Экзаменационные вопросы по курсу “Вариационные задачи”

1. Задача о брахистохроне – математическая модель. Классическая вариационная задача.

2. Производные в векторных пространствах (производная по направлению, вариация по Лагранжу, производная по Гато, производная по Фреше). Связи между производными.

3. Лемма Ферма – Эйлера — необходимое условие экстремума.

4. Дифференцируемость интегрального функционала.

5. Необходимое условие экстремума в классической вариационной задаче — уравнение Эйлера – Лагранжа. Лемма Эйлера (используемая в “неполном” выводе уравнения Эйлера – Лагранжа): формулировка, доказательство.

6. Лемма Дю Буа Реймона (используемая в полном выводе уравнения Эйлера – Лагранжа): формулировка, доказательство. Вывод уравнения Эйлера – Лагранжа.

7. Вторая вариация. Знак второй вариации. Необходимое условие экстремума в терминах второй вариации. Вторая вариация интегрального функционала.

8. Вторая вариация интегрального функционала никогда не бывает равномерно положительной (доказательство). Необходимое условие Лежандра на знак второй вариации.

9. Уравнение Якоби. Сопряженная точка. Корректность определения сопряжённой точки.

10. Необходимое условие экстремума Якоби в терминах сопряжённой точки.

11. Производные отображений в векторных пространствах. Связи между производными. Теорема о производной композиции отображений $\psi \circ \varphi$.

12. Теорема о среднем. Связь между производными по Гато и по Фреше.

13. Частные производные. Теорема о полном дифференциале (с доказательством).

14. Оператор Немыцкого. Дифференцирование оператора Немыцкого (с полным доказательством).

15. Дифференцирование интегрального функционала (по Гато, по Фреше). Полное доказательство.

16. Оператор краевых условий. Дифференцирование оператора краевых условий (полное доказательство).

В качестве теоретических вопросов также будут даны упражнения из лекций.