Árboles

Definición

Un árbol dirigido es una estructura:

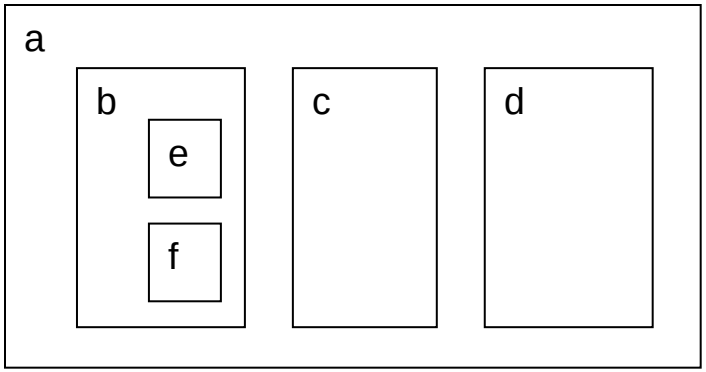
- ***Jerárquica*** porque los componentes están a distinto nivel.
- ***Organizada*** porque importa la forma en que esté dispuesto el contenido.
- ***Dinámica*** porque su forma, tamaño y contenido pueden variar durante la ejecución.

Un árbol puede ser:

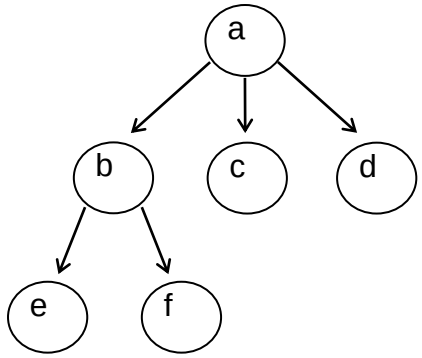
- Vacío,
- Una raíz + subárboles.

Representación Visual de un Árbol.

- Mediante diagramas de Venn



- Mediante círculos y flechas



- Mediante paréntesis anidados:

  (a (b (e,f), c, d))

Conceptos Básicos

- ***Si hay un camino de A hasta B,*** se dice que A es antecesor de B, y que B es sucesor de A.
- ***Padre*** es el antecesor inmediato de un nodo
- ***Hijo***, cualquiera de sus descendientes inmediatos.
- ***Descendiente*** de un nodo, es cualquier sucesor de dicho nodo.
- ***Hermano*** de un nodo, es otro nodo con el mismo padre.
- ***Generación***, es un conjunto de nodos con la misma profundidad.

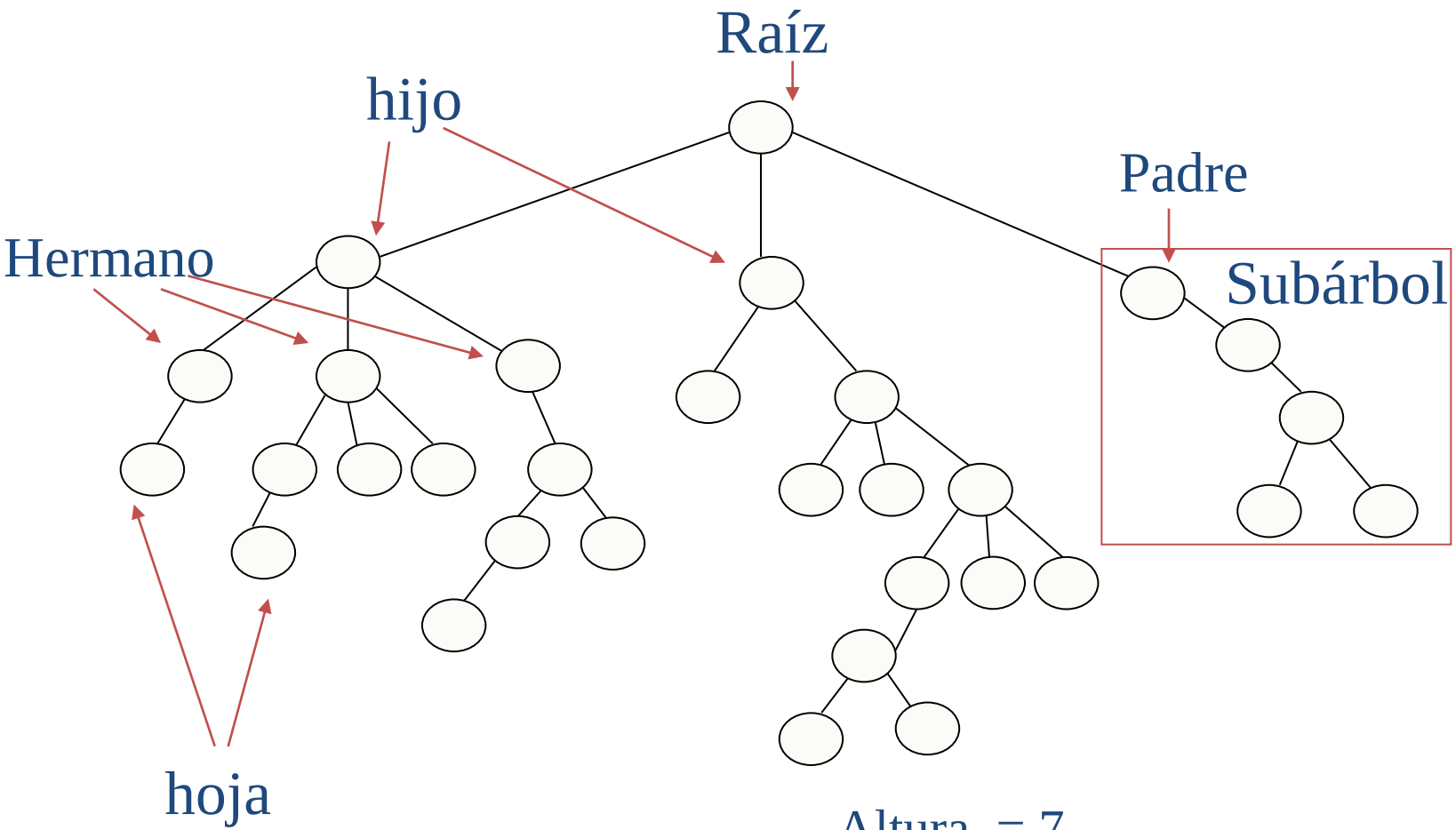
Conceptos Básicos (cont.)

- ***Raíz*** es el nodo que no tiene ningún predecesor (sin padre).
- ***Hoja*** es el nodo que no tiene sucesores (sin hijos) (Terminal). Los que tienen predecesor y sucesor se llaman nodos interiores.
- ***Rama*** es cualquier camino del árbol.
- ***Bosque*** es un conjunto de árboles desconectados.
- ***Nivel*** o ***profundidad de un nodo,*** es la longitud del camino desde la raíz hasta ese nodo.
  En el nivel 0 esta la raíz y nivel (predecesor)+1 para los demás nodos.
- ***Altura*** es el nivel de la hoja del camino más largo desde la raiz + 1. Se lo sabe denotar con la letra h.

Conceptos Básicos (cont.)

- Los nodos de la misma generación tienen el mismo nivel.
- ***Grado de un nodo***, es el número de flechas que salen de ese nodo (hijos). El número de las que entran siempre es uno.
- ***Grado de un árbol***, es el mayor grado que puede hallarse en sus nodos.
- ***Longitud del camino entre 2 nodos***: es el número de arcos que hay entre ellos.

Conceptos Básicos (cont.)



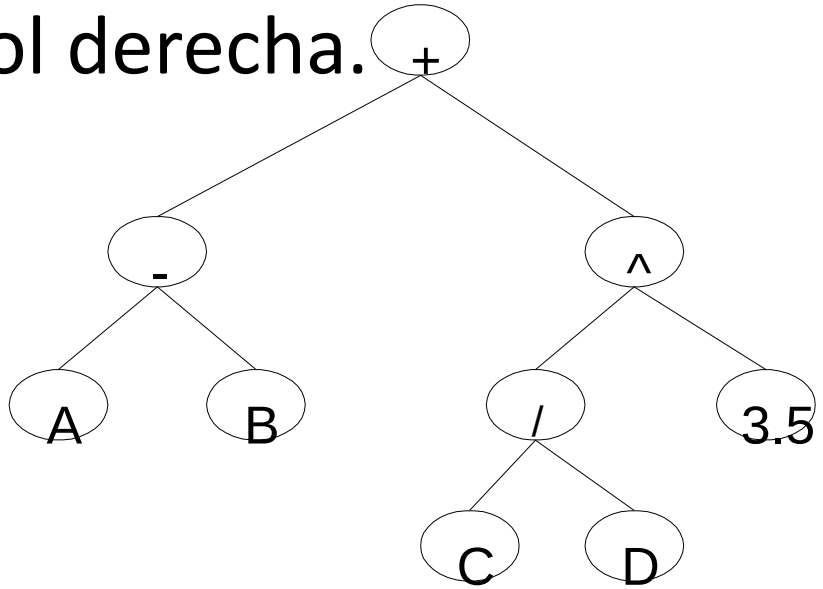
Altura = 7

Grado del árbol = 3

Tipos de árboles

Un árbol ordenado: Es aquel en el que las ramas de los nodos están ordenadas.

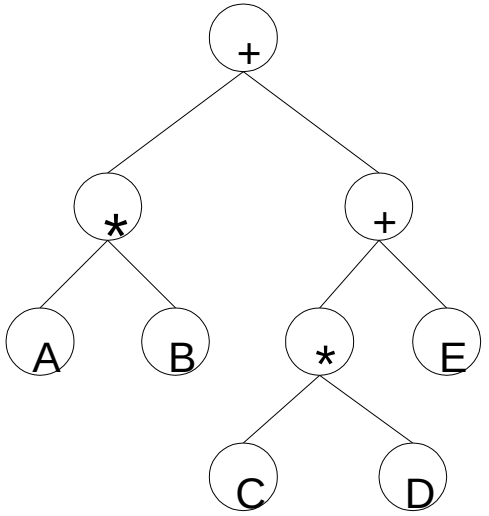
- Los de grado 2 se llaman árboles binarios.
- Cada árbol binario tiene un subárbol izquierda y subárbol derecha.



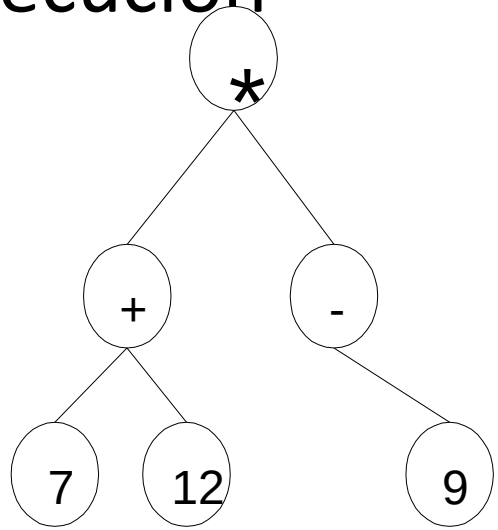
Tipos de árboles (cont.)

Árboles de expresión

- Representan un orden de ejecución



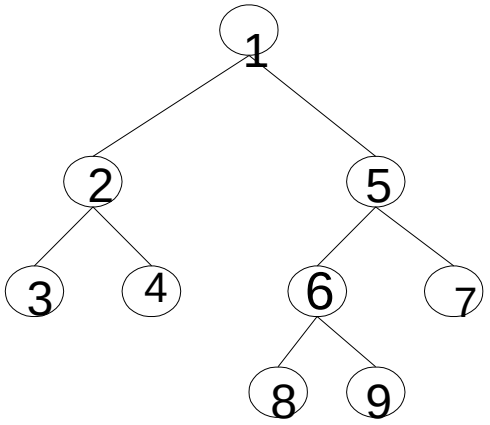
(A* B) + C * D + E

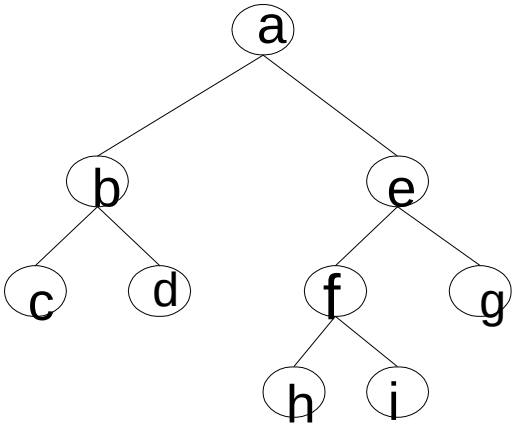


(7 + 12) * (-9) → -171

Tipos de árboles (cont.)

- ***Árboles similares***: Los que tienen la misma estructura (forma)



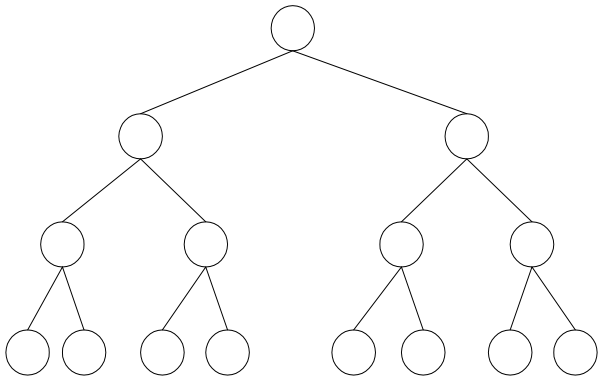


- ***Árboles Equivalentes:*** Son los árboles similares y sus nodos contienen la misma información.
- ***Árboles n-ario:*** Es un árbol ordenado cuyos nodos tiene N subárboles, y donde cualquier número de subárboles puede ser árboles vacíos

Tipos de árboles (cont.)

Árbol binario completo:

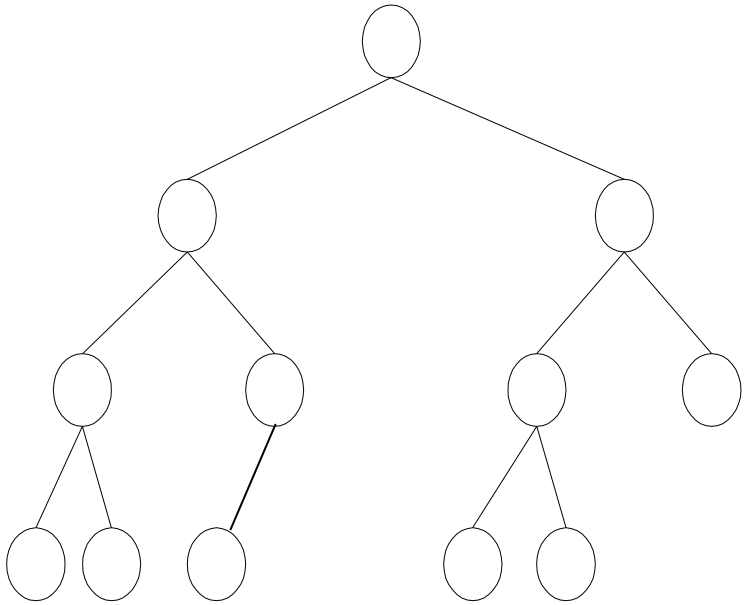
- Es un árbol en el que todos sus nodos, excepto los del ultimo nivel, tienen dos hijos.
- Número de nodos en un árbol binario completo = $2^h - 1$ (Donde h es la altura del árbol. En el ejemplo h = 4, → 15) esto nos ayuda a calcular el nivel de árbol necesario para almacenar los datos de una aplicación.



Árboles Binarios de Búsqueda (ABB)

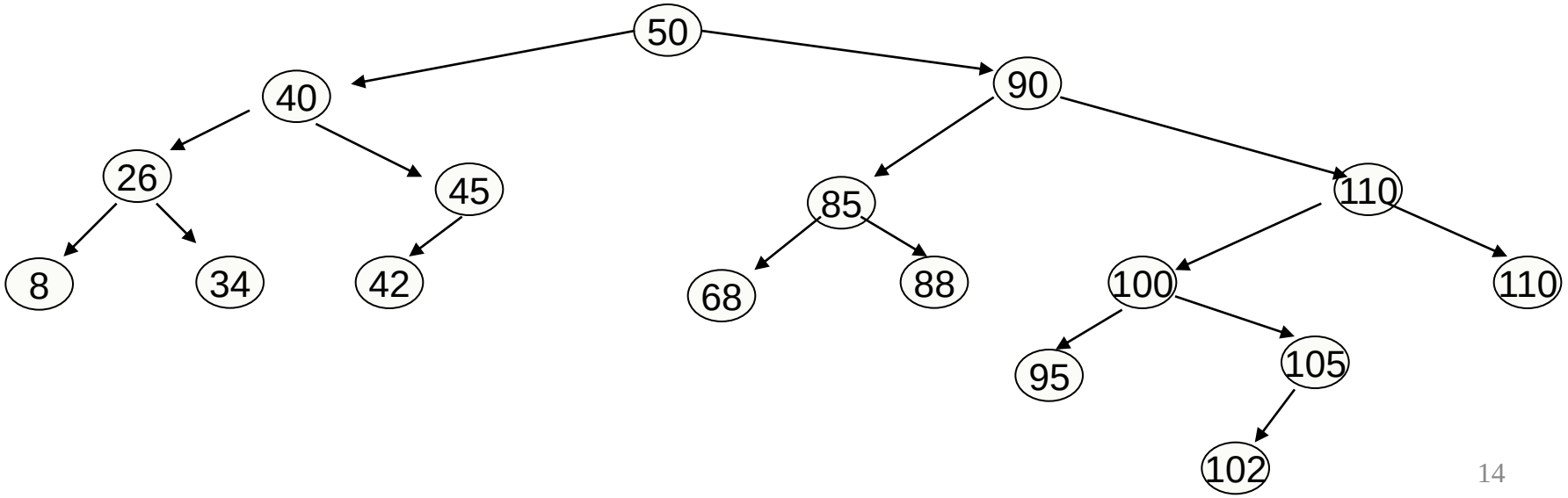
Árboles Binarios de Búsqueda

- Un árbol es un *ABB* si éste es binario y sus nodos son subárboles de búsqueda binarios y contienen información ordenada de tal manera que todos los elementos a la izquierda de la raíz son menores a la raíz y todos lo elementos a la derecha de la raíz son mayores a la raíz.



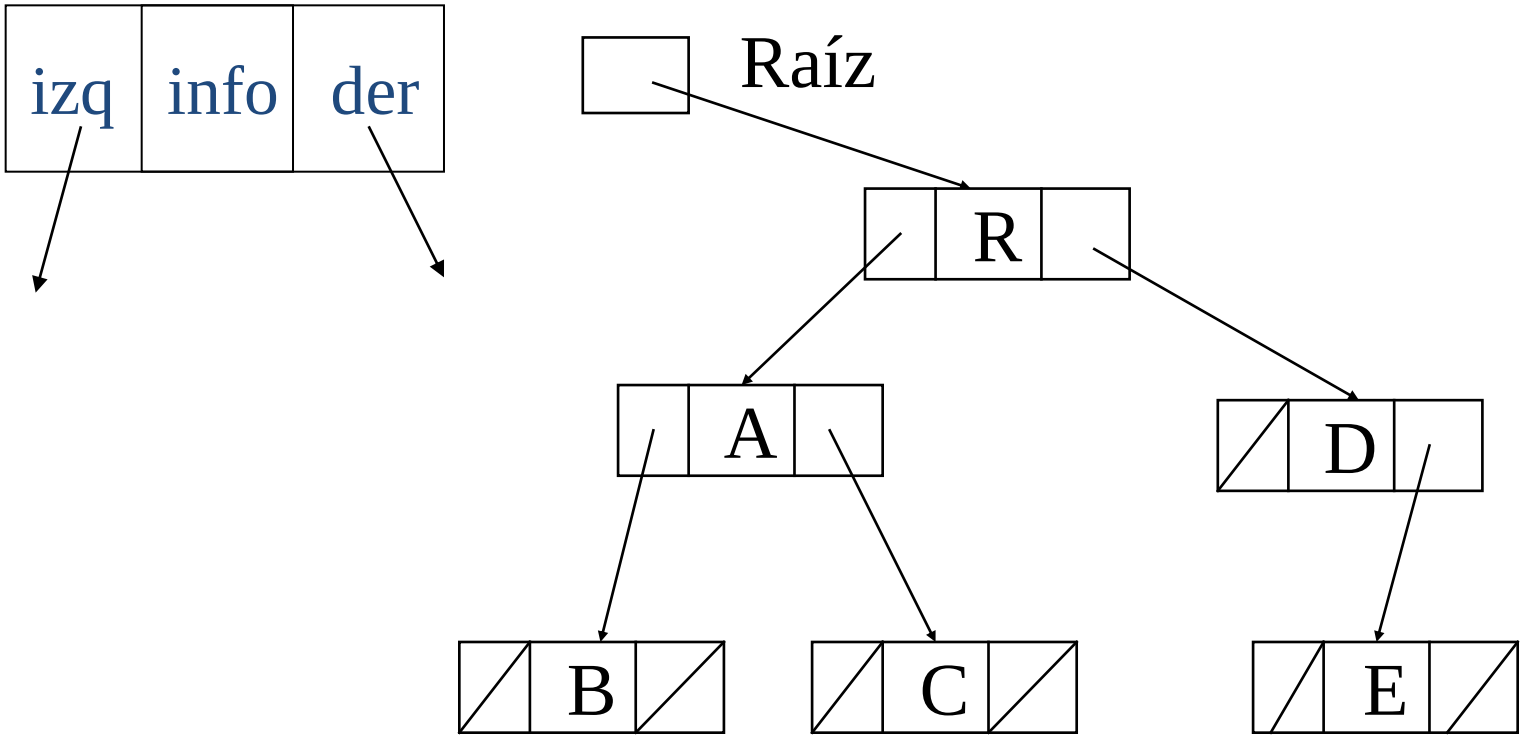
Características de un ABB

- Todos los nodos a la izquierda son menores al padre.
- Todos los nodos a la derecha son mayores al padre.
- Y solo pueden tener 2 hijos a lo mucho.



Representación de un árbol binario en la memoria.

- Cada noto tiene la siguiente forma:



Clase nodo de un ABB

```
public class NodoArbol {

   private NodoArbol hijoIzq;
   private int data;
   private NodoArbol hijoDer;

   public NodoArbol(int data) {
      hijoIzq = null;
      this.data = data;
      hijoDer = null;
   }

   public NodoArbol(NodoArbol hijoIzq, int data, NodoArbol hijoDer) {
      this.hijoIzq = hijoIzq;
      this.data = data;
      this.hijoDer = hijoDer;
   }
```

Clase nodo de un ABB

```
public NodoArbol getHijoIzq() {
   return hijoIzq;
}

public void setHijoIzq(NodoArbol hijoIzq) {
   this.hijoIzq = hijoIzq;
}

public int getData() {
   return data;
}

public void setData(int data) {
   this.data = data;
}
```

Clase nodo de un ABB

```
    public NodoArbol getHijoDer() {
        return hijoDer;
    }

    public void setHijoDer(NodoArbol hijoDer) {
        this.hijoDer = hijoDer;
    }
}
```

Clase ArbolBinario

```
public class ArbolBinario {
   private NodoArbol raiz;
   public ArbolBinario() {    raiz = null;     }
   public boolean estaVacio() {     return estaVacio(raiz);     }
   public boolean esHoja() {    return esHoja(raiz);   }
   private boolean esHoja(NodoArbol nodo) {
      if (nodo == null)  {   return false;   }
      return nodo.getHijoIzq() == null
            && nodo.getHijoDer() == null;
   }
   public bolean existe(Comparable dato) {…}
   public void insertar(Comparable dato) {…}

   ……..
}
```

Operaciones sobre un árbol

- Inserción nodo
- Eliminar nodo
- Buscar nodo con información
- Sumar los nodos
- Calcular profundidad del árbol
- Contar nodos
- Contar hojas.
- Recorrer árbol
  - Preorden
  - Inorden
  - Postorden
- Reconstruir árbol a partir de sus recorridos

Inserción en un ABB

- La *inserción* es una operación que se puede realizar eficientemente en un árbol binario de búsqueda. La estructura crece conforme se inserten elementos al árbol.
- Los pasos que deben realizarse para insertar un elemento a un ABB son los siguientes:
  - Debe compararse el valor o dato a insertar con la raíz del árbol. **Si es mayor**, debe avanzarse hacia el **subárbol derecho**. **Si es menor**, debe avanzarse hacia el **subárbol izquierdo**.

Inserción en un ABB (cont.)

- Repetir sucesivamente el paso 1 hasta que se cumpla alguna de las siguientes condiciones
  - El subárbol derecho es igual a vació, o el subárbol izquierdo es igual a vació; en cuyo caso se procederá a insertar el elemento en el lugar que le corresponde.
  - El valor o dato que quiere insertarse es igual a la raíz del árbol; en cuyo caso no se realiza la inserción.

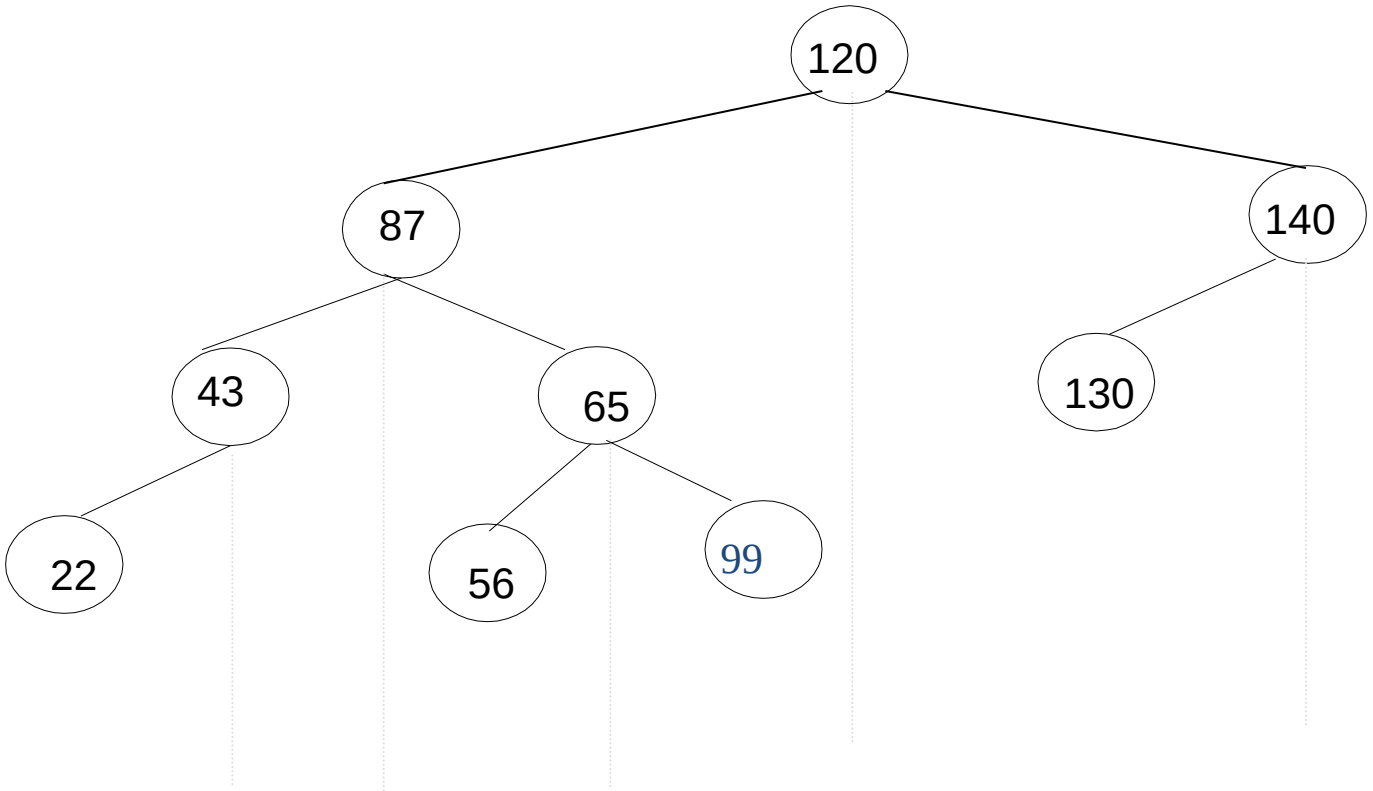
Inserción en un ABB (cont.)

- Supóngase que quieren insertarse las siguientes los siguientes datos en un árbol binario de búsqueda que se encuentra vació.

120 –87 – 43 – 65 – 140 – 99 – 130 – 22 – 56

Inserción en un ABB (cont.) Solución

120 –87 – 43 – 65 – 140 – 99 – 130 – 22 – 56



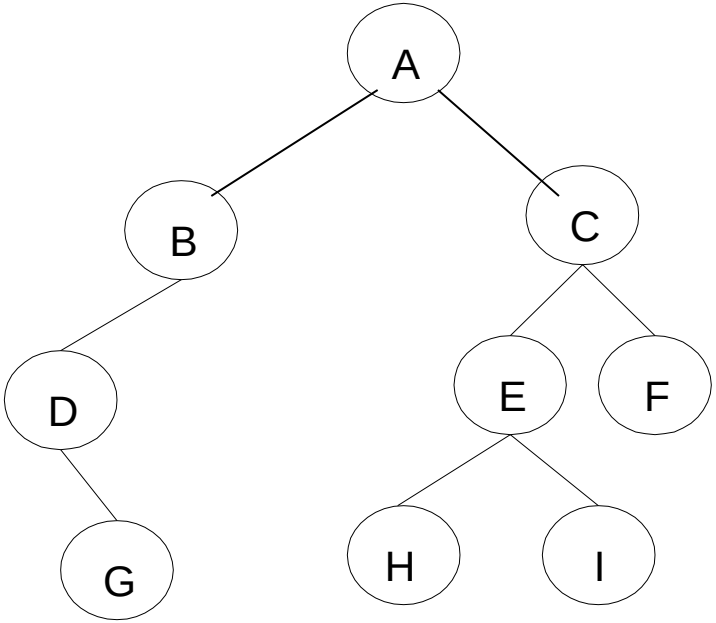
Recursividad en arboles binarios de búsqueda(ABB)

- Se puede aplicar recursión por inducción completa sobre los arboles utilizando como variable de inducción la altura del árbol
- Los algoritmos recursivos precisan tener un parámetro, el cual sea la raíz del árbol a tratar.
- Por lo expuesto en el punto previo una rutina public, deberá usar una mask-function o partner-function, es decir, una función private que incorpore como parámetro la raíz del árbol y que realice todo el trabajo.

Recorridos de un árbol de Búsqueda Binaria (ABB)

- Recorrido en preorden (prefijo)
  - Visita la raíz.
  - Recorre el subárbol izquierdo.
  - Recorre el subárbol derecho.

RID

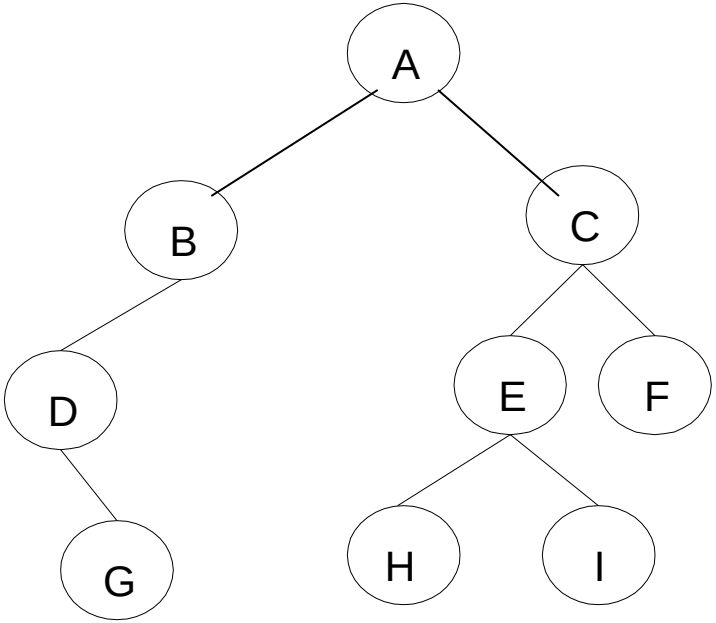


Preorden = A B D G C E H I F

Recorridos de un árbol de Búsqueda Binaria (ABB) (cont.)

- Recorrido en inorden (infijo)
  - Recorre el subárbol izquierdo.
  - Visita la raíz
  - Recorre el subárbol derecho.

IRD

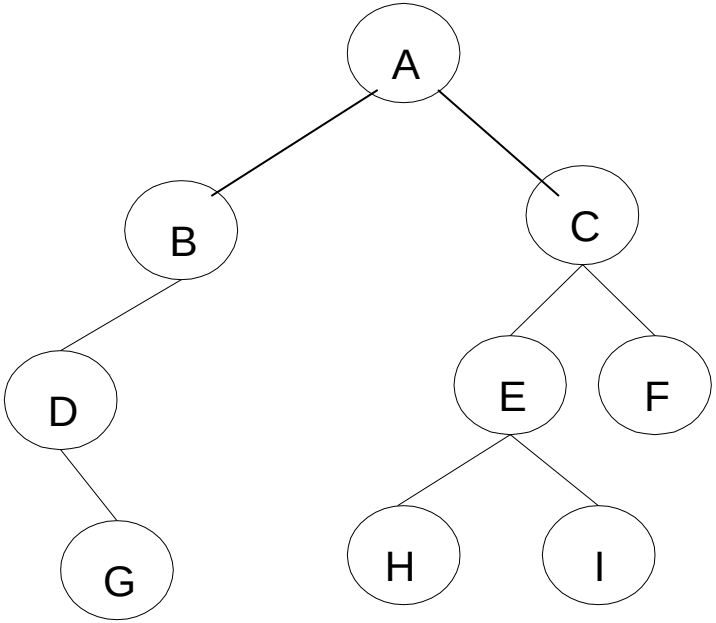


Inorden: D G B A H E I C F

Recorridos de un árbol de Búsqueda Binaria (ABB) (cont.)

- Recorrido en postorden (postfijo)
  - Recorre el subárbol izquierdo.
  - Recorre el subárbol derecho.
  - Visita la raíz.

IDR



Postorden : G D B H I E F C A

RECONSTRUCCION DE ARBOLES BINARIOS POR SUS RECORRIDOS

- En general se puede reconstruir un árbol binario con dos recorridos, siempre y cuando uno de ellos sea el recorrido InOrden.
- Entonces podemos usar el recorrido en preorden con el recorrido inOrden o el recorrido en PostOrden con el recorrido InOrden.

RECONSTRUCCION DE ARBOLES BINARIOS POR SUS RECORRIDOS

- Si tenemos el recorrido en preorden y el recorrido InOrden:
  - El primer elemento en el recorrido en preorden es la raíz del árbol. Llamémoslo x.
  - Luego buscamos x en el recorrido en InOrden, y los elementos a la izquierda de x en el recorrido InOrden estarán el subárbol izquierdo y los que están a la derecha de x estarán en el subárbol derecho del árbol.
  - Luego de este paso se ha dividido los recorridos en nuevos recorridos inorden y preorden a la derecha y a la izquierda de x.
  - Luego repetimos la operación en cada división que se haga de los recorridos

RECONSTRUCCION DE ARBOLES BINARIOS POR SUS RECORRIDOS

- Si tenemos el recorrido en postorden y el recorrido InOrden:
  - El ultimo elemento en el recorrido en postorden es la raíz del árbol. Llamémoslo x.
  - Luego buscamos x en el recorrido en InOrden, y los elementos a la izquierda de x en el recorrido InOrden estarán el subárbol izquierdo y los que están a la derecha de x estarán en el subárbol derecho del árbol.
  - Luego de este paso se ha dividido los recorridos en nuevos recorridos inorden y postorden a la derecha y a la izquierda de x.
  - Luego repetimos la operación en cada división que se haga de los recorridos

Eliminar un nodo

Para eliminar un nodo existen los siguientes casos:

1. Si el elemento a borrar es Terminal (hoja),
2. Si el elemento a borrar tiene un solo hijo,
3. Si el elemento a borrar tiene los dos hijo,

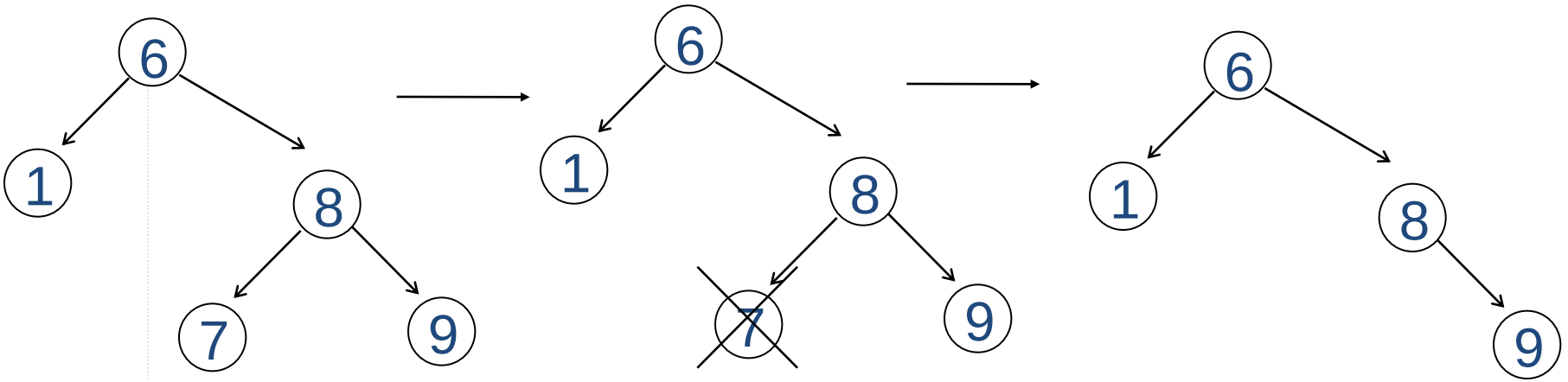
Eliminar un nodo (cont.)

- Caso 1

Si el elemento a borrar es terminal (hoja), simplemente se elimina.

aux = aux.izq = null

Ejemplo eliminar nodo 7

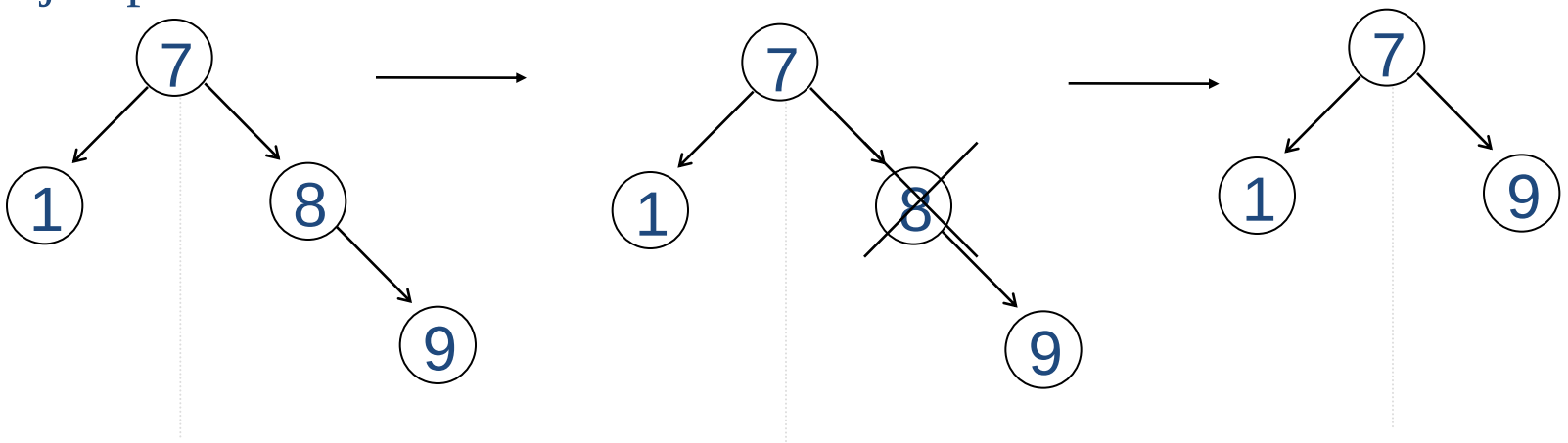


Eliminar un nodo (cont.)

- Caso 2

Si el elemento a borrar tiene un solo hijo, entonces tiene que sustituirlo por el hijo

Ejemplo: eliminar nodo 8

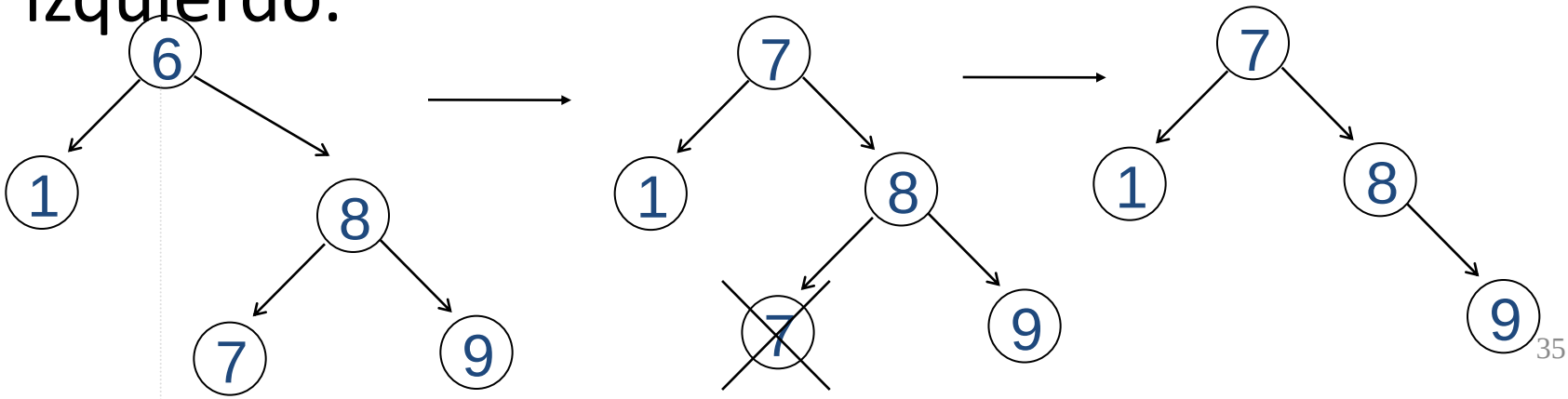


Eliminar un nodo (cont.)

- Caso 3

Si el elemento a borrar tiene los dos hijos, entonces se tienen que sustituir por el nodo que se encuentra mas a la izquierda en el subárbol derecho, o por el nodo que se encuentra mas a la derecha en el subárbol izquierdo.

Ejemplo: eliminar el 6



Eliminar un nodo (cont.)

- Elimina el 22, 99, 87, 120, 140, 135, 56