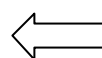


# TRABAJO Y ENERGIA

## Trabajo de una fuerza.

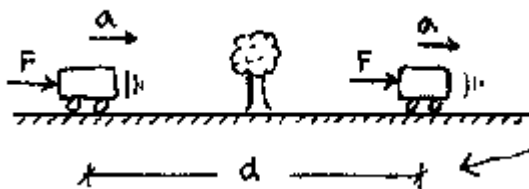
Imaginate un cuerpo que es empujado por una fuerza  $F$ . Por ejemplo, podría ser un carrito de supermercado. La fuerza lo empuja y el carrito recorre una cierta distancia  $d$ .



UN CARRITO QUE ESTA SIENDO EMPUJADO POR UNA FUERZA  $F$ .

¿ Quien empuja el carrito ?

Rta : No importa. Alguien. Una fuerza  $F$ . Podrías ser vos con la mano, por ejemplo. Ahora, repito, quiero que te imagines que bajo la acción de esta fuerza el cochecito recorre una distancia  $d$ .



Esta es la distancia recorrida por la acción de la fuerza.

Durante todo el trayecto  $F$  se mantiene constante y el carrito va acelerando.

El trabajo que realizó la fuerza  $F$  al moverse la distancia  $d$  se calcula haciendo la cuenta  $F \cdot d$  por  $d$ . ( Esto es una definición ). Es decir:

$$L = F \cdot d$$

Trabajo de la fuerza  $F$ .

Al trabajo realizado por una fuerza se lo suele poner con la letra  $L$ .

Dicen que esta  $L$  viene de " Laborum " .

No recuadres esta fórmula. No es la ecuación definitiva que usamos para calcular el trabajo realizado por una fuerza. Esta definición vale cuando la fuerza se mueve en la misma dirección del desplazamiento.

Pero podría pasar que la fuerza esté inclinada con respecto a la distancia  $d$ .

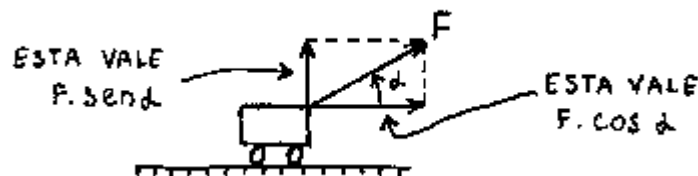
Fijate:



— Ahora la fuerza está inclinada.

Lo que hago en este caso es descomponer a  $F$  en dos direcciones: una así ? , y otra así ?.

Veamos. Analicemos cuánto valen las componentes de la fuerza  $F$  si esta fuerza forma un ángulo alfa con la distancia  $d$ .



La fuerza así ? **NO** realiza trabajo. El cuerpo no se mueve en la dirección vertical. ( No se levanta del piso ).

La componente que va así ? **SI** hace trabajo, porque recorre la distancia  $d$ . Como esta componente vale  $F \cos \alpha$  el trabajo que realiza vale:

$$L = F \cos \alpha \cdot d$$

$F$  horizontal

O, lo que es lo mismo:

$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$

Trabajo de una fuerza.

Fuerza aplicada al cuerpo.

Distancia recorrida

Ángulo formado entre  $F$  y  $d$ .

Atento. Esta es la hiper-archiconocida expresión que da el trabajo realizado por una fuerza efe. En esta fórmula  $F$  es la fuerza que actúa,  $d$  es la distancia que recorre y **alfa** ( MUY IMPORTANTE ) es el ángulo formado por la fuerza y la distancia  $d$ .

Ahora, fíjate esto. La distancia  $d$  da la dirección de desplazamiento.

Quiero decir,  $d$  apunta para donde se está moviendo el cuerpo.

Dicho de otra manera, la distancia  $d$  es un vector.

Este vector  $d$  siempre apunta para donde va la velocidad.

Entonces, aprendete esta conclusión que es muy importante:

EL ANGULO ALFA QUE VA EN LA FORMULA  
 $L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$  ?? ES EL ANGULO FORMADO  
 ENTRE LA FUERZA Y LA DISTANCIA d.  
 ESTO ES LO MISMO QUE DECIR QUE ALFA  
 ES EL ANGULO FORMADO ENTRE LA FUERZA  
 Y LA VELOCIDAD QUE TIENE EL CUERPO.

← **VER**

¿ EN QUÉ SE MIDE EL TRABAJO DE UNA FUERZA ?

El trabajo es  $F$  por  $d$ , de manera que  $L$  se medirá en unidades de Fuerza por unidades de distancia.

La fuerza la pongo siempre en Kilogramos fuerza o en Newton. La distancia la puedo poner en metros. Así que las unidades de trabajo que más se usan son:

[  $L$  ] ?  $\text{Kgf} \cdot \text{m}$       ? Kilográmetro.

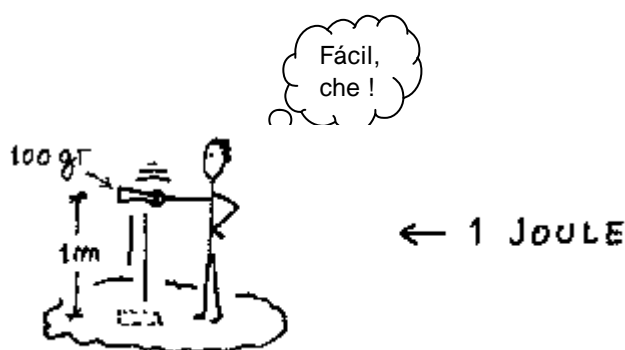
[  $L$  ] ?  $\text{N} \cdot \text{m}$       ? Joule.

Como 1 Kilogramo fuerza son 9,8 Newton, 1 Kilográmetro equivaldrá a 9,8 Joule.

¿ Qué tan grande es un trabajo de 1 joule en la vida real ?

Bueno, 1 Joule es el trabajo que realiza una fuerza de 1 Newton cuando se desplaza 1 metro. Como 1 N son más o menos 0,1 kilogramos fuerza, si vos tenés algo que pese 100 gramos y lo elevás a 1 m de altura, el trabajo que realizaste vale 1 Joule.

En la práctica una calculadora pesa mas o menos 100 gramos. Entonces al levantar una calculadora a una altura de 1 metro, estás haciendo un trabajo aproximado de 1 Joule.



## ALGUNAS ACLARACIONES ( Leer )

- \* La fuerza es un vector. De manera que daría la impresión de que el producto  $F \cdot d$  también tendría que ser un vector. Sin embargo el trabajo **no es un vector**. El trabajo de una fuerza no apunta para ningún lado.

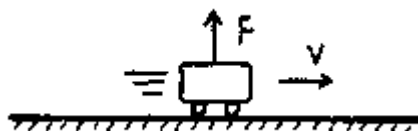
L no tiene ni dirección, ni sentido, ni módulo ni nada de eso.

No puedo explicarte por qué esto es así. Por ahora tomalo como que es así.

Repito, el trabajo de una fuerza NO es un vector. Es un escalar.

- \* Sólo puede haber L cuando una fuerza se mueve. Una fuerza quieta **no puede realizar trabajo**.

- \* Hay fuerzas que no realizan trabajo aún cuando se estén moviendo. Es el caso de las fuerzas que se trasladan en forma perpendicular a la trayectoria.

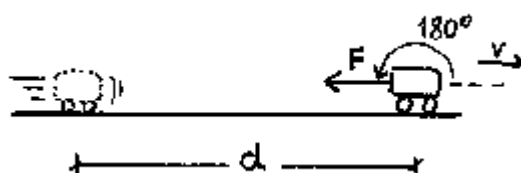


— F no hace  
trabajo.

Esto puedo entenderlo viendo que en realidad, F no se está moviendo en la dirección vertical. No hay distancia recorrida en esa dirección ( ? no hay L ).

Visto de otra forma, puedo decir que el ángulo que forma F con d vale  $90^\circ$  (  $\theta_{90^\circ}$  ) y coseno de  $90^\circ$  es cero, así que  $F \cdot d \cdot \cos 90^\circ$  me da cero.

- \* Una fuerza puede realizar trabajo negativo. Esto pasa cuando el cuerpo va para allá ? , y la fuerza va para allá ? . Es decir, la fuerza va al revés del desplazamiento ).



— F hace  
trabajo  
negativo.

Esto se puede entender viendo que el ángulo que forma la fuerza es en realidad  $180^\circ$ . Coseno de  $180^\circ$  es  $-1$ , ? el producto  $F \cdot d \cdot \cos 180^\circ$  da con signo negativo .

-1

Ahora, pensemos un poco. ¿ Qué fuerza suele ir al revés de la velocidad ?.

**Rta:** El rozamiento. Generalmente  $F_{roz}$  apunta al revés de como se está moviendo el cuerpo. Por eso, casi siempre el trabajo de la  $F_{roz}$  es **negativo**.



—  $F_{roz}$  haciendo un trabajo  $\ominus$ .

Ultima aclaración: La palabra trabajo, en física, no se usa con el mismo sentido que se usa en la vida diaria.

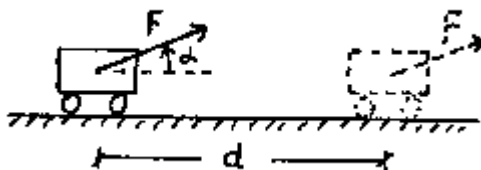
Uno puede decir: "Uf !. ¡ Sostener esta valija me cuesta un trabajo terrible !.

De acuerdo, pero ojo, ... al sostener una valija uno hace una fuerza, pero esa fuerza no recorre ninguna distancia  $d$ ... Es decir, no hay trabajo realizado.

### Ejemplo

PARA LOS DISTINTOS VALORES DEL ANGULO ALFA, CALCULAR EL TRABAJO DE LA FUERZA  $F$  AL RECORRER LA DISTANCIA  $d$ . EN TODOS LOS CASOS  $F = 10 \text{ N}$  Y  $d = 10 \text{ m}$ .

a)  $\alpha = 60^\circ$ , b)  $\alpha = 60^\circ$  hacia abajo, c)  $\alpha = 90^\circ$ , d)  $\alpha = 180^\circ$ .



Lo que hago es aplicar la definición de trabajo de una fuerza en cada uno de los casos. Tengo:

Caso a) Alfa =  $60^\circ$



$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$L = 10 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \cdot \cos 60^\circ = 50 \text{ Joule}$$

0,5

Caso b) Alfa =  $60^\circ$  con la fuerza apuntando para abajo :



El ángulo  $\alpha$  es siempre el que forma la fuerza  $F$  con la distancia  $d$ .

En este caso  $\alpha$  es  $60^\circ$ . Entonces:

$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$W = F \cdot d \cdot \cos 60^\circ$$

$$W = 50 \text{ Joule}$$

Caso c) Fuerza formando  $90^\circ$

$$W = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ$$

$$W = 0$$



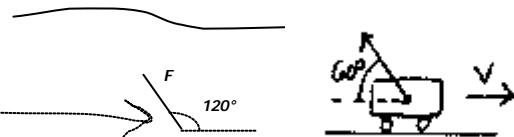
Caso d) Fuerza formando  $180^\circ$

$$W = F \cdot d \cdot \cos 180^\circ$$

$$W = -100 \text{ Joule}$$



Inventemos un caso más. Pongamos ahora la Fuerza apuntando de la siguiente manera:  
El ángulo que forma la fuerza  $F$  es de  $120^\circ$



$$W = F \cdot d \cdot \cos 120^\circ$$

$$W = -50 \text{ Joule}$$

Otra manera de hacer este ejemplo es tomar el ángulo de  $60^\circ$  que la fuerza forma con la distancia pero poniéndole a todo signo (-). Le pongo de entrada el signo menos porque veo que la fuerza está frenando al cuerpo.

$$W = - (F \cdot d \cdot \cos 60^\circ)$$

$$W = -50 \text{ Joule} \quad (\text{Dio lo mismo}).$$

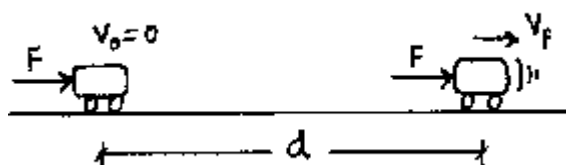
Repito: Una fuerza hace trabajo negativo cuando apunta al revés de la velocidad. Este es el caso típico de la fuerza de rozamiento.

## ENERGÍA CINÉTICA

Las cosas que se mueven tienen energía cinética. ¿Qué quiere decir esto?

Rta : Quiere decir lo siguiente:

Supongamos que tengo un cuerpo que está quieto. Lo empiezo a empujar y comienza a moverse. Ahora tiene velocidad y, por lo tanto, energía cinética.



¿De dónde salió esa energía que el tipo tiene ahora?

RTA.: Salió del trabajo que hizo la fuerza F.

Todo el trabajo  $F \cdot d$  se transformó en energía cinética.

Veamos cuánto vale esa  $E_c$ . El trabajo realizado por F vale  $F \cdot d$ , entonces:

$$L = F \cdot d$$

$$L = m_F \cdot a \cdot d$$

La aceleración que tiene el carrito la calculo con la ecuación complementaria:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot d$$

$$a = \frac{v_f^2}{2 \cdot d}$$

Reemplazando esto en  $L = m \cdot a \cdot d$ :

$$L = m \cdot \frac{v_f^2}{2 \cdot d} \cdot d$$

$$L = \frac{1}{2} m v_f^2$$

Pero este trabajo realizado es la energía cinética que el tipo adquirió.

Entonces:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Energía cinética que tiene un cuerpo que se está moviendo.

**Ejemplo:** Un objeto de  $m = 2 \text{ Kg}$  se mueve con  $v = 1 \text{ m/s}$ . Calcular su  $E_c$ .



$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ Kg} \cdot (1 \text{ m/s})^2 = 1 \text{ Joule}.$$

Fijate que las unidades de la energía cinética son  $\text{Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$  que es lo mismo que  $\text{N} \cdot \text{m}$ , que es Joule.

El trabajo y la energía se miden en las mismas unidades. ( Joule ).

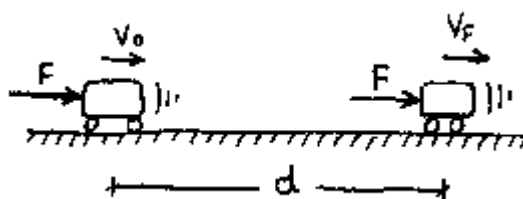
¿ Casualidad ?

No. Justamente NO. Trabajo y energía son, en cierta medida, la misma cosa.

Cuando una fuerza actúa a lo largo de una distancia  $d$ , ese trabajo se invierte en energía cinética. De la misma manera, cuando un cuerpo viene con una determinada energía cinética, se necesitará el trabajo de una fuerza para frenarlo.

### TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

Supongamos que un cuerpo se viene moviendo con velocidad inicial  $V_0$ . En ese momento se aplica una fuerza y el tipo empieza a acelerar.



EL CUERPO ACELERA  
POR ACCION DE LA  
FUERZA F.

El carrito en su movimiento acelerado recorre una distancia  $d$ . El trabajo realizado por  $F$  vale  $L = F \cdot d$ . Pero como por 2da ley de Newton  $F = m \cdot a$ , me queda :

$$L_F = F \cdot d$$

$$= m \cdot a \cdot d$$

El cuerpo al ser empujado por una fuerza tiene un MRUV. Entonces puedo plantear la ecuación complementaria :

$$v_f^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot d$$



$$a = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2d}$$

Reemplazando:

$$F \cdot d = m \cdot \frac{v_f^2 - v_o^2}{2}$$

ver

$$F \cdot d = \underbrace{\frac{1}{2} m v_f^2}_{E_{cf}} - \underbrace{\frac{1}{2} m v_o^2}_{E_{co}}$$

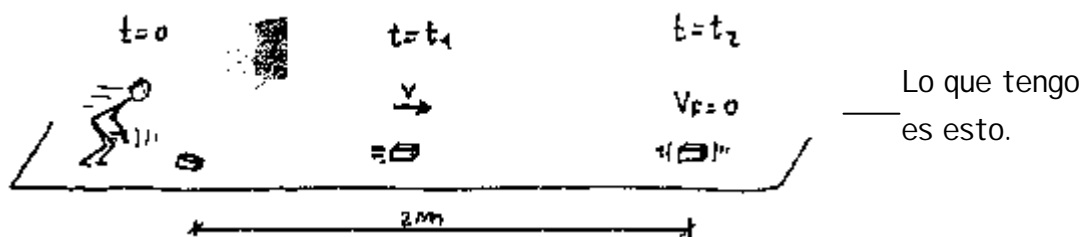


**Teorema del  
trabajo y la  
Energ. cinética.**

Esto se lee de la siguiente manera: Al principio el tipo tenía una energía cinética inicial ( $\frac{1}{2} m \cdot v_o^2$ ). Después de actuar la fuerza, tiene una energía cinética final ( $\frac{1}{2} m \cdot v_f^2$ ). La diferencia (= la resta) entre estas dos energías es igual al trabajo realizado por la fuerza F.

### Ejemplo

**SE TIRA UN LADRILLO AL SUELO CON VELOCIDAD  $V = 10$  m/s.  
SABIENDO QUE SE FRENA DESPUÉS DE RECORRER 2 m, CALCULAR  
EL VALOR DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO.  $m_{\text{LADRILLO}} = 1$  kg.**



El ladrillo recorre 2 m hasta que se frena. Voy a ver qué fuerzas actúan mientras se está frenando. Hago el diagrama de cuerpo libre:

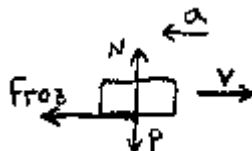


Diagrama de  
cuerpo libre.

La fuerza de rozamiento es la que hace que el tipo se vaya frenando. El peso y la normal **no hacen trabajo**. Entonces uso el teorema del trabajo y la energía cinética. Planteo que el trabajo de la fuerza de rozamiento tiene que ser igual a la variación de la energía cinética. Veamos:

$$L_{F_{ROZ}} = \Delta E_c$$

ver!

$$? F_{roz} ? d ? \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$? F_{ROZ} ? \frac{m v_0^2}{2 \cdot d}$$

$$? F_{ROZ} ? \frac{1 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{2 \cdot 2 \text{ m}}$$

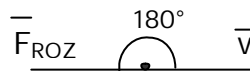
$$? F_{roz} ? 25 \text{ N}$$

Fuerza de  
rozamiento  
que actuó.

Fijate que:

El trabajo de la fuerza de rozamiento es  $\ominus$ . Eso pasa porque la velocidad va para allá ? y la fuerza de rozamiento va para el otro lado.

A esta misma conclusión llego si hago este dibujito:



$$L_{roz} ? F ? d ? \cos ? 180 ?$$

Este problema se podría haber resuelto combinando cinemática con dinámica:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 a d \quad \text{--- Ec. complementaria.}$$


$$? L_{roz} = - F d$$

$$? a = \frac{v_0^2}{2 \cdot d}$$

Usando que  $F = m \cdot a$  :

$$? F_{ROZ} = \frac{m v_0^2}{2 \cdot d} \quad \text{--- Mismo resultado anterior.}$$

Trabajo y energía me permite resolver problemas de cinemática y dinámica por otro camino. Es más, hay algunos problemas que sólo pueden resolverse usando L y energía.

( Éste por ejemplo ?  )

El teorema del trabajo y la energía cinética se usa sólo cuando tengo planos horizontales. Pero a veces puedo tener planos inclinados o montañas.

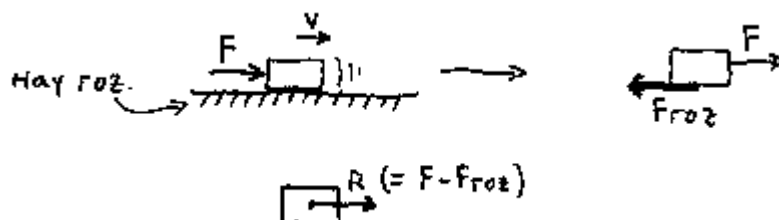
En estos casos conviene usar el teorema del trabajo y la energía mecánica. ( Que viene después ).



El teorema del trabajo y la energía fue deducido para un cuerpo que tiene 1 sola fuerza aplicada. ¿ Y si tengo más de una fuerza, qué hago ?

Rta :Bueno, en ese caso calculo la resultante de todas las fuerzas que actúan.

Por ejemplo, supongamos un caso donde actúa más de una fuerza:

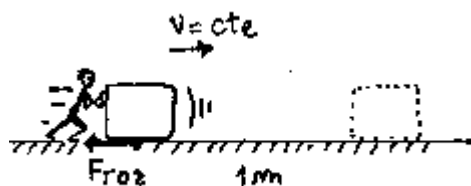


Ahora tengo un cuerpo que tiene una sola fuerza aplicada ( la resultante ).

Al tener una sola fuerza puedo usar el teorema.

## POTENCIA

Supongamos que un señor empuja una caja y la mueve con velocidad constante. Mirá el dibujito:



Un tipo empuja  
un cuerpo y lo  
mueve 1 m.

Si la fuerza de rozamiento vale  $10 \text{ Kg} \cdot \text{g}$  digo que el trabajo que hizo el tipo vale  $10 \text{ Kg} \cdot \text{g} \cdot 1\text{m}$  ( ?  $F_{\text{roz}} \cdot d$  ).

Muy bien. Ahora resulta que si el hombre desplazó el cuerpo  $1\text{m}$ , el trabajo realizado vale  $10 \text{ Kilogrametros}$  independientemente de si el tipo tardó 1 seg ó 1 año en hacer que el cuerpo se mueva 1 metro.

Es decir, uno podría encontrar otra persona que hiciera ese trabajo más rápido, pero el trabajo realizado sería siempre el mismo:  $10 \text{ Kilogrametros}$ .

Cualquier auto puede ir de acá a Mar del Plata, pero el que va más rápido es mejor.

También podés ir a Mar del Plata en caballo, nadie te dice que no, pero vas a tardar 100 veces más...

Un auto puede hacer el trabajo que hace un caballo 100 veces más rápido o, dicho de otra manera, un auto puede realizar un trabajo equivalente al de 100 caballos. De ahí sale la cuestión de que un auto tiene una potencia de 100 caballos y todo eso. Los 2 pueden realizar el mismo trabajo (llevarte a Mar del Plata), pero uno lo puede hacer más rápido que el otro.

### CONCLUSIÓN:

A veces no sólo importa el trabajo realizado. Puede importar también el tiempo que uno tardó en realizarlo.

Entonces para tener una idea de qué tan rápido una cosa (hombre, animal o máquina) puede realizar trabajo, lo que hago es tomar el trabajo realizado y dividirlo por el tiempo empleado. Es decir:

$$\text{POTENCIA} \rightarrow \boxed{P = \frac{L}{t}}$$

Trabajo efectuado  
Tiempo empleado

Si al trabajo lo pongo como fuerza por distancia:

$$P = \frac{F \cdot d}{t}$$

$$P = F \cdot v$$

Otra forma de calcular la potencia

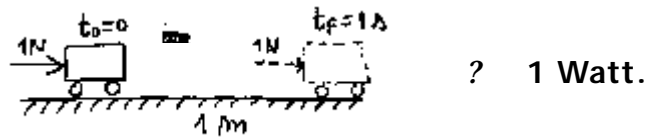
En esta expresión de potencia como fuerza por velocidad, F debe ser la fuerza que va en la dirección del movimiento, sino habría que multiplicar todo por el coseno del ángulo formado entre F y V. (Quedaría  $P = F \cdot V \cdot \cos \theta$ ).

### UNIDADES DE POTENCIA

Las unidades de potencia serán las unidades de trabajo divididas por las de tiempo. El trabajo realizado se mide en Joules (N·m) y el tiempo en seg. Entonces:

$$P = \frac{\text{Joule}}{\text{seg}} \quad \text{ó} \quad P = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{seg}} \quad \text{—} \quad \text{A esta unidad se la llama Watt.}$$

Es decir que si una fuerza de 1 N recorre una distancia de 1 m en 1 seg, la potencia entregada será de 1 Watt. Miralo en este dibujito.



Si mido el trabajo en Kilográmetros, la potencia se medirá en Kilográmetros por segundo ( Kgf. m/s ). Hay otra unidad que se usa y es el Horse Power ( caballo de fuerza = H.P. ). Las equivalencias son:

$$1 \frac{\text{Kgf} \cdot \text{m}}{\text{s}} \approx 9,8 \text{ Watt} \quad ? \text{ Equivalencias}$$

$$1 \text{ H.P.} \approx 76 \frac{\text{Kgf} \cdot \text{m}}{\text{s}} \approx 745 \text{ Watt}$$

¿ Es la unidad de caballo de fuerza equivalente a la potencia que tiene un caballo de verdad ? RTA: Sí, aproximadamente sí. Por eso se la llamó caballo de fuerza.

Por otro lado, la potencia que puede desarrollar un ser humano es de alrededor de 0,1 HP. ( Ojo, esto es aproximado ).

### EL KILOWATT - HORA

La electricidad que consume una casa se mide en Kw-hora. ¿ Es esto equivalente a medir la potencia en Kilowatts ( ? 1000 Watt ) ?

RTA: No. Lo que se mide en una casa es la **energía** eléctrica consumida y no la **potencia** consumida.

1 Kw-hora no son 1000 Watt. Son 1000 Watt por hora. ( por de multiplicar ).

Busco la equivalencia entre Joule y Kilowatt-hora. Veamos:

$$1 \text{ Kw h} \approx 1000 \text{ watt} \cdot 1 \text{ hora}$$

$$\approx 1 \text{ Kw h} \approx 1000 \frac{\text{Joule}}{\text{seg}} \cdot 3600 \text{ seg}$$

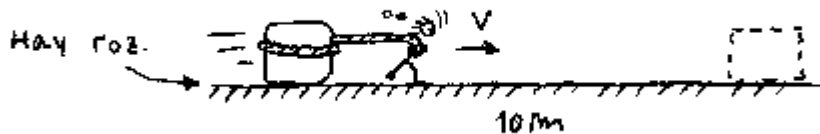
$$\approx \boxed{1 \text{ Kw h} \approx 3,6 \cdot 10^6 \text{ Joule.}} \quad ? \quad 1 \text{ Kilowatt - hora}$$

Es decir, **el Kw-h es una unidad de energía**, no de potencia. Por ejemplo, una plancha consume alrededor de 1 Kw. Si una casa gasta en 1 mes 100 Kw-h, eso quiere

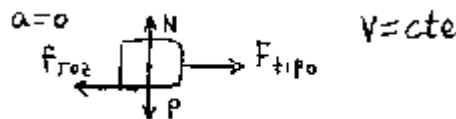
decir que la casa consumió una energía equivalente a la que hubiera consumido una plancha si hubiera funcionado 100 horas seguidas .

### Ejemplo

Un señor que camina con  $v = 3,6 \text{ Km/h}$  arrastra un bloque de  $50 \text{ Kg}$  una distancia de  $10 \text{ m}$ . Calcular la potencia entregada por el tipo sabiendo que tira de la cuerda con una fuerza de  $10 \text{ kgf}$  .



El diagrama de cuerpo libre para el bloque es éste:



Como la aceleración es igual a cero ( la velocidad es constante ), saco como conclusión que la fuerza que el tipo hace tendrá que ser igual a la de rozamiento.

Planteo:

$$? F_{ROZ} ? 10 \text{ Kg}$$

$$? \underline{F_{TIPO}} ? 10 \text{ Kg} \quad ? \text{ Fuerza que hace el tipo.}$$

La potencia que el tipo entrega la calculo como fuerza por velocidad:

$$P = F \cdot V$$

$$? P ? 10 \text{ Kg} \cdot 3,6 \text{ Km/h}$$

$$? P ? 10 \cdot 9,8 \text{ N} \cdot 1 \text{ m/s}$$

$$? \underline{P ? 98 \text{ Watt}} \quad ? \text{ Potencia del hombre.}$$

NOTA: fijate que la distancia de  $10 \text{ m}$  no la utilicé para calcular la potencia.

PREGUNTA: ¿ Y toda este trabajo que entrega el tipo, a dónde va ?

RTA: No va a ningún lado. No se almacena en ninguna parte.

Todo lo que el tipo entregó se lo comió el rozamiento.

¿ Y en qué se transformó ?

Rta: En calor.