

Задача о клике

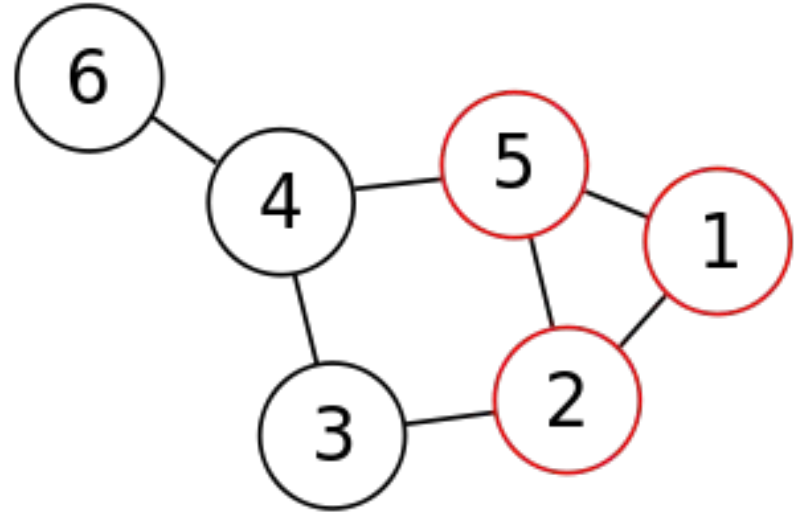
Алгоритмические основы распознавания изображений

Клика

Подмножество вершин графа, такое что любые две вершины подмножества соединены ребром.

Клика

Подмножество вершин графа, такое что любые две вершины подмножества соединены ребром.



Клика

Подмножество вершин $C \subseteq V$ графа $G = (V, E)$, такое что для любой вершины из C найдется ребро их соединяющее.

Определения

Максимальная клика

Клика, которая не может быть расширена путем добавления дополнительных смежных вершин.

Наибольшая клика

Клика максимального размера для графа

Кликовое число

Число вершин в максимальной клике графа

Задача о клике

NP-задача

Задача распознавания

Есть ли в заданном графе G клика размера k ?

Задача поиска

Найти в G максимального размера.

Задача о клике

NP-задача

Перебор

Рассматриваются все подграфы размера k графа G . Сложность - $\binom{v}{k} = \frac{v!}{k!(v-k)!}$.

Алгоритм Брона-Кербоша

Сложность линейна относительно числа клик в графе.

Алгоритм Брона-Кербоша: основные объекты

Находит все максимальные по включению независимые множества.

На каждом шаге алгоритма множество V разбито на четыре части:

M

$\Gamma(M)$

K

P

Алгоритм Брона-Кербоша: основные объекты

Находит все максимальные по включению независимые множества.

На каждом шаге алгоритма множество V разбито на четыре части:

M — текущее независимое множество;

$\Gamma(M)$

K

P

Алгоритм Брона-Кербоша: основные объекты

Находит все максимальные по включению независимые множества.

На каждом шаге алгоритма множество V разбито на четыре части:

M — текущее независимое множество;

$\Gamma(M)$ — множество вершин, смежных с M ;

K

P

Алгоритм Брона-Кербоша: основные объекты

Находит все максимальные по включению независимые множества.

На каждом шаге алгоритма множество V разбито на четыре части:

M — текущее независимое множество;

$G(M)$ — множество вершин, смежных с M ;

K — множество кандидатов, т. е. вершин, каждая из которых может быть добавлена в M ;

P

Алгоритм Брона-Кербоша: основные объекты

Находит все максимальные по включению независимые множества.

На каждом шаге алгоритма множество V разбито на четыре части:

M — текущее независимое множество;

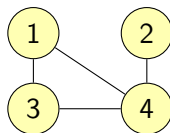
$\Gamma(M)$ — множество вершин, смежных с M ;

K — множество кандидатов, т. е. вершин, каждая из которых может быть добавлена в M ;

P — множество просмотренных вершин, каждая из которых не может быть добавлена в текущее M , так как уже добавлялась ранее.

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

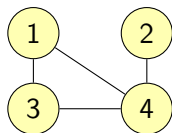
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

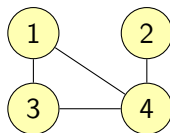
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

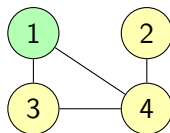
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1			



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

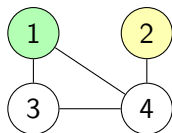
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1	2		



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

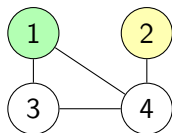
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1	2	\emptyset	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

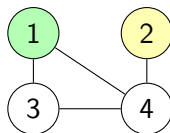
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1	2	\emptyset	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

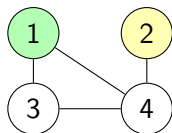
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1	2	\emptyset	2



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

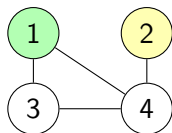
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1	2	\emptyset	2



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

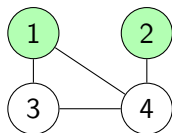
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1	2	\emptyset	2
1, 2			



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

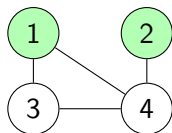
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1	2	\emptyset	2
1, 2	\emptyset		



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

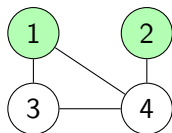
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1	2	\emptyset	2
1, 2	\emptyset	\emptyset	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

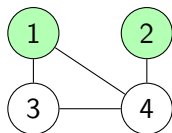
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1	2	\emptyset	2
1, 2	\emptyset	\emptyset	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

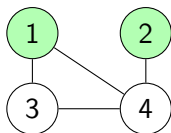
pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1	2	\emptyset	2
▶ 1, 2	\emptyset	\emptyset	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

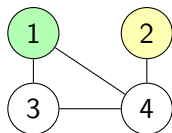
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1, 2\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
→	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1			



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

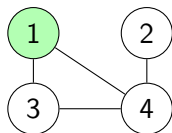
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1, 2\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
→	1	2	\emptyset	2
▶	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset		



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

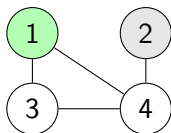
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
→	1	2	\emptyset	2
▶	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

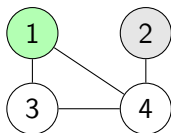
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: {1,2}

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

M	K	P	v
\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
1	2	\emptyset	2
1, 2	\emptyset	\emptyset	
1	\emptyset	2	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

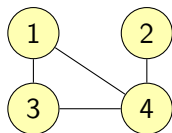
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
→	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset			



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

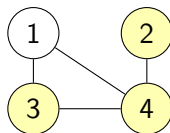
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
→	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4		



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

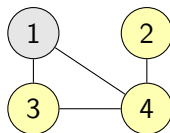
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: {1,2}

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
→	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
▶	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4	1	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

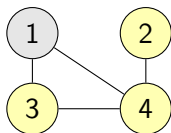
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: {1,2}

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4	1	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

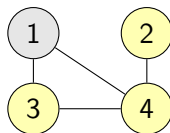
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4	1	2



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.first$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

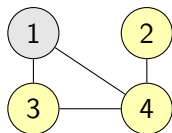
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: {1,2}

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4	1	2



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

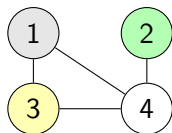
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: {1,2}

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4	1	2
	2	3	1	3



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

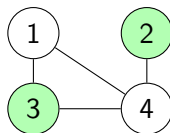
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4	1	2
	2	3	1	3
►	2, 3	\emptyset	\emptyset	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

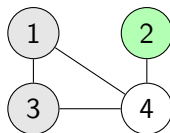
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$, $\{2,3\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4	1	2
→	2	3	1	3
►	2, 3	\emptyset	\emptyset	
	2	\emptyset	1, 3	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

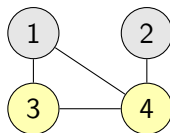
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$, $\{2,3\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
→	\emptyset	2, 3, 4	1	2
	2	3	1	3
►	2, 3	\emptyset	\emptyset	
	2	\emptyset	1, 3	
	\emptyset	3, 4	1, 2	3



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

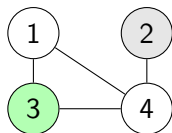
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$, $\{2,3\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4	1	2
	2	3	1	3
►	2, 3	\emptyset	\emptyset	
	2	\emptyset	1, 3	
	\emptyset	3, 4	1, 2	3
	3	\emptyset	2	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

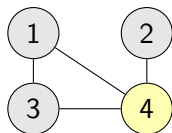
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$, $\{2,3\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4	1	2
	2	3	1	3
►	2, 3	\emptyset	\emptyset	
	2	\emptyset	1, 3	
→	\emptyset	3, 4	1, 2	3
	3	\emptyset	2	
	\emptyset	4	1, 2, 3	4



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

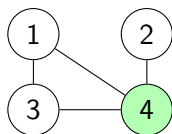
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$, $\{2,3\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4	1	2
	2	3	1	3
►	2, 3	\emptyset	\emptyset	
	2	\emptyset	1, 3	
	\emptyset	3, 4	1, 2	3
	3	\emptyset	2	
	\emptyset	4	1, 2, 3	4
►	4	\emptyset	\emptyset	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

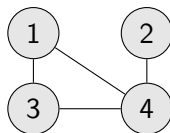
$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$, $\{2,3\}$, $\{4\}$

Алгоритм Брона-Кербоша: демонстрация

	M	K	P	v
	\emptyset	1, 2, 3, 4	\emptyset	1
	1	2	\emptyset	2
►	1, 2	\emptyset	\emptyset	
	1	\emptyset	2	
	\emptyset	2, 3, 4	1	2
	2	3	1	3
►	2, 3	\emptyset	\emptyset	
	2	\emptyset	1, 3	
	\emptyset	3, 4	1, 2	3
	3	\emptyset	2	
→	\emptyset	4	1, 2, 3	4
►	4	\emptyset	\emptyset	
	\emptyset	\emptyset	1, 2, 3, 4	



while $K \neq \emptyset$ or $M \neq \emptyset$:

if $K \neq \emptyset$:

$v = K.\text{first}$

push M, K, P, v

$M = M + \{v\}$

$K = K - \Gamma(v) - \{v\}$

$P = P - \Gamma(v)$

else:

if $P == \emptyset$: вывод M

pop v, P, K, M

$K = K - \{v\}$

$P = P + \{v\}$

Вывод: $\{1,2\}$, $\{2,3\}$, $\{4\}$