

## Algunos Ejercicios Resueltos

**FIS 110 Paralelo 05**  
**Prof. Rodrigo Vergara**  
**Segundo Semestre 2006**

1) Sobre un móvil de masa  $m=1[\text{kg}]$  que se encuentra sobre una superficie sin roce, inicialmente en reposo en el origen ( $x=0$ ), actúa una fuerza  $F(x)=\pi \cdot (x+1)$ . ( $x$  corresponde a la posición del móvil). Después de recorrer  $5[\text{m}]$  la rapidez de la masa es de:

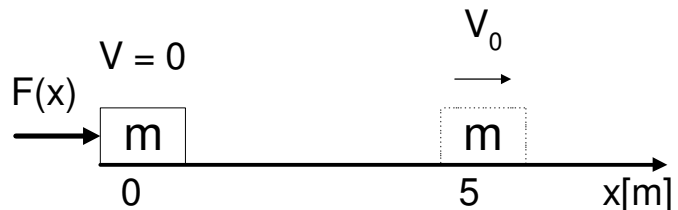


- a)  $\frac{25 \cdot \pi}{2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$       b)  $\frac{30 \cdot \pi}{2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$       c)  $\frac{35 \cdot \pi}{2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$   
d)  $\frac{40 \cdot \pi}{2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$       e) N.A.

### Solución:

En virtud del teorema del trabajo y la energía cinética

$$W_F = K(x=5) - K(x=0)$$

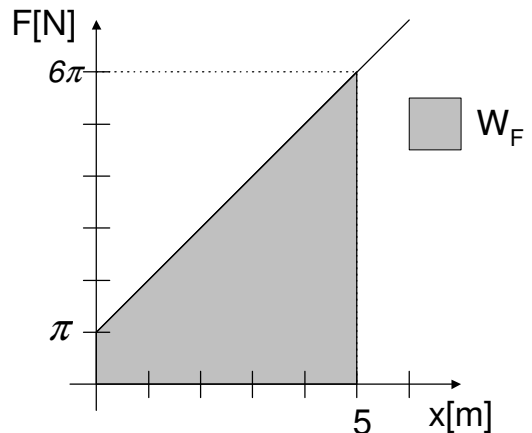


Como el cuerpo parte en reposo,  $K(x=0) = 0$ . Luego,

$$W_F = K(x=5) = \frac{1}{2} m V_0^2$$

$W_F$  es el trabajo de la fuerza  $F$  entre  $x=0$  y  $x=5$  [m], y corresponde al área bajo la curva  $F$  v/s  $x$  entre tales posiciones. En la figura del lado, tal área corresponde a un trapecio dado por:

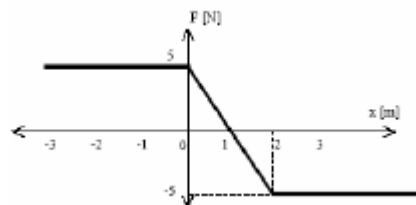
$$W_F = \frac{(\pi + 6\pi) \cdot 5}{2} [\text{J}] = \frac{35\pi}{2} [\text{J}]$$



Finalmente  $\frac{35\pi}{2} = \frac{1}{2} m V_0^2 \Rightarrow V_0 = \sqrt{35 \cdot \pi \cdot m}$

Reemplazando valores, queda  $V_0 = \sqrt{35 \cdot \pi} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ , que corresponde a la alternativa e).

Una partícula de masa  $m = 0.2 \text{ [kg]}$  se mueve sobre el eje  $x$ . En el instante que pasa por  $x = 0$  su velocidad es  $-10 \hat{x} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ . La fuerza que actúa sobre la partícula es función de su posición y su gráfico se muestra en la figura adjunta.



2) La velocidad de la partícula es cero en:

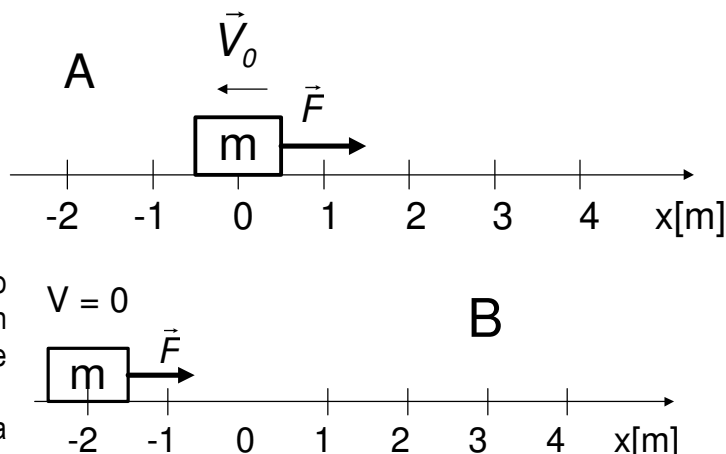
- a)  $x_1 = -2 \text{ [m]}$  y  $x_2 = 4 \text{ [m]}$
- b)  $x_1 = -2 \text{ [m]}$  y  $x_2 = 2 \text{ [m]}$
- c) Solamente en  $x_1 = -2 \text{ [m]}$
- d)  $x_1 = -2 \text{ [m]}$  y  $x_2 = 3 \text{ [m]}$
- e) La partícula nunca tiene velocidad cero

3) El cuerpo alcanza su máxima energía cinética en:

- a) Algún punto en  $x < 0 \text{ [m]}$
- b)  $x = 0 \text{ [m]}$
- c)  $x = 1 \text{ [m]}$
- d)  $x = 2 \text{ [m]}$
- e) Algún punto en  $x > 0 \text{ [m]}$

**Solución:**

Inicialmente el cuerpo se mueve en dirección  $-x$  y la fuerza apunta en dirección  $+x$ . Luego, la fuerza ejerce trabajo negativo sobre el cuerpo, lo que redundará en disminución de la energía cinética hasta que el cuerpo eventualmente se detenga. Por teorema del trabajo y la energía cinética entre las situaciones A y B:



$$W_F = K_B - K_A$$

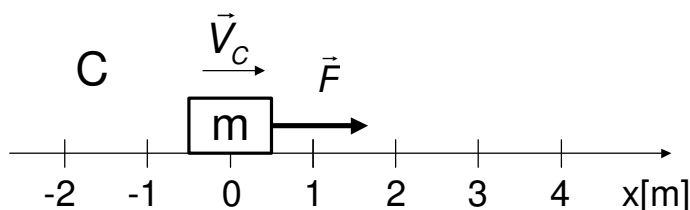
Como en B el cuerpo está en reposo,  $K_B = 0$ . Luego,  $W_F = -K_A = -\frac{1}{2} m V_0^2$ .

El trabajo de la fuerza  $F$  está dado por  $W_F = 5 \cdot (x_B - 0)$ , donde  $x_B$  es la posición donde se detiene el cuerpo. Luego,

$$5 \cdot x_B = -\frac{1}{2} m V_0^2 \Rightarrow x_B = -\frac{m V_0^2}{10} = -\frac{0.2 \cdot (-10)^2}{10} [\text{m}] = -2 [\text{m}]$$

Luego, el cuerpo tiene velocidad nula, es decir, energía cinética nula, en  $x = -2 \text{ [m]}$ . **Esto descarta la alternativa E) de la pregunta 2.**

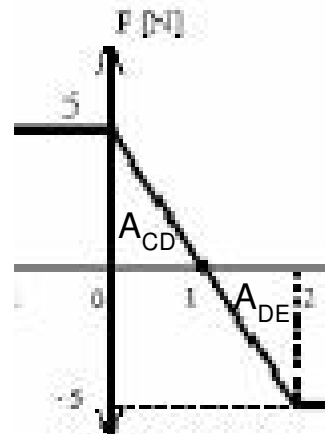
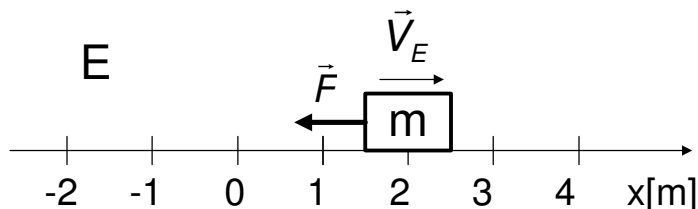
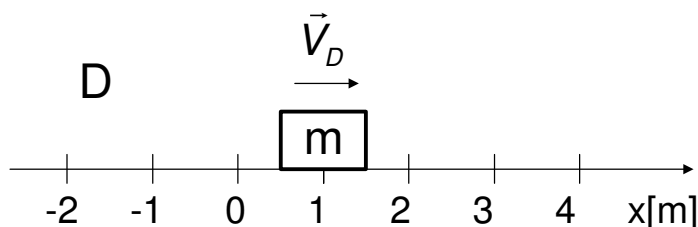
En este punto, la fuerza  $F$  sigue teniendo dirección  $+x$ , por lo que el cuerpo empieza a avanzar en esa dirección. Luego, la fuerza ejerce un trabajo positivo sobre el cuerpo, lo que redunda en un aumento de energía cinética. Cuando el cuerpo pasa nuevamente por el origen  $x = 0$ , por teorema del trabajo y la energía cinética:



$$W_F = K_C - K_B$$

Como en B el cuerpo está en reposo,  $K_B = 0$ . Además,  $F$  tiene una magnitud de 5 [N] y el cuerpo recorre 2 [m] hasta llegar a la posición C, por lo que  $W_F = 5 \text{ [N]} \cdot 2 \text{ [m]} = 10 \text{ [J]}$ . Luego:

$$10 = \frac{1}{2} m V_C^2 \Rightarrow V_C = \sqrt{\frac{20}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0.2}} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \sqrt{100} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = 10 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$



A partir de este momento,  $F$  empieza a cambiar. Entre C ( $x = 0$ ) y D ( $x = 1$ ), la fuerza disminuye linealmente entre 5 [N] y 0. El área bajo la curva  $A_{CD}$  entre tales posiciones, que representa el trabajo de  $F$ , es positiva, lo que redunda en un aumento de la energía cinética.

$$W_F = A_{CD} = K_D - K_C \Rightarrow K_D = A_{CD} + K_C$$

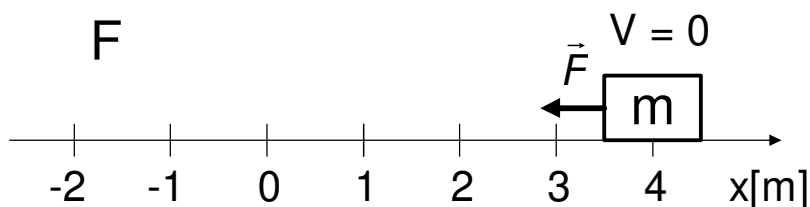
Sabemos que  $K_C = 10 \text{ [J]}$  y, del gráfico,  $A_{CD} = 2.5 \text{ [J]}$ . Luego,  $K_D = 12.5 \text{ [J]}$

En el trayecto entre D y E ( $x = 2$ ), la fuerza tiene dirección  $-x$  y su magnitud crece linealmente entre 0 y 5 [N]. El área bajo la curva  $A_{DE}$  entre tales posiciones, que representa el trabajo de  $F$ , es negativa, lo que redunda en una disminución de la energía cinética.

$$W_F = A_{DE} = K_E - K_D \Rightarrow K_E = A_{DE} + K_D$$

Sabemos que  $K_C = 12.5 \text{ [J]}$  y, del gráfico,  $A_{DE} = -2.5 \text{ [J]}$ . Luego,  $K_E = 10 \text{ [J]}$

Finalmente, entre E y F, el cuerpo avanza en dirección  $+x$  y la fuerza en dirección  $-x$ , con magnitud 5 [N]. Luego, la energía cinética disminuye hasta que en la posición  $x_F$  el cuerpo se detiene.



Por teorema del trabajo y la energía cinética entre las situaciones E y F:

$$W_F = K_F - K_E$$

Como en F el cuerpo está en reposo,  $K_F = 0$ . Luego,  $W_F = -K_E = -10$ .

El trabajo de la fuerza F está dado por  $W_F = -5 \cdot (x_F - 2)$ , donde  $x_F$  es la posición donde se detiene el cuerpo. Luego,

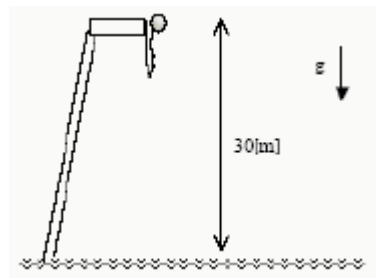
$$-5 \cdot (x_F - 2) = -10 \Rightarrow x_F - 2 = 2 \Rightarrow x_F = 4[m]$$

Luego, el cuerpo tiene velocidad nula, es decir, energía cinética nula, en  $x = 4$  [m]. **Esto lleva indefectiblemente a que la alternativa correcta de la pregunta 2 sea la a)**

Por otra parte, del desarrollo queda claro que el punto de máxima energía cinética es el D, en la posición  $x = 1$  [m], **que corresponde a la alternativa c) de la pregunta 3).**

Nota: Si continúan el desarrollo, se darán cuenta de que el cuerpo va a oscilar entre  $x = -2$  [m] y  $x = 4$  [m].

4) Un estudiante valiente, de 60 [kg] de masa, se deja caer desde un puente estando atado a una cuerda elástica de 10 [m] de longitud. El estudiante desciende verticalmente 30 [m] antes de detenerse y empezar a subir. Considere que la cuerda actúa como un resorte cuando se le estira por sobre su largo natural. La constante elástica de la cuerda es, en [N/m]:

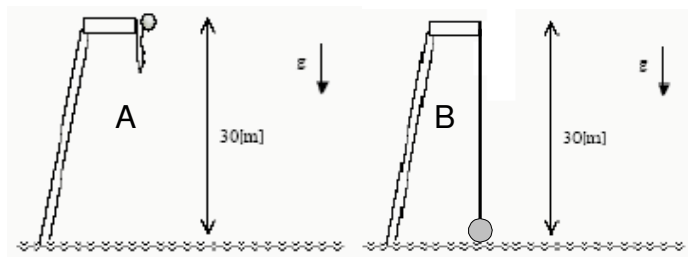


- a) 380; b) 180 ; c) 90; d) 40; e) 30

**Solución:**

En la situación A, el cuerpo parte del reposo. Está a una altura  $h = 30$  [m] sobre el nivel del suelo. La cuerda no está estirada, por lo que no ejerce fuerza alguna.

En la situación B, el cuerpo está al nivel del suelo, y está detenido a ese nivel. La cuerda actúa como un resorte de constante elástica  $k$  y alargamiento  $x = 20$  [m] (pues su largo natural es 10 [m] y su largo total en ese punto es 30 [m]).



Haciendo un balance de energías

<b>Energías/Puntos</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
<b>Cinética (K)</b>	0	0
<b>Potencial Gravitatoria (<math>U_g</math>)</b>	$m \cdot g \cdot h$	0
<b>Potencial Elástica (<math>U_e</math>)</b>	0	$\frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$

Por conservación de la energía mecánica:

$$E_A = E_B \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow k = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h}{x^2} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 10 \cdot 30}{20^2} \left[ \frac{N}{m} \right] = 90 \left[ \frac{N}{m} \right]$$

**Esta respuesta corresponde a la alternativa c)**

5) Un bloque puede moverse en una trayectoria circular sobre una mesa horizontal, atado a un poste mediante una cuerda de masa despreciable. Existe roce entre el bloque y la superficie de la mesa. La velocidad inicial que hay que darle al bloque para que éste se detenga justo después de dar una vuelta completa es:

- I) Inversamente proporcional a la masa del bloque (aumenta al doble si la masa se reduce a la mitad)
- II) Directamente proporcional al largo de la cuerda (aumenta al doble si el largo de la cuerda aumenta al doble)

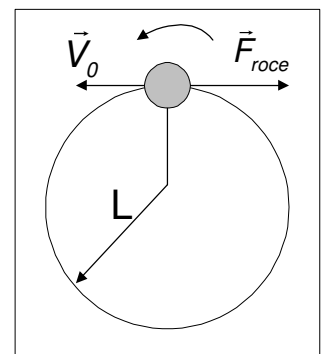
Son verdaderas:

- a) Sólo I      b) Sólo II      c) Todas      d) Ninguna      e) Se requiere información adicional

**Solución:**

Considérese que la cuerda tiene longitud  $L$ . Inicialmente el cuerpo va a tener una velocidad de magnitud  $V_0$ . Luego de dar una vuelta completa exacta, el cuerpo se detendrá en el mismo punto ( $K_{\text{final}} = 0$ ). La fuerza de roce consumirá toda la energía cinética inicial. En virtud del teorema del trabajo y la energía cinética:

$$W_{\text{roce}} = K_{\text{final}} - K_{\text{inicial}} = -\frac{1}{2} m V_0^2$$



Donde  $W_{\text{roce}} = -F_{\text{roce}} \cdot 2\pi L = -\mu mg \cdot 2\pi L$ . Cabe hacer notar que, durante toda la trayectoria, la fuerza de roce tiene dirección opuesta al desplazamiento.

$$\text{Luego, } -\mu mg \cdot 2\pi L = -\frac{1}{2} m V_0^2 \Rightarrow V_0 = \sqrt{4\mu g \pi L}$$

Analizando las afirmaciones a la luz de este resultado:

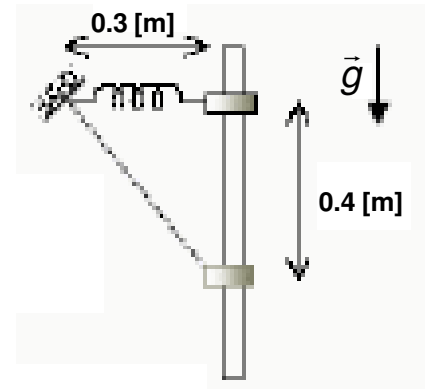
La afirmación I) es FALSA, pues  $V_0$  es independiente de la masa. **Luego, se descartan las alternativas a) y c).**

La afirmación II) es FALSA, pues si bien  $V_0$  depende de  $L$ , tal dependencia no es lineal, sino que proporcional a la raíz de  $L$ .

**Luego, la alternativa correcta es la d).**

6) La masa  $m$  de  $0.4$  [kg], en forma de cilindro hueco, puede deslizarse sin roce por la barra rígida vertical. La masa está atada a un resorte de constante elástica  $120$  [N/m] que tiene un largo natural de  $0.3$  [m]. La masa se suelta con el resorte en posición horizontal. La rapidez de la masa cuando ha descendido una distancia de  $0.4$  [m] es aproximadamente:

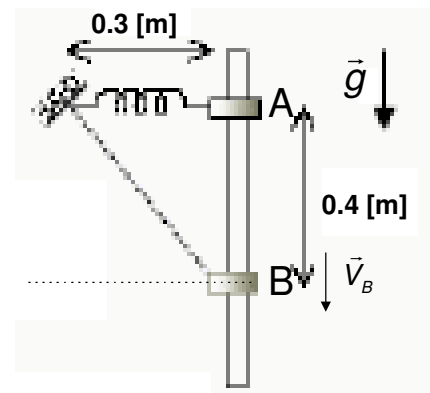
- a)  $6$  [m/s]      b)  $4$  [m/s]      c)  $2$  [m/s]  
d)  $0$  [m/s] (se detiene allí)      e) La masa no alcanza a llegar tan abajo



**Solución:**

En la posición A, el resorte no tiene energía potencial pues está en su largo natural. Como se suelta, la energía cinética es cero, y está a una altura  $h = 0.4$  [m], por lo que tiene energía potencial gravitatoria con respecto de B.

En la posición B, el resorte tiene un largo total de  $0.5$  [m] (aplicar Teorema de Pitágoras considerando  $0.3$  [m] y  $0.4$  [m] como catetos), por lo que su alargamiento es de  $x = 0.5$  [m] -  $0.3$  [m] =  $0.2$  [m]. Por otra parte, el cuerpo está al nivel B (cero energía potencial gravitatoria) y el cuerpo se mueve con una velocidad de magnitud  $v_B$ .



Haciendo un balance de energías

<b>Energías/Puntos</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
<b>Cinética (K)</b>	0	$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2$
<b>Potencial Gravitatoria (<math>U_g</math>)</b>	$m \cdot g \cdot h$	0
<b>Potencial Elástica (<math>U_e</math>)</b>	0	$\frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$

Por conservación de la energía mecánica:

$$E_A = E_B \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h - \frac{k}{m} \cdot x^2}$$

Evaluando

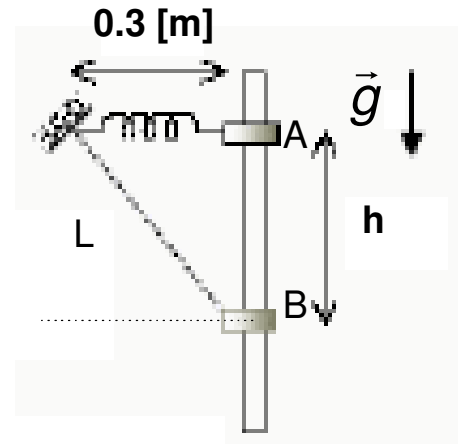
$$V_B = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0.4 - \frac{120}{0.4} \cdot 0.2^2} = \sqrt{-4}$$

Cuando uno se encuentra con un resultado de este estilo, hay dos opciones: 1) hay que revisar el ejercicio; 2) hay que considerar alternativas como la e), en la cual se insinúa que el cuerpo no alcanza a llegar a esa posición. Para ello, vamos a calcular a qué altura  $h$  alcanzaría a bajar el cuerpo

En la posición A, el resorte no tiene energía po tencial pues está en su largo natural. Como se suelta, la energía cinética es cero, y está a una altura  $h$  por lo que tiene energía potencial gravitatoria con respecto de B.

En la posición B, el resorte tiene un largo total  $L$  dado por  $L = \sqrt{0.3^2 + h^2} = \sqrt{0.09 + h^2}$  (aplicar Teorema de Pitágoras considerando 0.3 [m] y  $h$  como catetos), por lo que su alargamiento es de

$x = L - 0.3 = (\sqrt{0.09 + h^2} - 0.3)[m]$ . Por otra parte, el cuerpo está al nivel B (cero energía potencial gravitatoria) y el cuerpo, al llegar a su más baja posición posible, tiene velocidad cero, es decir, energía cinética cero.



Haciendo un balance de energías

<b>Energías/Puntos</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
<b>Cinética (<math>K</math>)</b>	0	0
<b>Potencial Gravitatoria (<math>U_g</math>)</b>	$m \cdot g \cdot h$	0
<b>Potencial Elástica (<math>U_e</math>)</b>	0	$\frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$

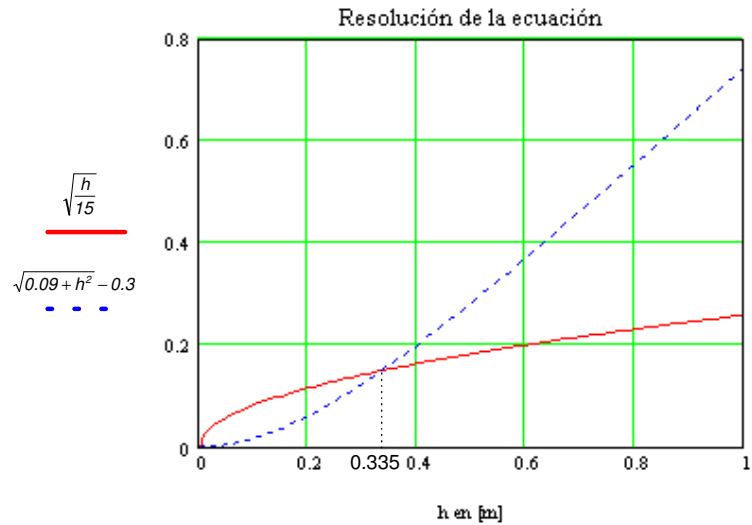
Por conservación de la energía mecánica:

$$E_A = E_B \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\sqrt{0.09 + h^2} - 0.3)^2 \Rightarrow \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h}{k} = (\sqrt{0.09 + h^2} - 0.3)^2$$

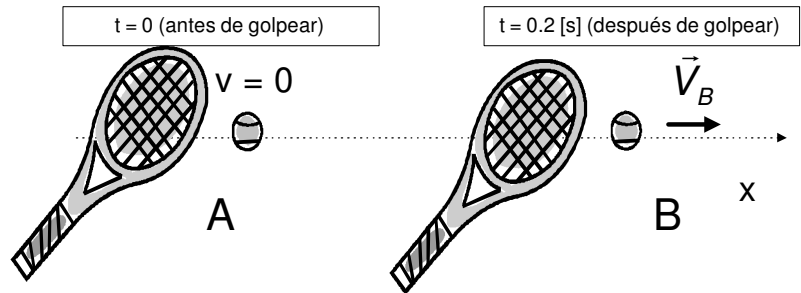
$$\Rightarrow \frac{2 \cdot 0.4 \cdot 10 \cdot h}{120} = (\sqrt{0.09 + h^2} - 0.3)^2 \Rightarrow \frac{h}{15} = (\sqrt{0.09 + h^2} - 0.3)^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{h}{15}} = \sqrt{0.09 + h^2} - 0.3$$

La resolución analítica de esta ecuación resulta complicada, por lo que conviene resolverla usando software especializado (en este caso, MATHCAD 2000)

En el gráfico del lado se muestra graficado cada lado de la ecuación para diversos valores de  $h$  entre 0 y 1 [m]. Se puede estimar que ambas ecuaciones son iguales en  $h = 0.335$  [m]. Ese valor es menor que 0.4 [m], por lo que el cuerpo no podría llegar a la situación descrita inicialmente. **Luego, la alternativa correcta es la e).**



7) Fernando Gonzalez saca con una velocidad cercana a los 180 [km/h]. la masa de la pelota de tenis es de 50 [g]. Suponiendo que el tiempo de contacto de la pelota con la raqueta es de 0.2 [s], el impulso dado por la raqueta a la pelota tiene una magnitud cercana a:



- a) No se puede determinar sin conocer la masa de la raqueta b) 2.5 [N·s] c) 9.0 [N·s]  
d) 12.5 [N·s] e) 62.5 [N·s]

### Solución:

De la definición de impulso como cambio de momentum lineal entre A y B

$$\vec{J} = \vec{p}_B - \vec{p}_A$$

En A, la pelota está en reposo, por lo que  $\vec{v}_A = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}_A = \vec{0}$ .

En B, la pelota tiene una velocidad  $\vec{v}_B = 180 \hat{x} \left[ \frac{km}{h} \right] = 50 \hat{x} \left[ \frac{m}{s} \right]$ . Luego,

$$\vec{p}_B = m \cdot \vec{v}_B = 0.05[kg] \cdot 50 \hat{x} \left[ \frac{m}{s} \right] = 2.5 \hat{x} [N \cdot s]$$

Finalmente,  $\vec{J} = \vec{p}_B = 2.5 \hat{x} [N \cdot s]$ . Luego, el impulso aplicado tiene una magnitud de 2.5 [N·s], **lo que corresponde a la alternativa a)**



8) Un sistema formado por dos bloques de igual masa, un resorte y una cuerda (ambos ideales) se mueve con velocidad constante  $u$  sobre una superficie sin roce. De pronto, la cuerda se corta y los bloques continúan moviéndose en forma independiente. El de atrás queda en reposo y el adelante queda moviéndose con velocidad  $v$ .



Con respecto a la situación presentada se asegura que:

- I) La energía cinética del sistema permanece constante.
- II) La cantidad de movimiento (momentum) del sistema permanece constante
- III) La velocidad  $u$  es el doble de la velocidad  $v$ .

Son verdaderas:

- a) Sólo I      b) Sólo II      c) Sólo I y II      d) Sólo II y III      e) Todas

### Solución:

En la situación, se aprecia que no existen fuerzas externas al sistema, por lo que su momentum lineal se conserva. Luego, la afirmación II es VERDADERA, **lo que lleva a descartar la alternativa a)**

Antes de que se corte la cuerda, ambos cuerpos se mueven con la misma velocidad  $v$ . Luego, el momentum lineal antes de que la cuerda se corte es  $\vec{p}_{antes} = 2mu\hat{x}$

Después de que se corta la cuerda, el cuerpo de atrás se queda en reposo (velocidad cero  $\Rightarrow$  momentum cero), mientras que el de adelante adquiere velocidad  $v$ . Luego, el momentum lineal después que la cuerda se corta es  $\vec{p}_{despues} = mv\hat{x}$

Por conservación de momentum,  $\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{despues} \Rightarrow 2mu = mv \Rightarrow v = 2u$ . Luego,  $v$  es el doble de  $u$ , por lo que la afirmación III es FALSA.. **Luego, se descartan las alternativas d) y e).**

Calculando la energía cinética del sistema antes y después

$$K_{antes} = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot u^2 = m \cdot u^2 \text{ y } K_{despues} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2u)^2 = \frac{m \cdot u^2}{2} \neq K_{antes}.$$

Por lo tanto, No se conserva la energía cinética en el sistema, por lo que la afirmación I es FALSA: **Finalmente, se descarta la d) y queda como alternativa correcta la b)**

9) La masa  $m$  se encuentra unida por una cuerda a un eje que rota con  $\omega$  constante con radio horizontal de giro  $R$ . El valor de  $\omega$  para el cual  $\sin \beta$  es  $3/5$  es:

- a)  $\sqrt{\frac{5g}{4R}}$     b)  $\sqrt{\frac{4g}{3R}}$     c)  $\sqrt{\frac{3g}{5R}}$     d)  $\sqrt{\frac{5g}{3R}}$     e)  $\sqrt{\frac{3g}{4R}}$

**Solución:**

La configuración corresponde a un péndulo cónico. Como se mueve con  $\omega$  constante, la fuerza neta es centrípeta.

Haciendo el DCL vemos que

$$T \cdot \cos(\beta) = mg \quad [1]$$

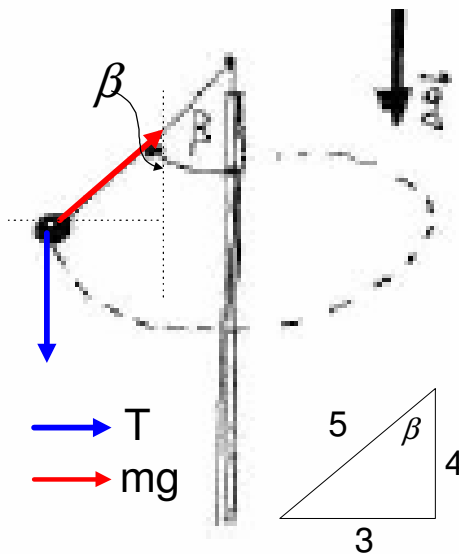
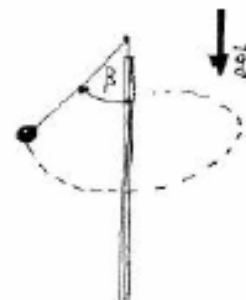
$$T \cdot \sin(\beta) = m\omega^2 R \quad [2]$$

Dividiendo [2] por [1]

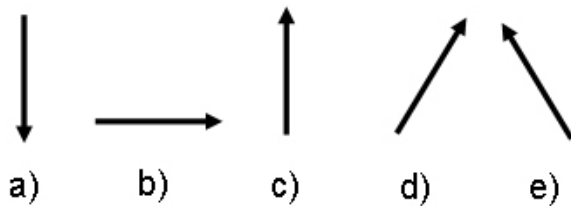
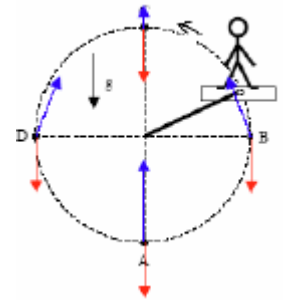
$$\frac{T \cdot \sin(\beta)}{T \cdot \cos(\beta)} = \frac{m\omega^2 R}{mg} \Rightarrow \tan(\beta) = \frac{\omega^2 R}{g} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g \cdot \tan(\beta)}{R}}$$

Del triángulo, podemos deducir que  $\tan(\beta) = 3/4$ . Finalmente

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{4R}}, \text{ que corresponde a la alternativa e)}$$



10) Una persona está parada sobre una plataforma que se mantiene siempre horizontal mientras efectúa un movimiento circular en el plano vertical con rapidez angular constante. La persona siempre se mantiene fija y quieta respecto de la plataforma. La flecha que representa mejor la fuerza que la plataforma ejerce sobre la persona cuando la plataforma está pasando por el punto D es:



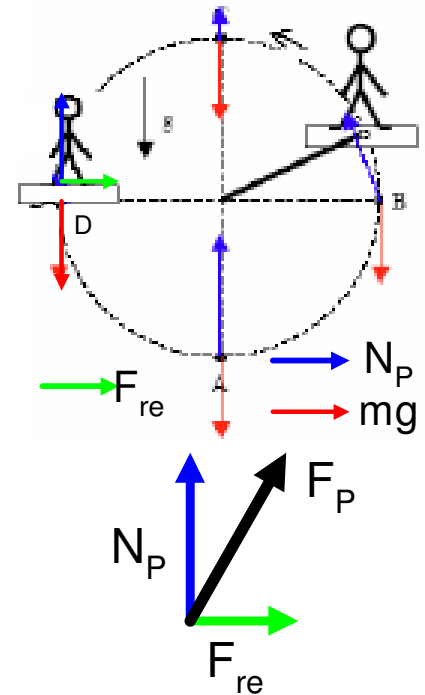
**Solución:**

Como el cuerpo se mueve con rapidez angular constante, la fuerza neta debe ser centrípeta (dirección radial hacia dentro).

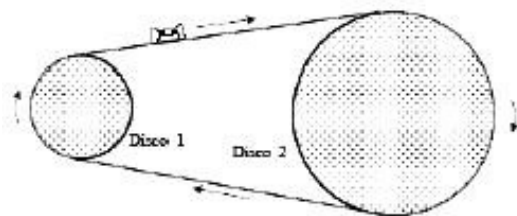
En el punto D, la persona sufre tres fuerzas: su peso  $mg$ , la normal de la plataforma  $N_P$  y una fuerza de roce estática horizontal  $F_{re}$  que aplica la plataforma

Para que la fuerza sea centrípeta,  $N_P = mg$  y  $F_{re} = mv^2/R$ .

Las fuerzas  $N_P$  y  $F_{re}$  son las componentes de la fuerza total que la plataforma ejerce sobre la persona  $F_P$ . **De la figura, resulta evidente que la alternativa correcta es la d).**



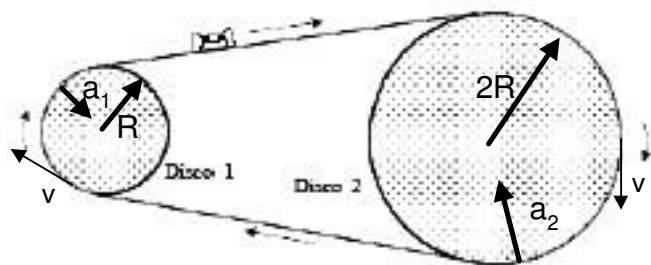
11) La figura muestra dos discos, de radios  $R$  y  $2R$ , que rotan uniforme y solidariamente debido a la presencia de una correa de transmisión (cada punto de la correa se mueve con la misma rapidez constante). Con respecto a las aceleraciones (de magnitudes  $a_1$  y  $a_2$ ) a que estará sometida la araña cuando ella pase por los tramos circulares de su trayectoria, se cumplirá que:



- a)  $a_1 = a_2$       b)  $a_1 = 2a_2$       c)  $a_1 = a_2/2$       d)  $a_1 = 4a_2$       e)  $a_1 = a_2/4$

**Solución:**

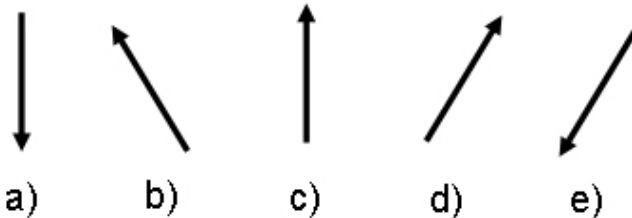
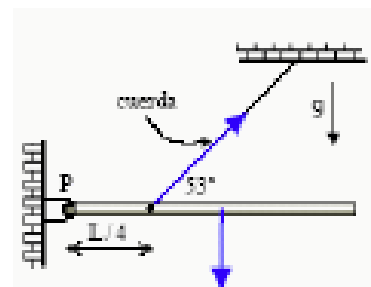
En la situación, las dos ruedas se mueven en MCU, por lo que las aceleraciones correspondientes  $a_1$  y  $a_2$  son centrípetas. Además, como están unidas por una correa de transmisión, la rapidez tangencial para ambas ruedas es la misma.



Para el disco 1,  $a_1 = \frac{v^2}{R}$ , mientras que para el disco 2,  $a_2 = \frac{v^2}{2R}$ . Haciendo la división:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{v^2}{R}}{\frac{v^2}{2R}} = 2 \Rightarrow a_1 = 2a_2, \text{ que corresponde a la alternativa b)}$$

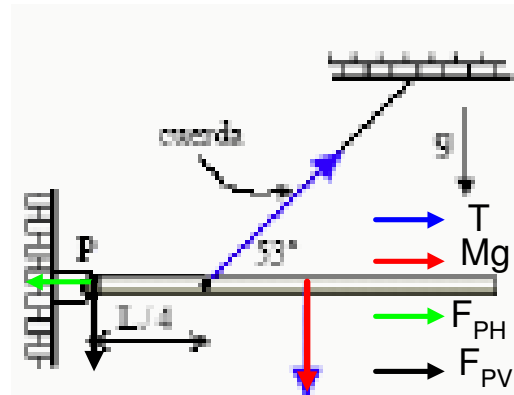
12) Una barra homogénea de largo  $L$  está pivoteada en su extremo por un pasador  $P$  sin roce, tal como indica la figura. La barra se mantiene horizontal gracias a una cuerda que la sostiene a una distancia  $L/4$  del extremo pivotado y que forma un ángulo de  $53^\circ$  con la barra. ¿Cuál de las siguientes flechas representa mejor la fuerza ejercida por el pasador sobre la barra?



### Solución:

La barra está en equilibrio de fuerzas y de torques. El pivote aplica una fuerza horizontal  $F_{PH}$  y una fuerza vertical  $F_{PV}$ . La suma vectorial de estas dos fuerzas entrega el vector fuerza total del pivote sobre la barra  $F_P$ .

Por las exigencia de equilibrio de fuerzas, resulta evidente que  $F_{PH}$  debe tener dirección  $\leftarrow$ . **Con ello, se descartan automáticamente las alternativas a), c) y d).** Falta saber cómo es la dirección de  $F_{PV}$ , si es  $\uparrow$  ó  $\downarrow$ . A priori, no se puede afirmar nada al respecto, por lo que hay que plantear las ecuaciones de equilibrio. Supondremos que  $F_{PV}$  tiene dirección  $\downarrow$  y calcularemos su valor. **Si da positivo, esa es la dirección correcta y la respuesta correcta es la e).** Si da negativa, entonces  $F_{PV}$  tiene dirección  $\uparrow$  y la respuesta correcta es la b).



Del equilibrio de fuerzas

$$\begin{aligned}\text{Eje x: } F_{PH} &= T \cdot \cos(53^\circ) \\ \text{Eje y: } F_{PV} + M \cdot g &= T \cdot \sin(53^\circ)\end{aligned}$$

Del equilibrio de torques con respecto a P (donde  $F_{PV}$  y  $F_{PH}$  no hacen torque)

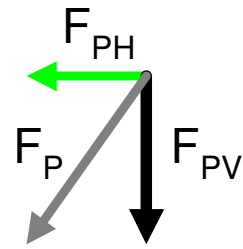
$$T \cdot \sin(53^\circ) \cdot \frac{L}{4} = M \cdot g \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow T \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{L}{4} = M \cdot g \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow \frac{T}{5} = \frac{M \cdot g}{2} \Rightarrow T = \frac{5 \cdot M \cdot g}{2}$$

Reemplazando en las otras ecuaciones

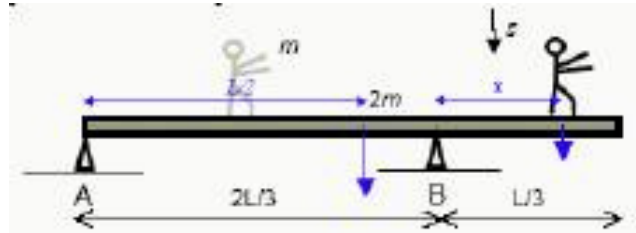
$$F_{PH} = \frac{5 \cdot M \cdot g}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot M \cdot g}{2}$$

$$F_{PV} = \frac{5 \cdot M \cdot g}{2} \cdot \frac{4}{5} - M \cdot g = 2 \cdot M \cdot g - M \cdot g = M \cdot g$$

Luego,  $F_{PV}$  tiene dirección ↓, **por lo que la alternativa correcta es la e)**



13) Juanito, de masa  $m$ , puede caminar a lo largo de un tablón homogéneo de masa  $2m$  y largo  $L$ , que está apoyado en los puntos A y B. La distancia máxima desde el punto A a la que puede llegar Juanito sin que el tablón se levante es:



- a)  $L/2$       b)  $2L/3$       c)  $7L/9$       d)  $5L/6$       e)  $L$

**Solución:**

Para que el tablón no se vuelque, el centro de gravedad del conjunto tablón + Juanito tiene que estar entre los puntos A y B, es decir  $x_{cg} < 2L/3$ .

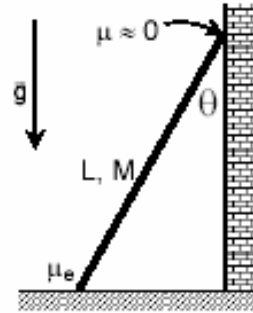
El centro de gravedad del conjunto está dado por:

$$x_{cg} = \frac{2m \cdot \frac{L}{2} + m \cdot x}{2m + m} = \frac{m \cdot (L + x)}{3m} = \frac{L + x}{3}$$

Al evaluar la condición,  $\frac{L + x}{3} < \frac{2L}{3} \Rightarrow L + x < 2L \Rightarrow x < L$ . **Luego, la alternativa correcta es la e).**

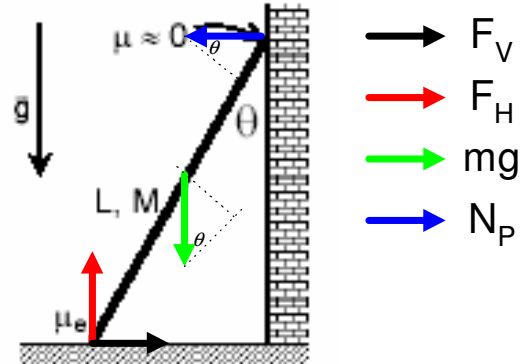
14) Una barra homogénea de largo  $L$  y masa  $M$  permanece en equilibrio sin resbalar, apoyada contra un muro como se indica en la figura. El roce de la barra contra el muro puede despreciarse. El coeficiente de roce entre la barra y el suelo es  $\mu_e = 0.10$ . La magnitud de la fuerza normal ejercida por el muro sobre la barra es igual a:

- a)  $Mg/2$       b)  $Mg \tan \theta/2$       c)  $Mg$       d)  $Mg \tan \theta$       e) Cero



**Solución:**

En la figura se aprecian las fuerzas implicadas.  $F_V$  y  $F_H$  son las fuerzas vertical y horizontal de contacto del suelo sobre la barra, y  $N_P$  es la fuerza de contacto de la pared. La barra está en equilibrio estático.



Por equilibrio de fuerzas

Eje x:  $F_H = Mg$

Eje y:  $F_V = N_P$

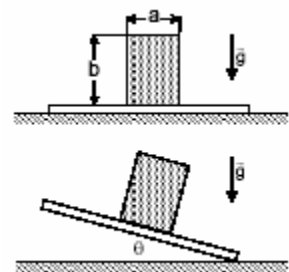
Por equilibrio de torques con respecto del suelo (donde  $F_H$  y  $F_V$  no ejercen torque).

$$M \cdot g \cdot \sin(\theta) \cdot \frac{L}{2} = N_P \cdot \cos(\theta) \cdot L \Rightarrow N_P = \frac{M \cdot g \cdot \tan(\theta)}{2}$$

**Luego, la alternativa correcta es la b)**

15) Un ladrillo homogéneo de lados  $a$  y  $b$ , descansa sobre un tablón inicialmente horizontal. A continuación se comienza a elevar un extremo del tablón, sin que el ladrillo resbale. Entonces, el ladrillo estará a punto de volcar cuando se cumpla que:

- a)  $\theta = a / b$       b)  $\sin \theta = b / a$       c)  $\tan \theta = b / a$   
d)  $\sin \theta = a / b$       e)  $\tan \theta = a / b$

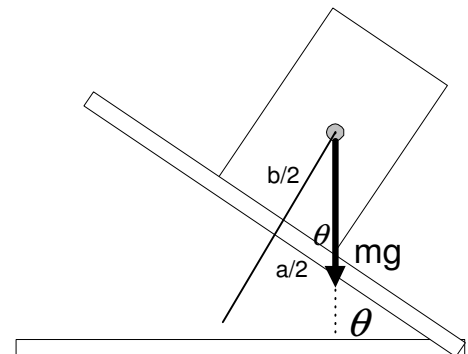


**Solución:**

La situación límite del volcamiento se ilustra en la figura. En ella, el centro de gravedad del ladrillo está justo encima de una de sus bases de apoyo.

En tal caso, de la figura se deduce que  $\tan(\theta) = \frac{b/2}{a/2} = \frac{b}{a}$ , lo

**que corresponde a la alternativa c).**



16) En un espectáculo circense, un león se encuentra en el centro de un disco giratorio de radio  $R$  y masa  $M$ , que gira libremente con una rapidez angular  $\omega_0$ . Como parte del número, el león se desplaza de un par de saltos hacia el borde del disco, deteniéndose allí. Si la masa del león es igual a  $M/2$ , la nueva rapidez angular con que girará el disco es (Ayuda: modele al león como una partícula puntual,

$$I_{\text{disco}} = \frac{1}{2}MR^2)$$

- a)  $2 \cdot \omega_0$       b)  $\omega_0$       c)  $\omega_0/2$       d)  $\omega_0/3$       e)  $\omega_0/4$

**Solución:**

Como no hay torques externos al sistema león+disco, el momentum angular se conserva. Luego

$$I_0 \cdot \omega_0 = I_1 \cdot \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{I_0}{I_1} \cdot \omega_0$$

Al inicio, el león está en el centro del disco y no aporta momento de inercia. Luego, el momento de inercia del sistema es igual al del disco.

$$I_0 = I_{\text{disco}} = \frac{1}{2}MR^2$$

Al final, el león se ubica en el borde del disco, por lo que su momento de inercia pasa a ser

$I_{\text{leon}} = \frac{M}{2} \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$ . Luego, el momento de inercia total del sistema es:

$$I_1 = I_{\text{disco}} + I_{\text{leon}} = \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}MR^2 = MR^2$$

Finalmente, reemplazando las expresiones correspondientes queda:  $\omega_1 = \frac{\frac{1}{2}MR^2}{MR^2} \cdot \omega_0 = \frac{\omega_0}{2}$ , que **corresponde a la alternativa c).**

