



Правительство Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования

«Санкт-Петербургский государственный университет»

Факультет прикладной математики — процессов управления

Метод Рунге-Кутты

Студента группы 547

Суратова В. А.

Проверил:

д.ф.-м.н., профессор

Перегудин С. И.

Санкт-Петербург

2015

Задача (17 вариант)

Решить задачу Коши методом Рунге-Кутты.

$$y_1' = x + y_1^2$$

$$y_2' = (y_1 - y_2)^2$$

$$y_1(a) = 0$$

$$y_2(a) = 1$$

$$a = -1$$

$$b = 1$$

Метод Рунге-Кутты

Дана задача Коши:

$$y' = f(x, y),$$

$$y(x_0) = y_0,$$

$$x \in R^1, x \in [a, b],$$

$$y, f, y' \in R^n$$

Создадим равномерную сетку:

$$h = \frac{b - a}{n}$$

$$x_i = a + ih = x_0 + ih, i = 0, 1, \dots, n$$

Введем следующие коэффициенты:

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} * k_1\right)$$

$$k_3 = hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} * k_2\right)$$

$$k_4 = hf(x_i + h, y_i + h * k_3)$$

Тогда получаем, что новое значение можно вычислить следующим образом:

$$y_{i+1} \approx y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Реализация в среде MATLAB

Файл myfunction2.m

```
function [ y ] = myfunction2( t, x )
y(1) = x(1) + x(2)^2;
y(2) = (x(1) - x(2))^2;
y=y';
end
```

Файл mrk.m

```
clear all;

a = -1;
b = 1;
n = 20;
y_1 = 0;
y_2 = 1;

y = [y_1; y_2];

h = (b-a) / n;
x = a;

array_y_1 = [];
array_y_2 = [];
array_x = [];

while x <= b

    k_1 = h * myfunction2(0, y);
    k_2 = h * myfunction2(x + 0.5 * h, y + 0.5 * h * k_1);
    k_3 = h * myfunction2(x + 0.5 * h, y + 0.5 * h * k_2);
    k_4 = h * myfunction2(x + h, y + h * k_3);

    y_new = y + 1/6 * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4);
    y_1 = y_new(1);
    y_2 = y_new(2);

    y = [y_1; y_2];

    array_y_1 = [array_y_1, y_1];
    array_y_2 = [array_y_2, y_2];
    array_x = [array_x, x];

    x = x + h;

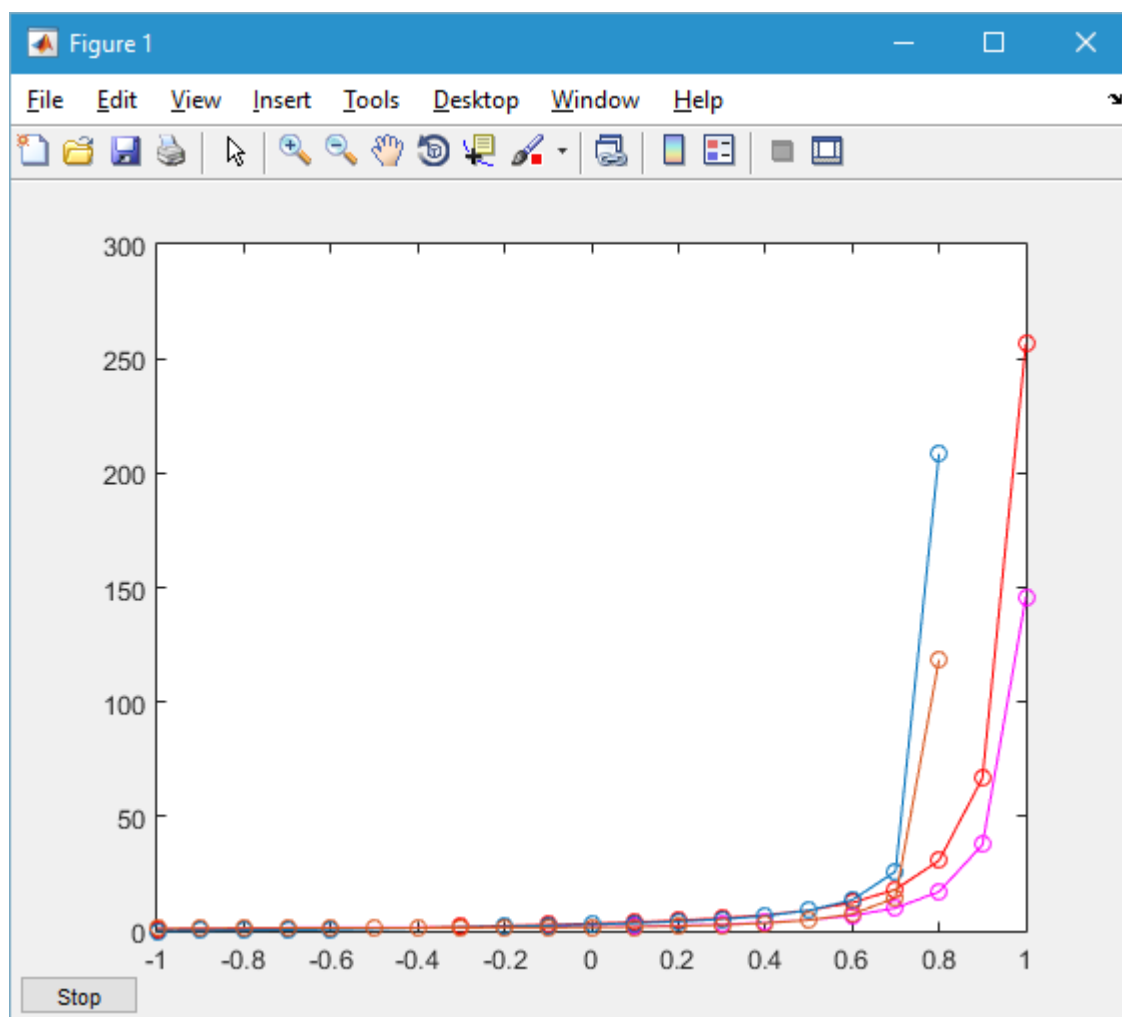
end

plot(array_x, array_y_1, 'r');
hold on;
plot(array_x, array_y_1, 'ro');
hold on;
plot(array_x, array_y_2, 'm');
```

```

hold on;
plot(array_x, array_y_2, 'mo');
%compare with inbox function
hold on;
ode45(@myfunction2, [-1:0.1:1], [0 1]);

```



Как можно видеть на графике, решение задачи реализованным методом Рунге-Кутты близко к решению встроенной функцией численного решения систем ОДУ.