3

## Las Fuerzas

## **Objetivos**

En esta quincena aprenderás a:

- Comprender que las fuerzas se originan en las interacciones y cuántas surgen en cada una.
- Saber cómo se representan las fuerzas y cómo se suman y restan.
- Conocer las Leyes de Newton.
- Conocer la importancia que tuvieron en el origen y prestigio de la Física y también como columna vertebral de la Mecánica.
- Comprender el Principio de conservación de la cantidad de movimiento.
- Resolver ejercicios de aplicación de las Leyes de Newton, suma de fuerzas, efecto de giro y Conservación de la cantidad de movimiento.

#### Antes de empezar

- 1. Definición y características ............ pág. 48
  Definición y representación
  Origen
  Efectos generales
  Efectos (giros: momento)
  Medida de F: Ley de Hooke
- 2. Composición y descomposición .... pág. 51
  Descomposición de una fuerza
  Suma de fuerzas
  Resta de dos fuerzas
- 3. Equilibrio: fuerza equilibrante ..... pág. 53
  Fuerzas concurrentes
  Fuerzas paralelas mismo sentido
  Fuerzas paralelas sentido opuesto
  Par de fuerzas
- 4. Los principios de la Dinámica ...... pág. 58 1ª Ley de Newton 2ª Ley de Newton 3ª Ley de Newton
- 5. Cantidad de movimiento ...... pág. 61
  Definición
  Principio de conservación

Ejercicios para practicar

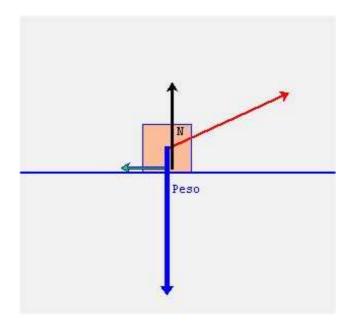
Para saber más

Resumen

Autoevaluación

Actividades para enviar al tutor

## Antes de empezar



#### Recuerda

Este tema estudia las fuerzas desde el punto de vista estático y dinámico y complementa el estudio del movimiento desde el punto de vista cinemático. Repasa los conceptos estudiados en Cinemática.

#### Investiga

Investiga la importancia que históricamente tuvo poder relacionar los movimientos con las causas que las producen (Galileo-Newton: explicación del movimiento de los astros y deducción de que las leyes que rigen los cielos son iguales a las de la Tierra); la unión entre la Geometría y el Álgebra con el establecimiento de ecuaciones de posición realizadas por Descartes, que además aportó su "duda metódica" como método para llegar al conocimiento. Todo esto junto con la experimentación, la expresión matemática de las relaciones entre magnitudes y la comprobación de las hipótesis, dio lugar al nacimiento del "Método Científico" y al desarrollo de las Ciencias.

## 1. Definición y Características

#### Definición y representación

**Fuerza** es toda causa capaz de modificar el estado de movimiento o de reposo de un cuerpo o de producir en él una deformación.

La fuerza es una magnitud vectorial: se representa por una flecha (vector) y necesitamos conocer no sólo su módulo, sino también su **dirección, sentido y punto de aplicación.** 

Repasa la animación de este apartado para ver como su módulo es la intensidad o valor, su dirección es la del segmento que soporta el vector y su dirección es la que indica la punta de la flecha.

No se puede saber lo que puede hacer una fuerza sin conocer su valor, donde está aplicada y con qué dirección y sentido.

Su unidad es el Newton (1kg pesa 9,8 N en un lugar en que la gravedad es 9,8 m/s²). Verás su definición en el apartado de la 2ª Ley de Newton pues es a partir de ella como se define.

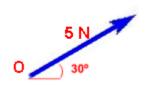
#### Origen

Una interacción entre dos objetos siempre produce dos fuerzas iguales y opuestas, aplicadas una en cada objeto.

Las interacciones pueden ser a distancia como la gravitatoria y la electromagnética o por contacto (como las originadas en un choque).

Las dos fuerzas de una interacción aunque son iguales no se anulan porque actúan cada una en un cuerpo diferente.

#### Representación de la fuerza

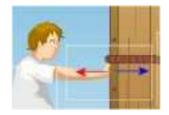


Origen: en O

Dirección: la de la flecha

Sentido: el que indica la punta

Módulo o intensidad: 5 Unidad: el Newton





La fuerza peso se origina por la atracción entre la masa de la Tierra y la del cuerpo. En un punto de la Tierra donde los cuerpos caigan con una aceleración de g=9,81 m·s<sup>-2</sup> el peso vale: P=m·g=m·9,81 N

Debido a que no se anulan las fuerzas originadas en los choques, porque están aplicadas una en cada objeto, éstos rebotan o se deforman.

Pasando el ratón por la figura de la página Web podrás ver las diferentes fuerzas surgidas en las interacciones.



Las fuerzas producen deformaciones (recuerda sus efectos en muelles, gomas, carrocerías, etc.) y también cambios de velocidad (aceleración).

**Una fuerza** actuando, ya sea durante un tiempo pequeño ("golpe seco" o durante poco recorrido) o durante mucho tiempo, **produce una aceleración** que cambia el valor de la velocidad y/o su sentido.

Una fuerza, cuya dirección de aplicación no pasa por el centro de gravedad de un objeto libre, le produce un giro y una traslación. Si el cuerpo está sujeto por un punto y la dirección de la fuerza aplicada no pasa por ese punto, también girará.



El momento de la fuerza (M) respecto a O, es el vector que expresa la intensidad del efecto de giro con respecto a un eje de rotación que pase por O.

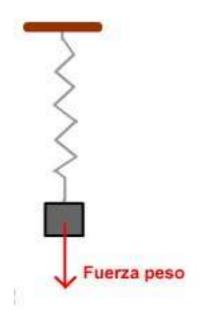
#### $M = F r sen \alpha$

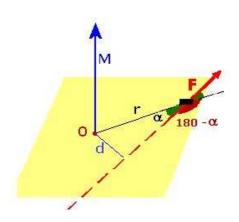
La distancia de F al eje de giro es r. El ángulo a es el que forma la dirección de la fuerza con r. (Podemos tomar en su lugar el ángulo que forma con su prolongación, sen a = sen (180 - a).

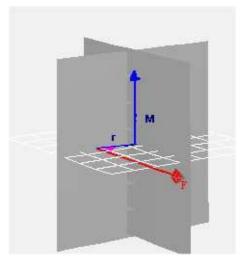
Dado que:  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{sen} \ \mathbf{a} = \mathbf{d}; \ \mathbf{M} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d}$ 

El valor del momento de una fuerza es el producto de la fuerza por la distancia más corta (la perpendicular) desde su dirección al eje de giro. Su dirección es perpendicular al plano formado por F y r y su sentido es el del avance del tornillo que gire con el sentido con que atornilla la F.

La unidad del momento en el S.I. es el N·m.





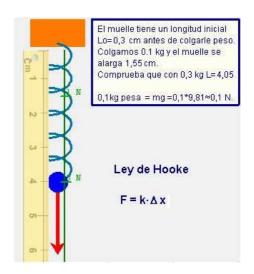


#### Cómo medir las fuerzas

Aprovechando la propiedad que tiene la fuerza de producir deformaciones en un muelle podemos construir con él un aparato para medir fuerzas: el dinamómetro. Consiste en un muelle que se estira al colgarle un cuerpo, descubriendo una escala graduada donde se lee el peso correspondiente al cuerpo que produce esa elongación.

Podemos fabricar un dinamómetro "casero" calibrando cualquier muelle con sólo dos pesas de valores conocidos, una de valor bajo y la otra de un valor alto (que casi lleve al muelle a su limite de elasticidad). Las colgamos y anotamos en la pared, en la posición de alargamiento, no la distancia alargada, sino el valor del peso colgado.

Una vez realizadas las marcas, colgando de él cualquier masa comprendida entre los valores de uso, podemos leer el valor de su peso en la escala que hemos fabricado.



#### **EJERCICIOS RESUELTOS**

- 1. Dibuja un vector indicando sus características. Escribe las expresiones algebraicas de sus proyecciones sobre los ejes. Solución: Ver animaciones en la página web
- 2. Describe una interacción e indica cómo son, donde están aplicadas las fuerzas que surgen y sus direcciones. Solución: Ver animaciones en la página web
- 3. Menciona los efectos que puede producir una fuerza.
- **4.** Halla el momento de una fuerza de 100 N aplicada perpendicularmente a una puerta de ancho 0,9 m. Indica la dirección del momento haciendo un dibujo. Ojo con la dirección de la fuerza.

Solución:  $M = F \cdot d = 100N \cdot 0.9 \text{ m} \cdot \text{sen } 90^{\circ} = 90 \text{ N.m}$ 

5. Calcula la constante de un muelle al que una fuerza de 1N lo alarga de 0,3 cm a 1,55 cm

Solución:  $F = k \cdot \Delta x$ ;  $1 = k \cdot (1,55-0,3)$ ; K = 1 / 1,25 = 0,8 N/m

# 2. Composición y descomposición

#### Descomposición de una fuerza

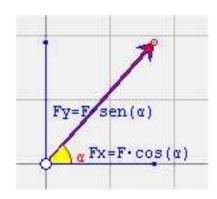
Resulta útil para resolver muchos problemas descomponer una fuerza en otras dos en la dirección de los ejes de coordenadas, cuyos efectos sumados sean iguales a la propia fuerza.

## Las proyecciones sobre los ejes son sus componentes.

Aplicando la definición de seno al ángulo que forma el vector con el eje x (en un triángulo rectángulo el seno es el cateto opuesto al ángulo dividido por hipotenusa), y de coseno, podemos calcular las componentes:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$
;  $F_y = F \cdot \sin \alpha$ 

Conocidas las componentes de  $\mathbf{F}$  sobre los ejes, no sólo conocemos la orientación (el ángulo con el eje  $\mathbf{x}$  define su dirección), sino que podemos hallar su módulo por medio del Teorema de Pitágoras.



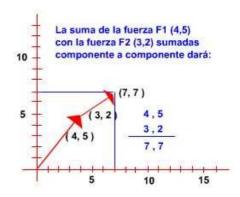
Las componentes Fx y Fy son las proyecciones de F sobre los ejes de coordenadas y son también vectores

#### Suma de fuerzas

Si las **fuerzas tienen la misma dirección** se suman sus módulos sin más (o resta si su sentido es opuesto). La suma resultante representa el efecto combinado de todas las fuerzas y tiene su misma dirección.

Si las **fuerzas tienen diferentes direcciones**, se sustituyen por sus proyecciones en los ejes. A continuación se suman las componentes del mismo sentido y se restan las de sentido opuesto. Finalmente sólo queda una resultante en el eje x y otra en el eje y, que se componen aplicando el T. de Pitágoras: la hipotenusa da la dirección y el módulo es la fuerza total resultante.

A veces las componentes en un eje se neutralizan.



Otra forma de explicar como se suman las fuerzas concurrentes que tienen diferentes direcciones es aplicando la **regla del paralelogramo:** 

En el extremo de una de las fuerzas se dibuja una paralela a la otra. Se une el extremo de esta fuerza desplazada con el origen de las fuerzas y éste vector será la resultante de las dos. Observa en la escena de la derecha como el efecto de poner una fuerza paralela a continuación de la otra es como sumarle sus componentes.

Para sumar **más de dos fuerzas concurrentes**, se suman primero dos, su resultante se suma con una tercera y así hasta sumarlas todas.

#### Resta de dos fuerzas

Restar una fuerza de otra es igual a sumarle su opuesta:  $F_1 - F_2$  equivale a  $F_1 + (-F_2)$ .

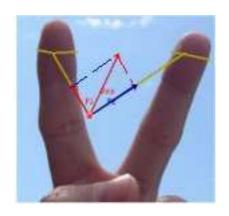
Por tanto para restar una fuerza de otra, primero hallamos su opuesta (misma dirección pero sentido contrario: los signos de sus componentes son los contrarios) y una vez hallada la sumamos aplicando los métodos vistos en la suma (suma gráfica o sumando las componentes).

Si las dos fuerzas tienen la misma dirección se cambia de sentido la que se debe restar. La resultante es una fuerza de la misma dirección y su módulo es la resta aritmética de los módulos de las dos, su sentido coincidirá con la mayor.

Para restarle varias fuerzas a una fuerza  $F_1$  se halla la suma de todas las fuerzas a restar y la resultante se resta de  $F_1$  (hallando la opuesta a la resultante y sumándosela a  $F_1$ )

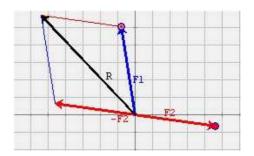
Una fuerza que se resta siempre es la fuerza de rozamiento que se opone siempre a la fuerza de tracción que marca la dirección del movimiento.

## Regla del paralelogramo para sumar fuerzas



La fuerza ejercida por las dos gomas tiene su componente dirigida entre los dedos.

Resta F<sub>1</sub> - F<sub>2</sub>



#### **Ejercicios:**

Realiza en la página web los ejercicios interactivos que te permitirán comprender mejor la resta de dos fuerzas.

- 6. Halla el ángulo formado con el eje de las x por una fuerza de módulo 3,2 si su componente en el eje de las x es 2,2 Solución:  $\cos a = Fx / F$ :  $a = a \cos (Fx / F)$ ;  $a = a \cos (2,2/3,2) = 50^{\circ}$
- 7. Halla la suma de tres fuerzas en el plano, F<sub>1</sub> (-3, 4), F<sub>2</sub> (6,-3), F<sub>3</sub> (-1, 4) Solución:
  Sumando entre sí las primeras componentes y también entre sí las segun
  - Sumando entre sí las primeras componentes y también entre sí las segundas obtenemos una resultante R = (-3+6-1, 4-3+4) = 2,5
- 8. Halla la diferencia  $F_1$   $F_2$  siendo  $F_1$  (4,-3) y  $F_2$  (-2,4) Solución:

Para efectuar la resta, vamos a sumar a  $F_1$  la opuesta a  $F_2$ . Para hallar la opuesta cambiamos de signo sus componentes.

$$R = F_1 - F_2 = F_1 + (-F_2)$$
  
 $R = (4,-3) + (2,-4) = (6,-7)$ 

# 3. Equilibrio: fuerza equilibrante

#### **Fuerzas concurrentes**

Dos fuerza concurrentes se suman tal como vimos en el apartado de composición de fuerzas. Si existen más de dos fuerzas, se hallan las proyecciones sobre los ejes de todas y se suman aritméticamente estas componentes. Se aplica el T. de Pitágoras a estas resultantes tomadas como catetos. La hipotenusa será la resultante final (define su dirección, módulo y sentido).

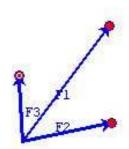
Para neutralizar todas las fuerzas concurrentes aplicadas en un punto de un **sólido rígido**, sólo debemos aplicar en ese punto una fuerza de igual valor y opuesta a la resultante: **F**<sub>equilibrante</sub>. Entonces, si la suma de todas las fuerzas incluida la resultante es igual a cero no hay desplazamiento:

$$F_1+F_2+F_3+F_{equilib}$$
. =0; No hay desplazamiento.

Si el sólido en el que actúan las fuerzas es un punto, no hay giro.  $(M = F \cdot d, porque d = 0; M = 0)$ .

Al estar reducidas las dimensiones del cuerpo un punto, no existe distancia desde la dirección de la fuerza resultante de todas al eje de giro: d=0. Por lo tanto el momento de las fuerzas será cero.

#### **Fuerzas concurrentes**



#### **Ejercicios:**

Realiza en la página web ejercicios gráficos para ver como se halla la resultante y la fuerza equilibrante

#### Fuerzas paralelas de igual sentido

La fuerza resultante es una fuerza,  $F_R$ , de:

- Intensidad (módulo) suma de los módulos de F<sub>1</sub> y F<sub>2</sub>.
- Dirección paralela a F<sub>1</sub> y F<sub>2</sub>
- Sentido el de las fuerzas.
- Punto de aplicación situado en el segmento que une los puntos de aplicación de F<sub>1</sub> y F<sub>2</sub> y lo divide en dos partes, x1 y x2, inversamente proporcionales a los módulos de F<sub>1</sub> y de F<sub>2</sub> (la fuerza mayor está al lado del segmento menor).

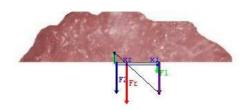
La **fuerza que las equilibra** es igual y opuesta a la fuerza resultante  $(F_{equilibrante} = -F_R)$ 

Equilibrio en la traslación:  $\Sigma F=0$ ; R-  $F_1$ - $F_2=0$ 

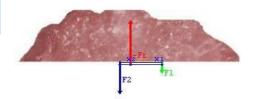
Equilibrio rotación:  $\Sigma M=0$ ;  $F_1x_1-F_2\cdot x_2=0$ 

## Fuerzas paralelas de igual sentido actuando sobre una roca.

#### 1. Hallar la F resultante



2. Hallar la F equilibrante



#### Fuerzas paralelas de sentido opuesto

La fuerza resultante es una fuerza, Fr, de:

- Intensidad (módulo) diferencia de los módulos de F<sub>1</sub> y F<sub>2</sub>.
- Dirección paralela a F<sub>1</sub> y F<sub>2</sub>
- Sentido el de la fuerza mayor.
- Punto de aplicación situado en la prolongación del segmento que une los puntos de aplicación de F<sub>1</sub> y F<sub>2</sub>. Su distancia a éstas es inversamente proporcional a los módulos de F<sub>1</sub> y F<sub>2</sub> (fuera del segmento de unión y del lado de la fuerza mayor).

La **fuerza que las equilibra** es igual y opuesta a la fuerza resultante ( $F_{equilibrante} = -F_r$ ).



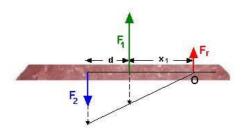
Para equilibrar el giro, el momento de F<sub>1</sub> y F<sub>2</sub> respecto a O debe anularse.

 $F_1 \cdot x_1 - F_2 \cdot (d + x_1) = 0$ 

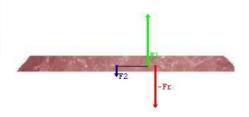
La fuerza resultante neutraliza la traslación y el giro del cuerpo sobre el que actúan las fuerzas.

## Fuerzas paralelas de distinto sentido actuando sobre una roca.

#### 1. Hallar la F resultante



2. Hallar la F equilibrante



#### Par de fuerzas.

Un par de fuerzas lo forman dos fuerzas paralelas, separadas por una distancia, de igual intensidad y dirigidas en sentido contrario.



El efecto producido por un par de fuerzas es una rotación respecto a un eje imaginario perpendicular al plano que las contiene. El Momento es F·2r y su dirección es perpendicular al plano de las fuerzas

La fuerza resultante de un par es cero  $(F_1-F_2=0)$  y, por lo tanto, no pueden ser neutralizados sus efectos por una única fuerza porque, al añadir esa fuerza, la suma de fuerzas que antes era cero no lo sería ahora. Se requiere otro par para neutralizarlo.

Al girar el volante con las dos manos, tirando con igual fuerza con las dos y en paralelo, ejercemos un par de fuerzas.

Ejercemos un par de fuerzas al apretar con una llave fija o una llave inglesa por la forma en que actúan sobre la cabeza del tornillo. A veces interesa saber el par que estamos ejerciendo para no pasarnos apretando y para eso existen las llaves dinamométricas que aprietan justo hasta el valor fijado previamente.

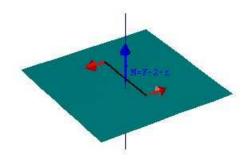
Al tirar tangencialmente con una sola mano de un volante se origina en eje situado en el centro del volante una fuerza igual y opuesta que impide su desplazamiento. Esta fuerza junto con la de tracción origina un par de fuerzas. La distancia entre ellas es el radio del volante

El par motor en los automóviles indica el valor del par de fuerzas implicadas en el giro que transmite a las ruedas. Cada motor alcanza un par máximo a unas revoluciones por minuto determinadas (altas siempre).

Si se multiplica el valor del par máximo por la velocidad angular de giro (medida en rad/s) a las que el motor alcanza ese par, ese producto indica la potencia del motor en watios.

Potencia = Par motor  $(N \cdot m) \cdot Velocidad$  angular (rad/s)

#### Par de fuerzas y su momento





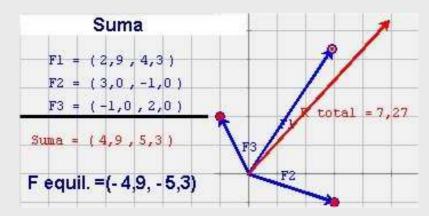


Llave dinamométrica

**9.** Halla la fuerza equilibrante de las tres siguientes:  $F_1$  (2,9, 4,3);  $F_2$  (3, -1);  $F_3$  (-1, 2).

#### Solución:

La suma es R = (4,9, 5,3) se suman las componentes sobre los ejes. La fuerza equilibrante es la opuesta a la resultante Feq = (-4,9, -5,3)



**10.** Hallar la fuerza equilibrante de dos fuerzas de 0,5 N y 1,5 N del mismo sentido aplicadas al extremo de una barra de 5 m y su punto de aplicación.

#### Solución:

Hallamos primero la resultante porque la F equilibrante es su opuesta.

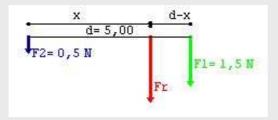
Para que no exista traslación  $F_1 + F_2 + Feq = 0$ ; la suma de las tres debe dar el equilibrio de traslación:  $R = F_1 + F_2 = 0,5 + 1,5 = 2N$  en la dirección de  $F_1$  y  $F_2$ .

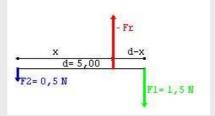
La Fuerza equilibrante es 2 N en sentido opuesto.

El punto de aplicación se halla para que  $\Sigma M=0$ . Tomamos momento en el punto en que debe estar aplicada la fuerza equilibrante: a una distancia x de  $F_2$  el giro que originaría  $F_1$  estará contrarrestado con el que originaría  $F_2$ :

$$F_2 \cdot X - F_1 (d-x) = 0 ; 0,5 \cdot x - 1,5 \cdot (5-x) = 0$$

Resolvemos la ecuación y x = 3,75 M





**11.** Halla la fuerza equilibrante y su punto de aplicación, de dos fuerzas  $F_2 = -1.5 \text{ N y } F_1 = 3.5 \text{ N de distinto sentido aplicadas al extremo de una barra de 2m de longitud.$ 

#### Solución:

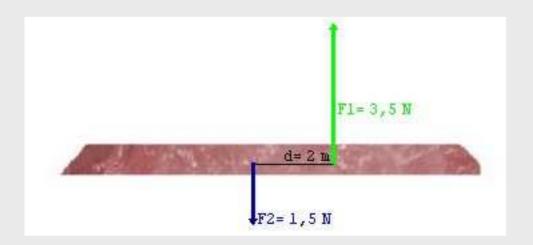
Hallamos primero la resultante porque la F equilibrante es su opuesta.

Para que no exista traslación  $F_1 + F_2 + Feq = 0$ . La suma de las tres debe dar el equilibrio de traslación:  $R = F_1 + F_2 = 3,5-1,5 = 2$  N en la dirección de  $F_1$  La Fuerza equilibrante es 2 N en sentido opuesto.

El punto de aplicación se halla para que  $\Sigma$  M=0. Tomamos momento en el punto en que debe estar aplicada la fuerza equilibrante: a una distancia x de  $F_2$  el giro que originaría  $F_1$  estará contrarrestado con el que originaría  $F_2$ :

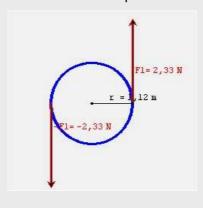
 $F_1 \cdot X - F_2 (d+x) = 0 ; 3,5 \cdot x - 1,5 \cdot (2+x) = 0$ 

Resolvemos la ecuación y x = 1,5 M



**12.** Halla el momento del par de fuerzas de módulo 2,33 N separadas por 1,22 m y la fuerza equilibrante.

Solución: El momento del par de fuerzas es  $M = F \cdot d = 2,33 \cdot 1,22 = 2,84 \text{ N} \cdot \text{m}$  El efecto de giro del par no se puede neutralizar con una sola fuerza, se requiere otro par que ejerza un momento igual en sentido contario. Solución: no existe una única fuerza equilibrante.

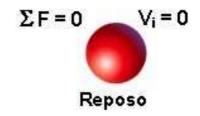


## 4. Los principios de la Dinámica

1<sup>a</sup> Ley de Newton (ley de la inercia)

En ausencia de fuerzas externas un cuerpo permanece en reposo si su velocidad inicial es cero. Si tiene velocidad inicial se mueve con movimiento rectilíneo uniforme, manteniendo su velocidad constante, mientras no actúen fuerzas sobre él.

La inercia expresa la tendencia de un cuerpo a mantenerse en el estado en que está. Si está en reposo y no actúan fuerzas sobre él, continúa en reposo.

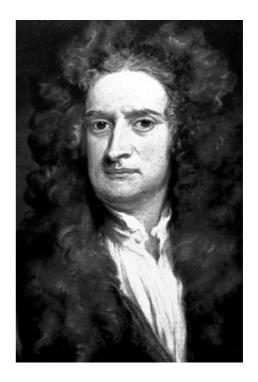


Ley de la inercia: Un cuerpo libre continúa en estado de reposo o se mueve con movimiento rectilíneo uniforme, si no actúan fuerzas sobre él o si la suma vectorial de las fuerzas es nula.

#### Biografía de Newton

Isaac Newton (1642 - 1727). Físico, matemático, astrónomo inglés, hijo póstumo y prematuro, delicado, con una gran habilidad manual y soltero empedernido, es uno de los más grandes genios de la humanidad. Su mayor mérito fue demostrar que las leyes físicas que se cumplen en la Tierra también se cumplen en los "cielos": en su libro "Principios matemáticos de la filosofía natural" describió la Ley de la Gravitación Universal que lo explica y demuestra (las fuerzas que gobiernan todo el Cosmos son debidas a la atracción de las masas).

También estableció las bases de la Física Clásica mediante las tres leyes que llevan su nombre. Al establecer las Leyes de la Dinámica y completar la relación de fuerzas y movimientos, logra explicar que le pasará en el futuro a un cuerpo sabiendo las condiciones iniciales y las fuerzas que actúan sobre él durante ese tiempo. iPor primera vez se podía predecir el futuro! Los astrónomos y los físicos de la NASA saben que un cohete lanzado con un ángulo determinado llegará a la Luna y donde impactará pese a estar moviéndose la Tierra y la Luna. Los "astrólogos", saben poco y, aunque vaticinan sobre lo divino y lo humano, sólo aciertan por puro azar.



Isaac Newton

La peste bubónica de 1665 originó un "bien colateral" al obligar a cerrar Cambridge y a que el joven Newton de 22 años se dedicara a pensar en su aldea de Woolsthorpe. Como ya había aprendido a aprender solo, fue en tres años maravillosos, que empezaron un poco antes de ese retiro y continuaron casi un año más, cuando se le ocurrió todo lo que desarrollaría después: binomio de Newton, cálculo diferencial, cálculo integral, teoría del color, teoría de la Gravitación Universal, etc. Además, consolidó la forma de investigar mediante la aplicación del Método Científico iniciado por Galileo.



Tumba de Newton

#### 2<sup>a</sup> Ley de Newton

La fuerza aplicada a un cuerpo modifica su velocidad tanto más cuanto más tiempo se aplique. La a expresa el cambio de v.

La 2ª ley de Newton dice que la aceleración de un objeto es proporcional a la fuerza que está actuando sobre él e inversamente proporcional a su masa.

El vector **aceleración** tiene la misma dirección que la fuerza.

La segunda Ley de Newton nos proporciona la respuesta al problema de saber cuál debe ser la fuerza necesaria para lograr un movimiento con una determinada aceleración: una fuerza produce siempre una aceleración cuando está actuando sobre un cuerpo.

La fórmula que expresa la segunda Ley de Newton constituye la fórmula principal de la dinámica, rama de la física que relaciona el movimiento con las causas que lo producen

#### Unidad de Fuerza

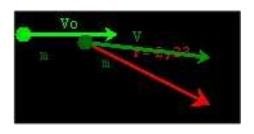
La unidad de fuerza en el S.I. es el Newton y se define a partir del 2º Principio de la dinámica.

1 N es la fuerza que al mantenerla aplicada sobre una masa de 1 kg le produce una aceleración de 1  $m/s^2$  (incrementa su velocidad en 1 m/s cada segundo).

Por tanto. 1 N = 1 kg  $\cdot$ 1 m/s<sup>2</sup>

#### $F = m \cdot a$

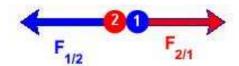
#### Efecto de la fuerza



La fuerza, representada de rojo, cambia la velocidad de valor y de dirección

#### 3<sup>a</sup> Ley de Newton

Al interaccionar dos partículas, la fuerza  $F_{1/2}$  que la primera ejerce sobre la segunda es igual y opuesta a la fuerza  $F_{2/1}$  que la segunda ejerce sobre la primera, estando ambas sobre la recta que las une.



Se escribe  $F_{1/2}$  para indicar la fuerza que el cuerpo 1 ejerce sobre el 2 y  $F_{2/1}$  para indica la fuerza que el cuerpo 2 ejerce sobre el 1. Son iguales y opuestas.

#### Características de las fuerzas de Acción - Reacción

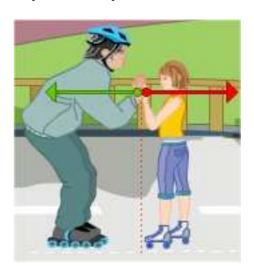
- Surgen de una interacción.
- Nunca aparece una sola: son dos y simultáneas.
- Actúan sobre cuerpos diferentes: una en cada cuerpo.
- Nunca forman un par de fuerzas: tienen la misma línea de acción.
- Un cuerpo que experimenta una única interacción no está en equilibrio (Σ F #0), pues sobre él aparece una fuerza única que lo acelera. Para estar en equilibrio se requieren por lo menos dos interacciones.

Las dos fuerzas del impacto están aplicadas sobre distintos cuerpos. (Si están aplicadas las dos en el mismo cuerpo se anulan).

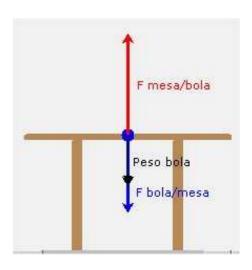
Ejemplo de fuerzas de acción y reacción que se crean en la interacción de la pelota con la mesa al impactar. (Ver animación en la página).

Al impactar una pelota en la mesa, y mientras dura el impacto, aparecen las dos fuerzas iguales, opuestas y de sentido contrario, aplicadas en los objetos que interaccionan: una aplicada en la mesa y la otra en la pelota.

#### Ley de acción y reacción



Al empujarse se crean dos fuerzas iguales aplicadas en el hombre y en el niño



- 13. ¿Qué dirección seguirá una piedra que gira sujeta por el cuero de una honda en el momento en que el hondero suelta una de las partes de la correa?
  - Solución: Sale tangencialmente a la trayectoria (consultar la animación del 1er principio de la Dinámica).
- Halla la aceleración que experimenta un bloque de 500 g de masa apoyado en una superficie horizontal que lo frena con una fuerza de 3 N al aplicarle una fuerza de 9

#### Solución:

Aplicamos F=  $m \cdot a$ ; sabiendo que en realidad esa fórmula es  $\Sigma F = m \cdot a$ . La suma de los efectos de todas las fuerzas debe comunicarle una aceleración.

Otra condición para que la utilización de la fórmula sea correcta es que estén sus unidades en el mismo sistema de unidades (usamos el S.I). En este caso la masa debemos expresarla en kg.

$$M=500 g = 0.5 Kg$$

$$\Sigma F = m \cdot a$$
: 9 - 3 = 0,5 · a Despejando: a= 12 m·s<sup>-2</sup>

15. Al caer sobre una mesa una pelota la golpea. ¿Qué dirección y sentido tiene la fuerza con que la pelota golpea la mesa? ¿Qué otras fuerza surgen? ¿Dónde están aplicadas y cual es su valor con respecto a la que se ejerce sobre la mesa?

#### Solución:

En la interacción del choque surgen dos fuerzas iguales y opuestas una aplicada sobre la mesa y otra, igual y opuesta, aplicada en la pelota. Éstas fuerzas existen durante el tiempo en que la pelota y la mesa están en contacto.

## 5. Cantidad de movimiento

#### Definición de la cantidad de movimiento

La cantidad de movimiento o momento lineal, p, de un objeto en movimiento se define como:

$$p = m \cdot v$$

P es un vector que tiene la misma dirección de v.

El concepto es importante porque combina dos magnitudes que intervienen en el cambio de movimiento que produce la fuerza: la masa, que refleja la tendencia del cuerpo a permanecer como está (inercia), y la velocidad.

Se define incremento de **p** como:  $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{m} \cdot \Delta \mathbf{v}$ 



"Cuna de Newton"

La llamada "cuna de newton" es un ejemplo de la conservación de la cantidad de movimiento.

Sean del tipo que sean, en los choques, siempre se conserva la cantidad de movimiento.

El Impulso mecánico ( $\mathbf{I} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{t}$ ) equivale al incremento de  $\mathbf{p}$ ,  $\Delta \mathbf{p}$ . Es decir, una fuerza actuando un tiempo  $\mathbf{t}$  sobre un objeto origina un incremento en su cantidad de movimiento.

#### Conservación de la cantidad de movimiento

En ausencia de fuerzas externas la suma de la cantidad de movimiento de los cuerpos que intervienen en un choque no varía:  $(P_{antes}=P_{después})$ .

Dos partículas de masa  $m_A$  y  $m_B$  que se mueven con  $V_A$  y  $V_B$  chocan. Sus masas se conservan igual y su cantidad de movimiento total también. Aplicando la definición de cantidad de movimiento, tenemos que antes del choque la suma de las dos (debemos tener en cuenta en esta suma la dirección de la velocidad que puede ser negativa o positiva según vaya hacia la izquierda o a la derecha) cantidades es igual a la suma de las dos después del choque.

$$P_{antes} = m_A V_A + m_B V_B ; P_{despu\'es} = m_A V^{'}_A + m_B V^{'}_B$$

$$P_{antes} = P_{despu\'es}$$

$$m_A V_A + m_B V_B = m_A V^{'}_A + m_B V^{'}_B$$

$$m_A V_A - m_A V^{'}_A = -(m_B V_B - m_B V^{'}_B) \text{ fórmula (I)}$$

La variación de la cantidad de movimiento de A es:

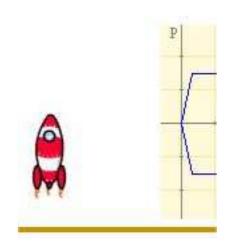
$$\Delta p_A = m_A V_A - m_A V'_A$$
; sustituyendo en la fórmula (I)

$$\Delta p_A = - \Delta p_B$$
 fórmula (II)

Esta expresión matemática expresa que, en la interacción de A con B, lo que aumenta la cantidad de movimiento de A es igual a lo que disminuye cantidad de movimiento la de B.

La fórmula anterior no es más, como vemos por la demostración, que una consecuencia de que:

$$P_{antes} = P_{después}$$





Cantidad de movimiento de dos bolas antes del choque.



Cantidad de movimiento de dos bolas después del choque.

Observa que lo que aumentó la cantidad de movimiento de una es igual a lo que disminuyó la de la otra.

16. Una escopeta de 2 kg dispara cartuchos que contienen 100 perdigones de 0,5 g cada uno con una velocidad de 300 m/s. ¿Cuál será la velocidad de retroceso del arma?

Solución: Pasamos todos los datos a unidades del S.I.: masa perdigones=100.0,5 = 50 gramos = 0,05 kg :  $V_{perdigones}$  = 300 m/s ;  $M_{escop}$  = 2 kg

No intervienen fuerzas externas al sistema. En realidad actúan el peso y la fuerza de la explosión y las dos son internas al sistema. Por lo tanto se conserva la cantidad de movimiento:  $P_{\text{antes de la explosión}} = P_{\text{después}}$ 

P antes = 0;

La velocidad hacia la derecha la consideramos positiva y hacia la izquierda negativa. Los perdigones salen disparados hacia la derecha y la escopeta retrocede hacia la izquierda.

$$0 = Mp \cdot Vp - Me \cdot Ve; 0 = 0.05 \cdot 300 - 2 \cdot Ve$$

$$Ve = 7.5 \text{ m/s}$$

- 17. Un cañón dispara un proyectil de 2000 g de masa que por su boca van a una velocidad de 432 km/h. Considerando que la fuerza expansiva mantiene un valor constante mientras la bala recorre el cañón y tarda 0,06 segundos en salir calcula:
  - a) Aceleración en el interior del cañón.
  - b) Fuerza media en el interior.
  - c) Impulso que sufre la bala en el interior.



Solución: Unidades en el S.I

Masa bala=Mb =  $2000g \cdot 1 \, kg/1000g = 2 \, kg$ 

Velocidad bala = Vb =  $432 \text{ km/h} \cdot 1000 \text{ m/ } 1 \text{km} \cdot 1 \text{h/} 3600 \text{ s} = 432 \text{ /3,6} = 120 \text{ m/s}$ 

- a) La bala acelera  $a = \Delta v / t = (120-0) / 0.06 = 2.000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  (aceleración enorme)
- b) Se trata de un impulso de los gases sobre una masa. Aplicamos la definición de impulso:

 $F \cdot t = m \cdot \Delta v$ ;  $F \cdot 0.06 = 2 \cdot (120 - 0)$ ; despejando F = 4.000 N

c) Impulso es F·t; por lo tanto 4.000· 0,06 = 240 N·s



## Para practicar

- **1.** Halla la suma de tres fuerzas  $F_1$  (-1,3)  $F_2$  (5,-3)  $F_3$  (-1,4) y el módulo de la resultante.
- 2. Halla las componentes según los ejes de una fuerza de 10 N que forma 30° con el eje de las x. Nota: la calculadora debe estar en degre.
- **3.** Halla la diferencia de  $F_1$   $F_2$ , siendo  $F_1$  (4,-3) y  $F_2$  (-2,3).
- 4. Halla la fuerza necesaria para alargar 2 cm la longitud inicial de un muelle de constante elástica k= 400 N/m.
- 5. Halla la resultante y su punto de aplicación de dos fuerzas de 12 y 3 N aplicadas en los extremos de una barra de 5m.
- 6. Un padre soporta 3 veces más carga que su hijo. En qué punto de una barra de 1 m debe colgarse una masa de 80 kg. Nota: peso = m⋅g = (m kg⋅9,8 m/s²) N.
- 7. Una fuerza de 2 N está aplicada en el extremo de una barra de 6m y a 1m de ella se aplica sobre la barra otra fuerza de 3 N paralela a ella y de sentido contrario. ¿Qué fuerza debemos aplicar y dónde?
- 8. Un objeto se mueve sin rozamiento sobre una pista de hielo con una velocidad de 3m/s ¿Qué fuerza debemos aplicar para mantener esa velocidad? ¿En qué dirección?
- 9. Una fuerza de tracción paralela al suelo de 60 N debe vencer un rozamiento de 10 N cuando arrastra un bloque de 50 kg sobre una superficie horizontal ¿Qué aceleración le comunica? ¿Qué distancia recorre si la fuerza permanece aplicada 4 s sobre el cuerpo e inicialmente éste estaba en reposo sobre la superficie horizontal?

- 10. Una fuerza de frenada actúa sobre un coche de 800 kg haciendo pasar su velocidad de 90 km/h a 18 km/h en 20 s
  - a) ¿Qué distancia recorre?
  - b) ¿Cuánto vale la fuerza?
- 11. Un conductor empuja con una fuerza de 400 N su coche averiado de 1000 kg por una carretera horizontal durante 60 s ¿Qué velocidad adquiere al cabo de ese tiempo?
- 12. Un camión de 18 toneladas pasa de 36 a 72 km/h en 20 s. ¿Cuánto varió su cantidad de movimiento? ¿Qué fuerza (supuesta constante) ejerció el motor?
- 13. Una pelota de 50g impacta con una velocidad de 3 m/s sobre una mesa y rebota con la misma velocidad. Si el impacto dura 0,01 s ¿cuanto vale la fuerza ejercida sobre la pelota?
- 14. Un cañón que dispara una bala de 1 kg la hace salir por su boca con una velocidad de 300 m/s permaneciendo en su interior 0,1 s. Calcula:
  - a) La variación de la cantidad de movimiento de la bala.
  - b) La fuerza media de los gases.
  - c) El impulso de los gases de explosión.
- **15.** Calcula la velocidad de retroceso de un fusil de 2,5kg que dispara una bala de 20 g con una velocidad de 200m/s
- 16. Dos bolas que se desplazan sobre una superficie sin rozamiento chocan y al retroceder una recorre, en 1 minuto, cuatro veces mas distancia que la otra. ¿Cuál es la relación entre sus masas?

## Para saber más



#### La 2<sup>a</sup> Ley lo explica todo

Casi todos los conceptos estudiados en el tema los sintetiza la 2ª Ley de Newton.

#### $F = M \cdot a$ ; $F = M \cdot \Delta v / t$

Deducimos la expresión de Impulso y Cantidad de movimiento escribiendo de otra manera la fórmula  $F = M \cdot a$ 

Sustituyendo el valor de a, de la forma  $F = M \cdot a$  pasamos a la  $F \cdot t = M \cdot \Delta v$  y a  $F \cdot t = \Delta P$  que constituyen la definición del Impulso y de la Cantidad de movimiento.

Deducimos el Principio de Conservación: La cantidad de movimiento antes es igual a la de después del evento (choque, etc.), si  $\Sigma F_{\text{ext}} = 0$ 

Si la  $\Sigma F_{ext} = 0$  (suma de fuerzas externas nula) en la expresión del impulso tenemos:  $0 \cdot t = M \cdot \Delta v$ ; O sea  $\Delta P = 0$ . Y por lo tanto:  $P_{después} - P_{antes} = 0$ 

## Deducimos el Principio de inercia:

Si  $\Sigma$  F ext= 0 y la velocidad inicial tiene un valor, por ser Fext= 0, por del Principio de Conservación:  $P_{antes} = P_{después}$  tenemos,  $M \cdot V_0 = M \cdot V_F$ .

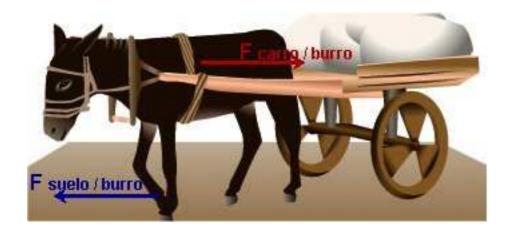
Si Vo= 0 entonces  $V_F = 0$ . El cuerpo que estaba en reposo, sigue en reposo (lo que constituye el **Principio de Inercia**).

Si la velocidad inicial tiene un valor, la  $V_F$  tendrá el mismo valor. El cuerpo sigue con la misma velocidad en valor dirección y sentido (**Principio de Inercia**).

#### El burro desanimado

Sabía el animal (más por animal que por burro) que, por la 3ª Ley de Newton, la fuerza con la que iba a tirar del carro era igual a la que el carro tiraría de él. Entonces, ¿por qué tirar? Mira esta animación y descubrirás los errores del animal. La solución está en las distintas interacciones. Comprueba en la animación las fuerzas de interacción.

Aparecen interacciones entre el suelo y las pezuñas del animal que generan dos fuerzas: una aplicada sobre el suelo y otra sobre la pezuña que lo impulsa. Al mismo tiempo entre el carro y el burro aparece otro par de fuerzas: la aplicada sobre el animal es aquella con la que el carro tira de él. Si la fuerza que ejerce con las pezuñas es mayor que la fuerza con la que el carro tira de él, el animal avanzará.





Son vectores y, para poder utilizarlas, debemos conocer su módulo, dirección y sentido, y su punto de aplicación. Se suman aplicando la regla del paralelogramo. El módulo de la suma **no es** la suma aritmética de los módulos de los sumandos.

#### Equilibrio de fuerzas

#### Equilibrio de fuerzas

Para neutralizar la acción de varias fuerzas se aplica una fuerza opuesta a la resultante en un punto tal que todas las fuerzas, incluida la equilibrante, cumplan:

$$\Sigma F = 0$$
,  $\Sigma M = 0$ 

B

Toda fuerza aplicada a un cuerpo lo acelera.

Σ F es la resultante de todas la fuerzas

 $\Sigma F = m \cdot a$ 

## Impulso y Cantidad de movimiento:

- Impulso (F·t)
- Variación cantidad movimiento (m·∆v)
- F · t = m ∆v
- Si S F externas = 0; Pantes Pdespués = 0

## **Autoevaluación**



- **1.** Calcula el momento de una fuerza de 92 N, aplicada, formando un ángulo de 20º con el plano de una puerta de 100 cm de ancha, en su borde más alejado del eje.
- 2. Halla las componentes de una fuerza de 83 N cuando forma un ángulo de 35º con el eje de las x.
- Calcula la constante de un muelle al que una fuerza de 142
   N le produce una elongación de 7 cm.
- 4. Calcula el módulo de la fuerza F (10, 3)
- 5. Dos fuerzas de 6 y 15 N paralelas del mismo sentido, aplicadas a una barra distan entre si 11 cm. ¿Cuánto vale la resultante? ¿A qué distancia está de la fuerza de 6 N?
- **6.** Calcula las componentes de la suma de las fuerzas  $F_1$  (3,-8)  $F_2$  (-7,-2) y  $F_3$  (3, 2).
- **7.** Dos fuerzas paralelas y de sentido opuesto de 10 N están aplicadas a los extremos de una barra de 0,5 haciéndola girar. ¿Cuál es su momento?
- 8. Una fuerza de 10 N se mantiene aplicada durante 4s a una masa de 22900 g que tiene una velocidad inicial de 5 m/s. ¿Cuál será su velocidad final? ¿Cuál es su aceleración?
- **9.** Halla la fuerza que aplicada continuamente a una masa de 15 kg durante 6 s hace pasar su velocidad de 10 a 25 m/s
- **10.** Calcula la velocidad de retroceso de un fusil de 4 kg que dispara una bala de 3 g con una velocidad de 100 m/s.

## Soluciones de los ejercicios para practicar

- **1.** a) R (3,4); b) M=5
- **2.** Fx = 8,66 N; Fy = 5 N
- 3. R (6, -6)
- 4. F = 8 N
- **5.** M =105,6 Nm
- 6. A 0,25m del padre
- **7.** F=1 N a 3m de la de 2 N y en su sentido
- 8. Ninguna,
- **9.** a)  $a = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 
  - b) d = 8m
- **10.** a) d= 300m
  - b) F= 800N

- **11.** V= 24 m/s
- **12.** a)  $\Delta p = 170.000 \text{kg} \cdot \text{m/s}$ 
  - b) F= 9.000 N
- **13.** F= 30 N
- **14.** a)  $\Delta p = 300 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ 
  - b) F= 3000 N
  - c) I= 300 N·s
- **15.** Vr = 1,6 m/s

## Soluciones AUTOEVALUACIÓN

- **1.**  $M = 31,4 \text{ N} \cdot \text{m}$
- **2.** Fx = 68,0 N; Fy = 47,5
- 3. k = 2028,5 N/m
- **4.** Módulo = 10,4
- **5.** R= 21N; P.a. a 7,85 de la de 6 N
- **6.** Fx = -1; Fy = -8
- **7.** −5 N·m
- 8.  $V_f = 6.7 \text{ m/s}$ ;  $a = 0.43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- **9.** F = 37.5 N
- **10.** Vr = 0.07 m/s

No olvides enviar las actividades al tutor



### **ACTIVIDADES DE ESO**

Nombre y apellidos del alumno:		Curso: 4°
Quincena nº: 3	Materia: Física y Química	
Fecha:	Profesor de la materia:	

- **1.-** Calcula las componentes  $F_x$  y  $F_y$  de una F de 12 N que forma un ángulo de 20° con el eje de las x.
- 2.- Padre e hijo transportan un peso de 400 N colgado de una barra de 3 m apoyada en sus hombros. El padre soporta tres veces más peso que el hijo. ¿A qué distancia (cm) del padre va la carga y cuánta carga soporta?
- **3.-** Al aplicar a un cuerpo de 5 kg de masa una fuerza, su velocidad pasa de 5 a 20 m/s en tres segundos. a) ¿Cuánto vale la fuerza? b) ¿Qué distancia recorre en ese tiempo?
- **4.-** Una fuerza de 20 N actúa durante 5 segundos sobre un cuerpo de masa 3 kg inicialmente en reposo. a) ¿Qué velocidad alcanzará a los 5 s? b) ¿Qué aceleración experimentó?

cidead@mec.es

http://cidead.cnice.mec.es

C/. Torrelaguna, 58 28027 - Madrid

Tlf: 91 377 83 00 Fax: 91 377 83 14