

 <p>Pontificia Universidad JAVERIANA Cali</p> <p>“No formamos a los mejores del mundo, sino que formamos a los mejores para el mundo”</p>	<p>Universidad Javeriana, sede Cali Facultad de Ingeniería y ciencias Departamento de ciencias naturales y matemáticas Álgebra lineal computacional Segundo Parcial 28 de Abril del 2021</p>
---	--

Pregunta 1.

La vida media de un material esta determinado por la función (use el archivo punto_1.txt)

$$Y(t) = a_1 + a_2 t.$$

1. Encuentre a_1, a_2 que minimice el error cuadrático
2. Calcule $Y(5)$

Pregunta 2.

El archivo punto_2.txt tiene los datos de la temperatura de una barra, por experimentos se conoce que la temperatura se puede ajustar mediante la función

$$T(t) = a_1 + a_2 \exp(-(t + a_3)).$$

1. Encuentre a_1, a_2 y a_3 que minimice el error cuadrático
2. Calcule $T(5)$

Pregunta 3.

- a. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, use el comando de Matlab para calcular SVD de A para encontrar el valores singulares. Usando el comando norm de Matlab, para calcular la norma 2 de A ¿Esta valor tiene alguna relación con valores singulares?
- b. Use este hecho, para mostrar que si $A \in \mathcal{R}^{m \times n}$ es una matriz real, entonces $\|A\|_2 \leq \sigma_1$, donde σ_1 es el primer valor singular de A. (Utilice las propiedades de normas de matrices).
- c. Tome el vector $x = V e_1$ donde $e_1 = [1, 0, \dots, 0]^T$ y $A = U \Sigma V^T$, (note que $\|x\|_2 = 1$). Calcule

$$\|Ax\|_2$$

- d. Use el literal b. y c. para mostrar que

$$\|A\|_2 = \sigma_1$$

Pregunta 4.

Sea A la matriz de $10 \times n$ formado por las primeras n columnas de la matriz de Hilbert de 10×10 (para crear la matriz de hilbert use el comando *hilb(10)*). Sea c el vector de n entradas $[1, \dots, 1]$ y establezca $b = Ac$. Use la factorización QR use el comando de matlab *qr(A,0)* y *qr(A)* para resolver el problema de mínimos cuadrados $Ax = b$ para

- $n = 6$
- $n = 8$

y compárela con la solución correcta de los mínimos cuadrados $\bar{x} = c$. ¿Cuántos decimales correctos pueden calcularse? Ahora resuelva el problema usando ecuaciones normales (sin factorización QR). Compare las soluciones