露相对指数的偏离不超过 0.3。
- b. 当个股不属于指数成分股或者属于指数成分股但在指数中的权重 $\mathbf{w}_i$ 小于 1%,那么它在组合中的权重范围为 0%-1%;当个股在指数中的权重 $\mathbf{w}_i$ 超过 1%,那么它在组合中的权重范围为 $\mathbf{w}_i$  1%到 $\mathbf{w}_i$  +  $\mathbf{min}$ (1%,  $\mathbf{w}_i$  1%)。
- c. 当行业在指数中的权重 $\mathbf{w}_i$ 小于 2%时,它在组合中的权重范围为 0%-2%; 在指数中的权重 $\mathbf{w}_i$ 为 2%-4%时,它在组合中的权重范围为 $\mathbf{w}_i$  2%到 4%。在指数中的权重 $\mathbf{w}_i$ 大于 4%时,它在组合中的权重范围为 $\mathbf{w}_i$  2%到  $\mathbf{w}_i$  +  $\mathbf{min}(\mathbf{w}_i$  \* 0.1,  $\mathbf{w}_i$  4%)。

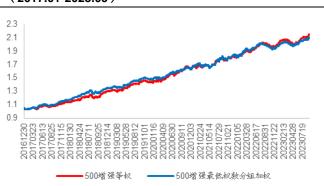
我们分别采用等权与最低权数分组加权两种因子复合方式,在控制换手率不超过 30%的情况下,得到沪深 300 和中证 500 增强组合,其累计和分年度超额收益如以下图 表所示。

### 图3 因子收益加权 300 增强组合收益率超额 (2017.01-2023.09)



资料来源: Wind, 海通证券研究所

# 图4 因子收益加权 500 增强组合收益率超额 (2017.01-2023.09)



资料来源: Wind, 海通证券研究所



衣 4 囚寸收益加权增强组合收益率超额统计(2017.01-2023.09)					
	300 增强等权	300 增强最低权数分组 加权	500 增强等权	500 增强最低权数分组 加权	
年化超额收益	5.3%	4.8%	11.8%	11.4%	
信息比	1.521	1.299	2.357	2.265	
2017	7.8%	9.6%	9.3%	12.6%	
2018	3.9%	3.1%	15.3%	15.6%	
2019	5.0%	3.7%	10.7%	10.1%	
2020	7.7%	6.2%	17.0%	14.4%	
2021	7.1%	6.1%	9.3%	9.3%	
2022	1.5%	2.5%	11.7%	9.0%	
2023	2.6%	0.7%	5.2%	4.8%	

丰 1 田子收关加切墙路如入收关家规额经计(2017 01-2022 00)

资料来源: Wind, 海通证券研究所

对于增强组合而言,利用最低权数分组加权的方式提高多头股票权重,已无法提升超额收益。相反,改变权重使因子在全市场范围内选股能力下滑的劣势却进一步凸显。结合 1.2 节中只添加换手率约束便得最低权数分组加权的纯多头组合,相对等权组合的收益提升效果下降,我们可以认为,该加权方法之所以只对纯多头组合有效,是因为纯多头组合选取的是预期收益最高的若干只股票,而最低权数分组加权方法提升的恰恰是对这部分股票的预测效果。我们通过以下的论证过程加以说明。

假设复合因子的多空收益为R,多头端和空头段的股票收益分别为 $R_{long}$ 和 $R_{short}$ ,于是有,

$$R = R_{long} - R_{short}$$

多头收益占多空收益的比例记为,

$$R_{long-ratio} = R_{long}/R$$

当我们采用最低权数分组加权时,本质上是给多头端股票以更高权重。但这也会使多空收益R出现一定程度的下降,而 $R_{long-ratio}$ 则会有一定程度的提升。因此,控制最小权数等价于在多空收益R的下降与多头收益占多空收益的比例 $R_{long-ratio}$ 的提升之间寻求平衡,从而保证多头收益 $R_{long}$ 得到改进。显然,将最小权数设定为0,使多因子模型完全丧失收益预测能力,多空收益R大幅下降,甚至为负。此时,无论 $R_{long-ratio}$ 提升多少,都无法改进 $R_{long}$ 。

综上所述,无论是简单加入换手率约束,还是为了构建沪深 300、中证 500 指数增强组合而加入的更复杂的约束条件,都使得组合中的股票不再全部来自于预期收益较高的那部分股票。因此,像最低权数分组加权这样的,完全以提升多头部分占多空收益比例R<sub>long-ratio</sub>为目标的改进方案,自然无法获得预期的收益改善效果。而这种方法降低多空收益**R**的劣势则会被充分反应,使得组合的收益表现反而出现下滑。

### 2. 指数增强约束下的股票权重设定

由上文的分析可知,构建组合过程中添加的约束对股票入选组合的概率有很强的影响力。因此,我们希望可以找到一种简便方法,刻画在特定约束条件下,每只股票入选组合的概率。

#### 2.1 增强组合构建的线性规划基本型转换

如 1.3 节所示,目前最为常用的指数增强组合的约束条件,主要针对市值、非线性市值、估值的暴露和行业、个股的偏离。如果需要更加严格,也会考虑加入换手、特质波动等风险因子暴露的约束。因此,在不控制组合换手率的情况下,结合组合总权重等隐性约束条件,我们可将带约束的增强组合构建过程,转化为如下的最优化问题。

$$\max \sum_{i=0}^{n} c_i * x_i \quad (1)$$

$$s.t1 \ge \sum_{i=0}^{n} x_i \ge 0.95$$
 (2)

$$mv_{index} + 0.3 \ge \sum_{i=0}^{n} mv_i * x_i \ge mv_{index} - 0.3$$
 (3)

$$nlmv_{index} + 0.3 \ge \sum_{i=0}^{n} nlmv_i * x_i \ge nlmv_{index} - 0.3 \quad (4)$$

$$pb_{index} + 0.3 \ge \sum_{i=0}^{n} pb_i * x_i \ge pb_{index} - 0.3$$
 (5)

$$Pctmax_{indus_m} \ge \sum_{i \in I_{indus_m}} x_i \ge Pctmin_{indus_m} \quad (6)$$

.....

 $Pctmax_i \ge x_i \ge Pctmin_i$  (7)

....

其中, $c_i$ 和 $x_i$ 分别表示第 i 个股票的预期收益和权重。(1)式为目标函数;(2)式为组合的总权重约束,即,组合总权重在 95%到 100%之间;(3)式为市值约束, $mv_{index}$ 表示指数的市值暴露, $mv_i$ 表示股票 i 的市值暴露,即,组合总市值暴露与指数的偏离不超过 0.3;(4)式和(5)式分别为非线性市值与估值的约束,即,组合在非线性市值与估值上的暴露与指数的偏离不超过 0.3; $nlmv_{index}$ 为指数的非线性市值暴露, $nlmv_i$ 为第 i 个股票的非线性市值暴露, $pb_{index}$ 为指数的估值暴露, $pb_i$ 为第 i 个股票的估值暴露。(6) 式及以下省略的 29 个不等式,为组合的行业约束, $Pctmax_{indus_m}$ 与 $Pctmin_{indus_m}$ 分别为组合在行业 m 占比的上/下限,计算方法与 1.3 节中的约束 c 相同。(7)式为个股权重约束, $Pctmax_i$ 与 $Pctmin_i$ 分别为第 i 个股票在组合中的权重上/下限,计算方法与 1.3 节中的约束 b 相同。

上述带约束的优化问题可进一步转化为下述线性规划问题的标准形式,

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} c^T * x$$

$$s.t A * x = b, x \ge 0$$

其中, $c^T$ 即股票预期收益向量。由于是求最小值,因此需将全部股票的预期收益\*-1。同时,为将原始约束条件转化为 $A*x=b,x\geq 0$ 的形式,需要进行以下调整。

首先,对于 $Pctmin_i$ 大于 0,即权重最低的股票,在其个股约束条件中减去该最低权重,从而使其变为满足 $x_i \geq 0$ 条件的新权重。再将行业、市值等其他约束条件中的 $x_i$ 替换为新的 $x_i$ ,并根据 $x_i$ 的系数,对这些约束条件的上下界做出相应调整。

其次,将(2)到(6)中同时拥有上下界的约束条件全部调整为 $a^T * x \leq b_i$ 的形式,其中



下界大于 0 的条件需要转化为两个条件。

最后,对所有行列式填充虚拟变量,构建系数矩阵A,满足A\*x=b这一形式。假设该期有股票数 n,扩充后的约束条件数为 m,则约束矩阵 A 为(n+m,2n+m)的二维矩阵。对应地,向量 b 为(n+m,1)的一维向量。

#### 2.2组合优化情景下线性规划解的特性

对于标准形式的线性规划问题,如果存在有界的最优解,那么至少有一个最优解在其可行域的顶点上。也就是说,当组合优化问题给定了约束条件,除非因约束条件互相矛盾无法求解,则无论给出怎样的股票预期收益,最优解一定位于约束条件确定的可行域顶点处,即在一个有限的离散域中。

一般情况下,指数增强组合的约束条件不与收益因子的选择,股票预期收益的计算有直接关系。如果约束条件确定的所有可行域顶点中,某些股票的权重均非常低;甚至更极端的情况下,部分股票在所有顶点处的权重均为 0,那么,无论多因子模型对这些股票的预期收益有多高,均无法入选增强组合。换言之,它们对增强组合的贡献为 0。如果多因子模型中的某几个因子的收益 (IC)主要由这些股票贡献,且这几个因子在模型中有着较高的权重,那么它们大概率无法对增强组合产生正向选股贡献。

因此,如果我们可以事先计算出给定约束条件下,所有可行域范围的顶点,并找到 这些顶点中权重普遍较低甚至为 0 的股票,那么只需要在计算因子收益时降低它们的权 重,应当可以起到提升增强组合收益的效果。

#### 2.3 基于蒙特卡洛模拟的股票权重设定

计算可行域的全部顶点以遍历所有可能的最优解,本身也是线性规划的解法之一。但其最大问题在于,需要消耗大量的时间。穷举法的一般过程为,从 2n+m 个变量中,抽取 n+m 个,并将剩余 n 个变量设定为 0,进而构建出(n+m)\*(n+m)的方程组。求解该方程组,并保留满足每一项均大于等于 0 的解,即可得到有效解集。

从上述过程可以看出,理论上需要进行Cn+m次计算才能得到所有解。但由于约束矩阵 A 具备稀疏性,所以有效解的数量远小于理论值Cn+m。不过,股票数 n 通常是几千的数量级,因而计算量依然非常庞大。另一方面,上述约束条件完全从市值、行业等角度出发构建,与预期收益向量并无直接相关性,因此,每个解出现的概率受预期收益向量的影响并不是相等的,这对股票权重的确定,尤其是上限的确定也会有一定影响。

综合算法复杂度与概率分布,我们尝试采用蒙特卡洛模拟的方式,以上文 1.3 节中给出的 500 增强与 300 增强的约束条件为组合约束条件,模拟 M 次包含全市场所有 n 个股票的预期收益向量,求解得到对应的满足 1.3 节中组合约束条件的 M 个不同的组合权重向量,并以这 M 个权重向量的加和作为多因子模型中计算因子收益的权重参考系数,最后以该权重参考系数作为计算因子收益时股票权重的参考。我们寄希望于通过尽可能多的模拟次数,使所求的 M 个权重向量尽可能覆盖到可行域的所有顶点。同时,也尽可能逼近在该约束条件下,各个顶点成为最优解的概率分布。

为了尽可能满足覆盖可行域顶点的要求,在进行蒙特卡洛模拟时,我们设置了如下 要求。

- 以过去一周所有股票的收益率为基准,由高到低等分为 100 组,以从小到大第 i 组的最大值 Rmax i 与最小值 Rmin i 作为模拟过程中,第 i 分位数的收益率区间上下界。
- 假设总共进行 M=100\*N 次蒙特卡洛模拟,保证每个股票进入 100 个股票预期 收益率分位数区段的概率相等。
- 每次蒙特卡洛模拟时,保证所有股票尽可能均匀地分入100个分位数区段,避免某个分位数区段分入的股票过多。

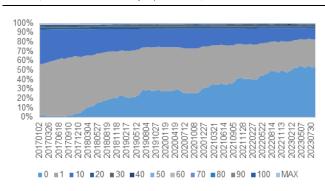


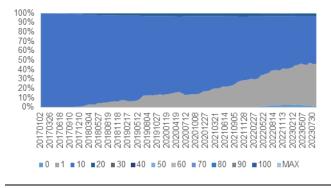
· 当股票被分入到第 i 分位数区段时,随机生成一个百分比 p,并有 $1 \ge p \ge 0$ ,然后以 $Rmin_i + p * (Rmax_i - Rmin_i)$ 作为该股票的模拟收益率,保证组内股票收益率大小有充分的随机性。

考虑到计算效率,设N为100,即,进行M=100\*100=10000次蒙特卡洛模拟。以下两图展示了权重参考系数小于等于x的股票占全市场股票的累计比例。

#### 图5 沪深 300 不同权重参考系数股票占比(2017.01-2023.09)

#### 图6 中证 500 不同权重参考系数股票占比(2017.01-2023.09)





资料来源: Wind, 海通证券研究所

资料来源: Wind, 海通证券研究所

结合 1.3 中的个股约束条件,绝大部分股票的权重在经最低权重调整后,被限定在 0%-1%之间。而模拟过程中,股票被分入 100 个分位数区段的概率是相等的。因此,如果权重参考系数为 1,意味着模拟过程中,该股票只有在预期收益落在全样本最高的 1% 左右分位数区段时,才会进入组合;权重参考系数显著大于 1 则意味着该股票哪怕预期收益较低,也会被选入组合当中;权重参考系数等于 0 则意味着,预期收益无论多高,该股票都难以进入组合。

对应地,图 5 与图 6 中各个权重参考系数股票的累积占比分布,表示在 1.3 节中的组合约束条件下,股票进入组合的概率差异。很明显,对于沪深 300 而言,难以被选到的股票占比一直较高,股票权重参考系数也很不均匀。而中证 500 中难以被选入组合的股票占比则要低一些,股票权重参考系数也相对更加均匀。但我们也发现,无论是沪深300 还是中证 500,难以被选到的股票占比都在逐步提升。即,越来越多的股票哪怕其预期收益位于全市场的前 1%,依然无法进入组合。

这就使得实际的选股空间相对全市场范围大幅缩窄,而在此之内由回归得到的因子收益也会发生显著的变化。换言之,因为约束条件的存在,全市场回归得到的因子收益或许无法代表它在实际选股空间中的选股能力,对指数增强组合的贡献自然也会下降。例如,图 6 中,随着时间推移,中证 500 可选股票的数量越来越少。这意味着,很多有效性体现在中证 500 指数中市值较小股票之上,而显得在中证 500 中有效的因子,很有可能因为约束条件导致选股范围缩窄,无法选到这些小市值股票,从而很难对增强组合再有较大的贡献。

于是,我们进一步通过蒙特卡洛模拟得到股票权重参考系数,并以此为参考设定股票权重,重新计算因子收益,考察这种方法能否提升指数增强组合的收益表现。

#### 2.4 基于蒙特卡洛模拟的加权指数增强表现

利用蒙特卡洛模拟法得到的权重参考系数代表了任意预期收益序列下,股票进入增强组合的概率。然而,给定收益因子后,线性规划问题在约束条件划定的可行域中的不同顶点处取得最优解的分布并不一定完全均匀。因此,对于权重参考系数而言,极大值与极小值可能更具代表性。我们首先考察调低(高)权重参考系数极大(小)值股票的权重后,无交易成本的增强组合的理论收益,结果如以下图表所示。

### 图7 蒙特卡洛模拟加权 300 增强组合理论超额 (2017.01-2023.09)

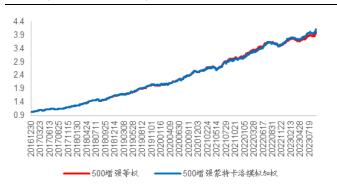
#### 

-300增强蒙特卡洛模拟加权

资料来源: Wind,海通证券研究所

300增强等权

### 图8 蒙特卡洛模拟加权 500 增强组合理论超额 (2017.01-2023.09)



资料来源: Wind, 海通证券研究所

表 5 蒙特卡洛模拟加权增强组合理论超额(2017.01-2023.09)

	300 增强等权	300 增强蒙特卡洛模拟 加权	500 增强等权	500 增强蒙特卡洛模拟 加权
年化超额收益	11.9%	13.5%	22.9%	23.4%
信息比	2.656	2.733	4.136	4.241
2017	16.7%	16.9%	22.4%	22.4%
2018	10.1%	10.4%	31.2%	31.7%
2019	10.6%	11.2%	23.9%	24.2%
2020	14.4%	17.6%	27.7%	27.6%
2021	16.6%	22.0%	21.8%	20.4%
2022	6.7%	6.1%	17.4%	19.6%
2023	4.4%	6.1%	8.5%	10.4%

资料来源: Wind,海通证券研究所

改进后的指数增强组合,年化超额收益有一定程度提升,尤其是沪深 300 增强,而中证 500 增强近两年的改善效果也越来越显著。

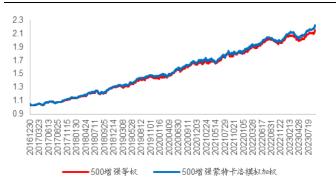
然而,实际投资中,交易成本不可忽视。同时,我们还需对组合施加额外的换手率约束。而这一约束与组合构建本身有时间序列的相关性,所以对未考虑换手率约束计算得到的股票权重参考系数而言,极大值可能不再代表着股票有很大概率会进入组合。但考虑到线性约束条件的特性,极小值可能仍能代表股票有较低的进入概率。因此,在考虑交易成本后,我们只降低权重参考系数极小值股票的权重,相应增强组合的超额收益如以下图表所示。

图9 蒙特卡洛模拟加权 300 增强组合收益率超额 (2017.01-2023.09)



资料来源: Wind, 海通证券研究所

图10蒙特卡洛模拟加权 500 增强组合收益率超额 (2017.01-2023.09)



资料来源: Wind,海通证券研究所

表 6 蒙特卡洛模拟加权增强组合超额收益(2017.01-2023.09)				
	300 增强等权	300 增强蒙特卡洛模拟 加权	500 增强等权	500 增强蒙特卡洛模拟 加权
年化超额收益	5.3%	6.5%	11.8%	12.4%
信息比	1.521	1.786	2.357	2.498
2017	7.8%	8.4%	9.3%	10.2%
2018	3.9%	3.3%	15.3%	15.4%
2019	5.0%	5.0%	10.7%	12.0%
2020	7.7%	6.9%	17.0%	16.7%
2021	7.1%	11.7%	9.3%	8.3%
2022	1.5%	4.7%	11.7%	12.4%
2023	2.6%	3.2%	5.2%	7.4%

资料来源: Wind,海通证券研究所

在考虑成本并压缩换手的情况下,通过蒙特卡洛模拟获得权重参考系数进行加权, 降低难以进入组合的股票的权重,依然可以提升组合表现。尤其对于沪深 300 而言,提 升效果更加明显,中证 500 的提升效果也在近两年逐渐显现。

#### 3. 思考

无论何种方式构建因子组合,显性或隐含的约束总是在所难免,而约束本身也会使 股票实际的选股范围与全市场计算因子收益时的股票范围有明显差异,这就导致部分高 收益的因子对组合收益的贡献并不如预期那般显著。因此,改变因子收益的计算方式, 或许可以使因子在限定的选股范围内展现出更好的效果。

本文的测试发现,通过加权最小二乘回归计算因子收益,可一定程度上提升组合的收益表现。然而,由于因子本身的特性已固定,在多因子模型中加权无法从根本上改变因子在限定选股范围内的表现。极端情况下,假设全市场范围内的因子收益完全由约束条件下,没有权数的股票所贡献,那么加权最小二乘回归也仅能调低这些因子的占比,尽量避免这些因子对组合产生干扰,但无法提供增量的选股信息。

通过加权最小二乘回归重新计算因子收益,本质是希望在复合因子选股效果下降,与约束条件下的局部选股效果占比提升中找到平衡,但加权的最终的效果会受未被降低权重的因子的选股效果所束缚。因此,如何在因子构建的过程中,将组合的约束条件对选股范围限定的影响考虑其中,或者在构建如深度学习因子等复合因子的过程中,调整受约束条件影响的股票的权重,或许能得到更好的选股效果。

### 4. 风险提示

本报告所有分析均基于公开信息,不构成任何投资建议;权益产品收益波动较大, 适合具备一定风险承受能力的投资者持有。



### 信息披露

#### 分析师声明

余浩淼 金融工程研究团队

本人具有中国证券业协会授予的证券投资咨询执业资格,以勤勉的职业态度,独立、客观地出具本报告。本报告所采用的数据和信息均来自市场公开信息,本人不保证该等信息的准确性或完整性。分析逻辑基于作者的职业理解,清晰准确地反映了作者的研究观点,结论不受任何第三方的授意或影响,特此声明。

#### 法律声明

本报告仅供海通证券股份有限公司(以下简称"本公司")的客户使用。本公司不会因接收人收到本报告而视其为客户。在任何情况下,本报告中的信息或所表述的意见并不构成对任何人的投资建议。在任何情况下,本公司不对任何人因使用本报告中的任何内容所引致的任何损失负任何责任。

本报告所载的资料、意见及推测仅反映本公司于发布本报告当日的判断,本报告所指的证券或投资标的的价格、价值及投资收入可能会波动。在不同时期,本公司可发出与本报告所载资料、意见及推测不一致的报告。

市场有风险,投资需谨慎。本报告所载的信息、材料及结论只提供特定客户作参考,不构成投资建议,也没有考虑到个别客户特殊的投资目标、财务状况或需要。客户应考虑本报告中的任何意见或建议是否符合其特定状况。在法律许可的情况下,海通证券及其所属关联机构可能会持有报告中提到的公司所发行的证券并进行交易,还可能为这些公司提供投资银行服务或其他服务。

本报告仅向特定客户传送,未经海通证券研究所书面授权,本研究报告的任何部分均不得以任何方式制作任何形式的拷贝、复印件或复制品,或再次分发给任何其他人,或以任何侵犯本公司版权的其他方式使用。所有本报告中使用的商标、服务标记及标记均为本公司的商标、服务标记及标记。如欲引用或转载本文内容,务必联络海通证券研究所并获得许可,并需注明出处为海通证券研究所,且不得对本文进行有悖原意的引用和删改。

根据中国证监会核发的经营证券业务许可,海通证券股份有限公司的经营范围包括证券投资咨询业务。



#### 海通证券股份有限公司研究所

首玉根

(021)23185715 xyg6052@haitong.com

副所长

(021)23185718 dengyong@haitong.com

副所长 余文心

(0755)82780398 ywx9461@haitong.com

汪立亭 所长助理

(021)23219399 wanglt@haitong.com

孙婷 所长助理

(010)50949926 st9998@haitong.com

所长助理 涂力磊

021-23185710 tll5535@haitong.com

宏观经济研究团队

联系人

梁中华(021)23219820 lzh13508@haitong.com 应镓娴(021)23185645 yjx12725@haitong.com 俊(021)23154149 侯 欢(021)23185643 hh13288@haitong.com

lj13766@haitong.com

李林芷(021)23185646 Ilz13859@haitong.com 王宇晴(021)23185641 wyq14704@haitong.com 贺 媛(021)23185639 hy15210@haitong.com

金融工程研究团队

冯佳睿(021)23219732 fengjr@haitong.com 郑雅斌(021)23219395 zhengyb@haitong.com 罗 蕾(021)23185653 Il9773@haitong.com 余浩淼(021)23185650 yhm9591@haitong.com 袁林青(021)23185659 ylg9619@haitong.com 黄雨薇(021)23185655 hyw13116@haitong.com 张耿宇(021)23183109 zgy13303@haitong.com 郑玲玲(021)23185656 zll13940@haitong.com

联系人 曹君豪(021)23185657 cjh13945@haitong.com 卓洢萱(021)23183938 zyx15314@haitong.com 马毓婕 myj15669@haitong.com 付於郁 02123183940 fxy15672@haitong.com

金融产品研究团队

倪韵婷(021)23185605 niyt@haitong.com 唐洋运(021)23185680 tangyy@haitong.com 徐燕红(021)23185600 xyh10763@haitong.com 鑫(021)23185601 tx10771@haitong.com 庄梓恺(021)23219370 zzk11560@haitong.com 谭实宏(021)23185676 tsh12355@haitong.com 江 涛(021)23185672 jt13892@haitong.com 弛(021)23185673 zc13338@haitong.com 吴其右(021)23185675 wqy12576@haitong.com tyj13580@haitong.com zhy13958@haitong.com

滕颖杰(021)23185669 章画意(021)23185670 联系人

陈林文(021)23185678 clw14331@haitong.com 魏 玮(021)23185677 ww14694@haitong.com 舒子宸(021)23185679 szc14816@haitong.com 赵佳俊(021)23183327 zjj15910@haitong.com

固定收益研究团队

王巧喆(021)23185649 wqz12709@haitong.com 孙丽萍(021)23185648 slp13219@haitong.com 张紫睿(021)23185652 zzr13186@haitong.com 姜珮珊(021)23154121 jps10296@haitong.com 联系人

王冠军(021)23154116 wgj13735@haitong.com 藏 多(021)23185647 zd14683@haitong.com

策略研究团队

杨 锦(021)23185661 yj13712@haitong.com 余培仪(021)23185663 ypy13768@haitong.com 王正鹤(021)23185660 wzh13978@haitong.com 上(021)23185662 gs10373@haitong.com 郑子勋(021)23219733 zzx12149@haitong.com 吴信坤 021-23154147 wxk12750@haitong.com 荀玉根(021)23185715 xyg6052@haitong.com 联系人

刘 颖(021)23185665 ly14721@haitong.com 菲(021)23185707 cf15315@haitong.com 中小市值团队

钮宇鸣(021)23219420 ymniu@haitong.com 王园沁(021)23185667 wyq12745@haitong.com

政策研究团队

李明亮(021)23185835 Iml@haitong.com 吴一萍(021)23185838 wuyiping@haitong.com 蕾(021)23185832 zl8316@haitong.com 周洪荣(021)23185837 zhr8381@haitong.com 李姝醒(021)23185833 lsx11330@haitong.com 联系人

纪 尧(021)23185836 jy14213@haitong.com 何韫露 hyl15943@haitong.com

石油化工行业

邓 勇(021)23185718 dengyong@haitong.com 朱军军(021)23185963 zii10419@haitong.com 胡 歆(021)23185616 hx11853@haitong.com 联系人

张海榕(021)23185607 zhr14674@haitong.com

医药行业

郑 琴(021)23219808 zq6670@haitong.com 贺文斌(010)68067998 hwb10850@haitong.com 朱赵明(021)23154120 zzm12569@haitong.com 梁广楷(010)56760096 lgk12371@haitong.com 孟 陆 010-58067975 ml13172@haitong.com 周 航(021)23185606 zh13348@haitong.com

余文心(0755)82780398 ywx9461@haitong.com

联系人

彭 娉(021)23185619 pp13606@haitong.com 肖治键(021)23185638 xzj14562@haitong.com zc15254@haitong.com 澄(010)58067988

珅(021)23185638 js15833@haitong.com 铭 cm15886@haitong.com

汽车行业

王 猛(021)23185692 wm10860@haitong.com 房乔华(021)23185699 fqh12888@haitong.com 张觉尹(021)23185705 zjy15229@haitong.com 刘一鸣(021)23154145 lym15114@haitong.com 联系人

石佳艺 sjy15440@haitong.com 潘若婵 prc15750@haitong.com 公用事业

吴 杰(021)23183818 wi10521@haitong.com 傅逸帆(021)23185698 fyf11758@haitong.com 联系人

阎 石(021)23185741 ys14098@haitong.com 胡鸿程(021)23185962 hhc15605@haitong.com 批发和零售贸易行业

汪立亭(021)23219399 wanglt@haitong.com 李宏科(021)23154125 lhk11523@haitong.com 曹蕾娜 cln13796@haitong.com

联系人

张冰清(021)23185703 zbq14692@haitong.com 李艺冰 lyb15410@haitong.com

王逸欣 wyx15478@haitong.com

互联网及传媒

毛云聪(010)58067907 myc11153@haitong.com 陈星光(021)23219104 cxg11774@haitong.com 孙小雯(021)23154120 sxw10268@haitong.com 康百川(021)23212208 kbc13683@haitong.com

有色金属行业

陈先龙 02123219406 cxl15082@haitong.com 甘嘉尧(021)23185615 gjy11909@haitong.com 联系人

张恒浩(021)23185632 zhh14696@haitong.com 梁 琳(021)23185845 II15685@haitong.com

房地产行业

谢 盐(021)23185696 xiey@haitong.com 涂力磊 021-23185710 tll5535@haitong.com 联系人

曾佳敏(021)23185689 zjm14937@haitong.com 陈昭颖(021)23183953 czy15598@haitong.com



电子行业 张晓飞 zxf15282@haitong.com 李 轩(021)23154652 lx12671@haitong.com 华晋书(021)23185608 hjs14155@haitong.com 薛逸民(021)23185602 xym13863@haitong.com 文 灿(021)23185602 wc13799@haitong.com 肖隽翀(021)23154139 xjc12802@haitong.com 崔冰春(021)23185690 cbr14043@haitong.com 联系人 郦夹滢 lyy15347@haitong.com 张 幸 zx15429@haitong.com	煤炭行业 李 淼(010)58067998 lm10779@haitong.com 王 涛(021)23185633 wt12363@haitong.com 联系人 朱 彤(021)23185628 zt14684@haitong.com	电力设备及新能源行业 吴 杰(021)23183818 wj10521@haitong.com 房 青(021)23185603 fx44乔(021)23219171 xbq6583@haitong.com 明惠氏 hhm15487@haitong.com 余玟翰(021)23185617 yw114040@haitong.com 联系人 姚望洲(021)23185621 yw213822@haitong.com 明清青(021)23185627 yw213822@haitong.com wzp15273@haitong.com 明15535@haitong.com 和1次缓(021)23183806 ksy15683@haitong.com
基础化工行业 刘 威(0755)82764281 lw10053@haitong.com 张翠翠(021)23185611 zcc11726@haitong.com 孙维容(021)23185389 swr12178@haitong.com 李 智(021)23185842 lz11785@haitong.com 李 博(021)23185642 lb14830@haitong.com	计算机行业 郑宏达(021)23219392 zhd10834@haitong.com 杨 林(021)23183969 yl11036@haitong.com 杨 蒙(021)23185700 ym13254@haitong.com 联系人 夏思寒(021)23183968 xsh15310@haitong.com 杨昊翊(021)23185620 yhy15080@haitong.com 朱 瑶 zy15988@haitong.com	通信行业 余伟民(010)50949926 ywm11574@haitong.com 杨形昕 010-56760095 ytx12741@haitong.com 于一铭 021-23183960 yym15547@haitong.con 联系人 夏 凡(021)23185681 xf13728@haitong.com 徐 卓 xz14706@haitong.com
非银行金融行业 何 婷(021)23219634 ht10515@haitong.com 任广博(010)56760090 rgb12695@haitong.com 孙 婷(010)50949926 st9998@haitong.com 曹 锟 010-56760090 ck14023@haitong.com 联系人 肖 尧(021)23185695 xy14794@haitong.com	交通运输行业 虞 楠(021)23219382 yun@haitong.com 陈 宇(021)23185610 cy13115@haitong.com 罗月江(010)58067993 lyj12399@haitong.com 联系人 吕春雨 lcy15841@haitong.com 杜清丽 18019031023	纺织服装行业 梁 希(021)23185621 lx11040@haitong.com 盛 开(021)23154510 sk11787@haitong.com 联系人 王天璐(021)23185640 wtl14693@haitong.com
建筑建材行业 冯晨阳(021)23183846 fcy10886@haitong.com 申 浩(021)23185636 sh12219@haitong.com	机械行业 毛冠锦 021-23183821 mgj15551@haitong.com 赵玮博(021)23185625 zjb13572@haitong.com 赵玥炜(021)23219814 zyw13208@haitong.com 联系人 丁嘉一 021-23180000 djy15819@haitong.com 刘绮雯(021)23185686 lqw14384@haitong.com	钢铁行业 刘彦奇(021)23219391 liuyq@haitong.com
建筑工程行业 张欣劼 18515295560 zxj12156@haitong.com 联系人 曹有成(021)23185701 cyc13555@haitong.com 郭好格(010)58067828 ghg14711@haitong.com	农林牧渔行业 李 淼(010)58067998 lm10779@haitong.com 巩 健(021)23185702 gj15051@haitong.com 冯 鹤 fh15342@haitong.com 联系人 蔡子慕(021)23183965 czm15689@haitong.com	食品饮料行业 颜慧菁(021)23183952 yhj12866@haitong.com 张宇轩(021)23154172 zyx11631@haitong.com 程碧升(021)23185685 cbs10969@haitong.com 联系人 张嘉颖(021)23185613 zjy14705@haitong.com 苗 欣 mx15565@haitong.com
军工行业 张恒晅(021)23183943 zhx10170@haitong.com 联系人 刘砚菲(021)23185612 lyf13079@haitong.com 胡舜杰(021)23155686 hsj14606@haitong.com 李雨泉(021)23185843 lyq15646@haitong.com	银行行业 林加力(021)23154395  j 12245@haitong.com 董栋梁(021)23185697 ddl13206@haitong.com 联系人 徐凝碧(021)23185609 xnb14607@haitong.com	社会服务行业 注立亭(021)23219399 许樱之(755)82900465 王祎婕(021)23185687 wyj13985@haitong.com 联系人 毛弘毅(021)23183110 mhy13205@haitong.com
家电行业 陈子仪(021)23219244 chenzy@haitong.com 李 阳(021)23185618 ly11194@haitong.com 刘 璐(021)23185631 ll11838@haitong.com 联系人 吕浦源(021)23183822 lpy15307@haitong.com	造纸轻工行业 郭庆龙 gql13820@haitong.com 高翩然 gpr14257@haitong.com 王文杰(021)23185637 wwj14034@haitong.com 吕科佳(021)23185623 lkj14091@haitong.com	环保行业 戴元灿(021)23185629 dyc10422@haitong.com 联系人 杨寅琛(021)23188562 yyc15266@haitong.com

### 研究所销售团队



伏财勇(0755)23607963 fcy7498@haitong.com 蔡轶清(0755)82775962 辜丽娟(0755)83253022 guj]@haitong.com 刘晶晶(0755)83255933 liujj4900@haitong.com 吹阳梦楚(0755)23617160 oymc11039@haitong.com 現柏含 gbh11537@haitong.com 张馨尹 0755-25597716 zxy14341@haitong.com 朝雪梅(021)23219385 huxm@haitong.com 黄 滅(021)23219397 hc10482@haitong.com 季唯佳(021)23219344 jiwj@haitong.com 黄 毓(021)23219410 huangyu@haitong.com 母晓房 mxn11376@haitong.com 毛文英(021)23219373 mwy10474@haitong.com 連徳康 tdk13548@haitong.com 平本 23214650 syj12493@haitong.com 王祎宁(021)23219281 wyn14183@haitong.com 周之誠 zzb14815@haitong.com 杨祎昕(021)23212268 yyx10310@haitong.com

张歆钰 zxy14733@haitong.com

殷怡琦(010)58067988 yyq9989@haitong.com 董晓梅 dxm10457@haitong.com 郭 楠 010-5806 7936 gn12384@haitong.com 张丽萱(010)58067931 zlx11191@haitong.com 郭金垚(010)58067851 gjy12727@haitong.com 處 gr13547@haitong.com 姚 坦 yt14718@haitong.com 姚 坦 yt14718@haitong.com 王 勇 wy15756@haitong.com 董 貴 dj15843@haitong.com

海通证券股份有限公司研究所

地址: 上海市黄浦区广东路 689 号海通证券大厦 9 楼

电话: (021) 23219000 传真: (021) 23219392 网址: www.htsec.com