Упражнения по теме "Вариационные задачи"

1. Производные в векторных пространствах (производная понаправлению, вариация по Лагранжу, производная по Гато, производная по Фреше).

Связи между производными.

Привести несчетное число примеров различий между производными.

Связь дифференцируемости с непрерывностью.

Для заданного линейного ограниченного отображения $A : X \to \mathbb{R}$ привести пример функции $f : X \to \mathbb{R}$, такой что в заданной точке x_0 существует производная по Гато $f'(x_0) = A$ и функция f разрывна в точке x_0 (естественно $\dim X > 1$).

2. Сформулировать и доказать теорему о производной композиции функций $\psi \circ \varphi$ для случая, когда

а) ψ дифференцируема по Фреше, φ дифференцируема по Гато;

б) ψ и φ дифференцируемы по Фреше.

3. Частные производные. Теорема о полном дифференциале (с доказательством).

4. Оператор Немыцкого. Дифференцирование оператора Немыцкого (с полным доказательством).

5. Дифференцирование интегрального функционала (по Гато, Фреше). Полное доказательство.

6. Оператор краевых условий. Дифференцирование оператора краевых условий (полное доказательство).

7. Лемма Эйлера (используемая в "неполном" выводе уравнения Эйлера – Лагранжа): формулировка, доказательство.

8. Лемма Дю Буа Реймона (используемая в полном выводе уравнения Эйлера – Лагранжа): формулировка, доказательство.

9. 2-я производная. Знак 2-й производной, связи между условиями на знак 2-й производной. Привести несчетное число примеров различий между условиями на знак 2-й производной.

10. Уравнение Якоби. Сопряженная точка a^*. Доказать корректность определения сопряжённой точки.