

## Diferencial Total e Incremento Total

El **incremento total** de una función  $z = f(x, y)$  en el punto  $P(x_0, y_0)$  se define como la función incrementada menos la función sin incrementar.

$$\Delta_f = f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y)$$

**Diferencial total** de la función  $z = f(x, y)$  se define como la suma de las derivadas parciales diferentes de cero multiplicado por su diferencial considerando los incrementos de 2º orden son aproximadamente cero

$z = f(x, y)$  en el punto  $P(x_0, y_0)$

$$df(x_0, y_0) = \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y} dy$$

Si  $W = f(x, y)$  la diferencial será

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

## Aplicación de la Diferencial

La diferencia total de una función se puede aplicar al cálculo de errores y al cálculo de las derivadas parciales expresado en forma implícita.

### Cálculo de Errores

#### Error Absoluto

Utilizando la diferencial total es posible determinar el valor absoluto de una variación de la variable independiente respecto a la variable dependiente

$$[df] = \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right] [\Delta x] + \left[ \frac{\partial f}{\partial y} \right] [\Delta y]$$

#### Error Relativo

Es la relación que existe entre la diferencial total dividido entre la función también se puede expresar como error porcentual

$$\xi_r = \frac{[df]}{[f]} = \frac{[df(x_0, y_0)]}{[f(x_0, y_0)]}$$

#### Error Porcentual

$$\% \xi_r = \frac{[df(x_0, y_0)]}{[f(x_0, y_0)]} * 100$$

### Cálculo de la diferencial de una función

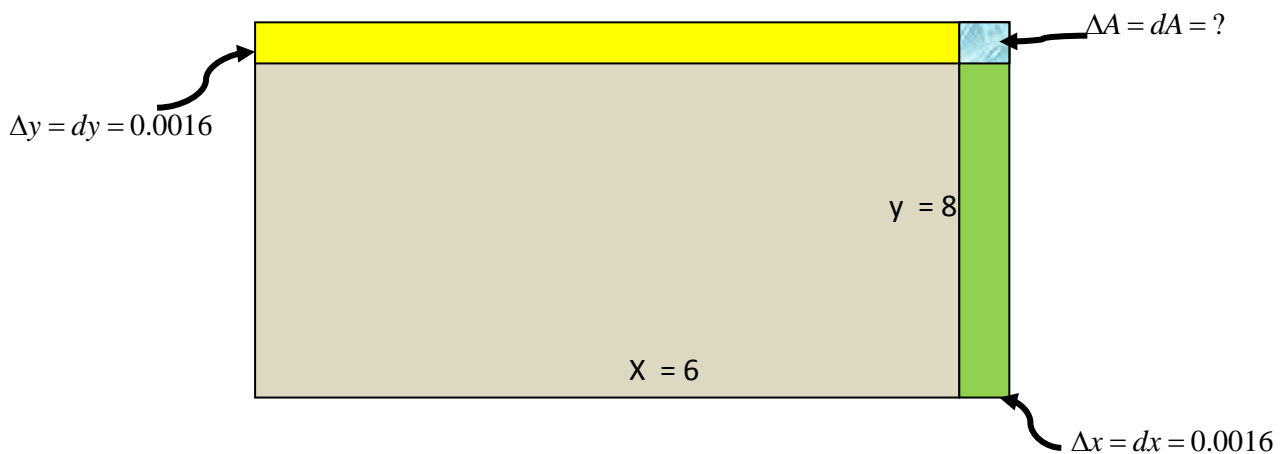
Dada la función:  $z = xy^2 + \ln(x^2 + y^2)$  Determinar  $dz$

$$\begin{aligned} dz &= \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy \\ \frac{\partial z}{\partial x} &= x^2 + \frac{2x}{x^2 + y^2} \\ \frac{\partial z}{\partial y} &= 2xy + \frac{2y}{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

$$df = \left( y^2 + \frac{2x}{x^2 + y^2} \right) dx + \left( 2xy + \frac{2y}{x^2 + y^2} \right) dy$$

### Ejemplo:

1. Al medir un terreno rectangular de 8m de largo se cometió un error de 0.0025m y al medir el ancho 6 m se cometió un error de 0.0016m. Determinar:
- la variación del área utilizando incremento total.
  - La variación del área utilizando diferencial total
  - El error porcentual en la medida de área del terreno rectangular



Función	$A = xy$	$Punto(6,8)$
	$\Delta x = dx = 0.0016;$	$\Delta y = dy = 0.0025$

### a) Incremento Total

Sin saber cálculo	$\begin{cases} \Delta A = A(x + \Delta x, y + \Delta y) - A(x, y) \\ \Delta A = (6 + 0.0016)(8 + 0.0025) - 6 * 8 \\ \Delta A = 0.027804 \end{cases}$

## b) Diferencial Total

$$dA = \frac{\partial A}{\partial x} dx + \frac{\partial A}{\partial y} dy \quad \left. \vphantom{\frac{\partial A}{\partial x}} \right\} \text{ Sabiendo Cálculo}$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = y = 8$$

$$\frac{\partial A}{\partial y} = x = 6$$

$$dA = 8(0.0016) + 6(0.0025)$$

$$dA = 0.0278$$

## c) error Porcentual

$$\% \text{ error } df = \frac{[dA]}{[A]} * 100$$

$$A = 6 * 8 = 48$$

$$\% \text{ error} = \frac{[0.0278]}{[48]} * 100$$

$$\% \text{ error} = 0.05\%$$