信号理論基礎　前半試験　　　20315784 佐藤 滉雅

1. (1) $f(t) = \cos t + \cos \frac{t}{4}$

$\cos(t+T) + \cos\left(\frac{t}{4} + \frac{T}{4}\right)$ を満たす T が存在する

いかなる m においても $\cos(\theta + 2\pi m) = \cos\theta$ が成立するので

$T = 2\pi m$ ， $\frac{T}{4} = 2\pi n$ （m, n ─ 整数）

$T = 2\pi m = 8\pi n \rightarrow T = m = 4n \rightarrow m = 4, n = 1$

$\therefore T = 2\pi m = 2\pi \times 4 = \underline{8\pi}$ //

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8\pi} = \underline{\frac{1}{4}}$ //

$f_0 = \frac{1}{T} = \underline{\frac{1}{8\pi}}$ //

(2) $f(t) = \cos^2 t$

$\cos^2(t+T)$ を満たす T が存在する

いかなる m においても，$\cos^2(\theta + \pi m) = \cos^2\theta$ となるから

$T = \pi m$ （m：整数）$\rightarrow m = 1$

$\therefore \underline{T = \pi}$ //

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = \underline{2}$ //

$f_0 = \frac{1}{T} = \underline{\frac{1}{\pi}}$ //

2. (1) $\int_{-\infty}^{\infty} [\delta(t+d) - \delta(t-d)] e^{-jnt} dt$

$= e^{-jnt}\Big|_{t=-d} - e^{-jnt}\Big|_{t=d} = e^{+jnd} \quad e^{-jnd}$ //

(2) $\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} e^{jnt} dt = \frac{1}{jn}\left[e^{jnt}\right]_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} = \frac{1}{jn}\left(e^{j\frac{nd}{2}} - e^{-j\frac{nd}{2}}\right)$

$= \frac{2}{jn} \cdot \frac{1}{2}\left(e^{j\frac{nd}{2}} - e^{-j\frac{nd}{2}}\right)$

$= \frac{2}{jn} \cdot j \sin\left(\frac{nd}{2}\right)$

$= \frac{2}{n} \sin\left(\frac{nd}{2}\right) = d \cdot \frac{\sin\left(\frac{nd}{2}\right)}{\frac{nd}{2}} = d \cdot \mathrm{sinc}\left(\frac{nd}{2}\right)$ //

(3) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos nt \, dt = \frac{1}{n}\left[\sin nt\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{n}\left(\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right)$

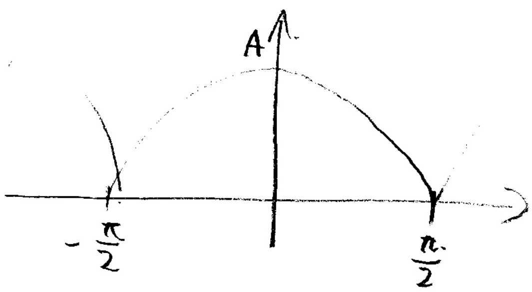
$= \frac{2}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ //

3. (1) $f(t) = \cos t \ \cos 2t \quad \to T = 2\pi \ . \ \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 1$

$$f(t) = \frac{1}{2}\left(\cos(t) + \cos(3t)\right)$$

$$= \frac{1}{2}\cos(t) + \frac{1}{2}\cos(3t) \ //$$

(2) $g(t) = |A\cos t|$



$\to \frac{T}{2} \sim \frac{T}{2}$ での $A\cos t$ と同じ

$T = \pi$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g(t)\,dt$$

$$= \frac{2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} A\cos(t)\,dt$$

$$= \frac{2A}{\pi}\left[\sin(t)\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \underline{\frac{4A}{\pi}}$$

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} A\cos(t)\cdot\cos(2n\,t)\,dt = \frac{A}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(t) + \cos(2n\ t)\,dt$$

$$= \frac{A}{\pi}\left[\sin(t) + \sin(2nt)\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{4A}{\pi}\cos(2nt)$$

$$b_n = \frac{2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} A\cos(t)\cdot\sin(2nt)\,dt = \frac{A}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(t) - \sin(2nt)\,dt$$

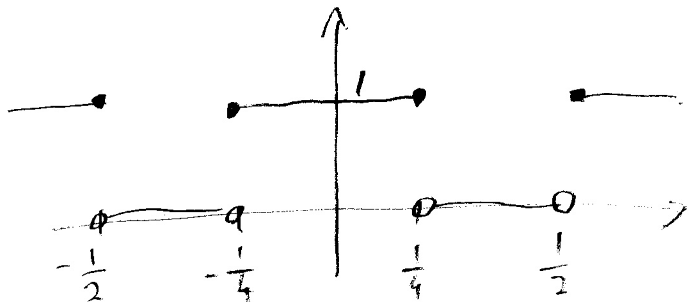
$$= \frac{4A}{\pi}\sin(2nt)$$

$$= 0$$

$$\therefore \ g(t) = \frac{4A}{\pi} + \frac{4A}{\pi}\left(\sum_{n=1}^{\infty}\cos(nt)\right) \ //$$

4.

$$f(t) \begin{cases} 1 & \frac{1}{4} \leq t \leq \frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{2} < t < -\frac{1}{4}, \quad \frac{1}{4} < t < \frac{1}{2} \end{cases}$$



$T = \frac{3}{4}$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3}$$

(1) ○ $n = 0$ のとき

$$C_0 = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\,dt = \frac{4}{3}\int_{-\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}} 1\,dt = \frac{4}{3}[t]_{-\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right) = \frac{4}{3}\cdot\frac{2}{4}$$

$$= \underline{\frac{2}{3}}$$

○ $n \neq 0$ のとき

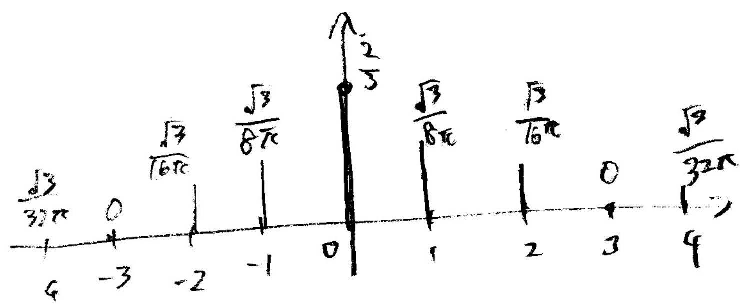
$$C_0 = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\cdot e^{jn\omega_0 t}\,dt = \frac{4}{3}\frac{1}{jn\omega_0}\left[e^{jn\omega_0 t}\right]_{-\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{8\pi}\cdot\frac{1}{jn}\cdot\left(e^{j\frac{8n\pi}{3}} - e^{-j\frac{8n\pi}{3}}\right)$$

$$= \frac{2}{8\pi}\cdot\frac{1}{jn}\, j\sin\left(\frac{8n\pi}{3}\right)$$

$$= \underline{\frac{1}{4n\pi}\sin\left(\frac{8n\pi}{3}\right)} \quad //$$

(2)



6.

(1) $g(t) = \frac{d}{dt} f(t)$

$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ 2\delta(2t - nT) \quad 2\delta\left(2t - \frac{1+2n}{2}T\right) \right\}$

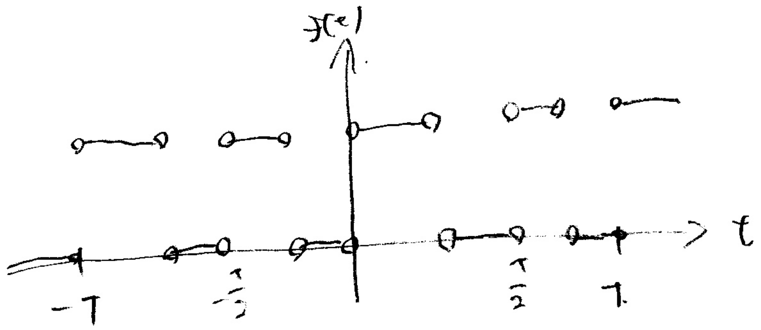
$\frac{T}{2}, T, \frac{3}{2}T$

$t \quad \frac{n}{2}T$

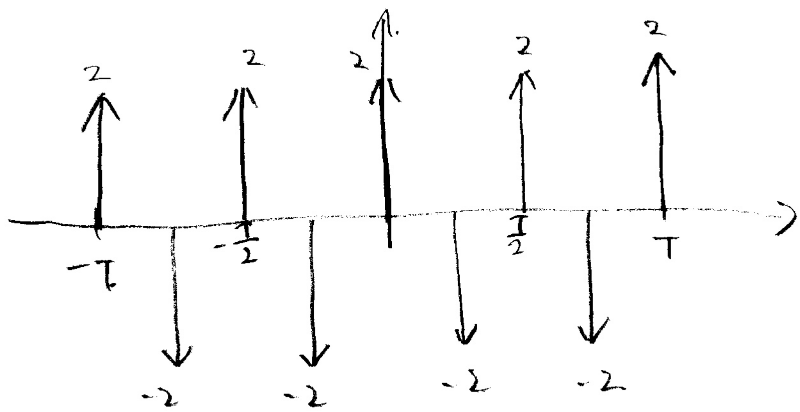
$t - \frac{1+2n}{4}T$

$\frac{1}{4}T \quad \frac{3}{4}T \quad \frac{5}{4}T$

(2)



(3)



6、(1) 高速で回転するプロペラ等をさつえいするとき、そのカメラのサンプリング周波数 f_s とプロペラの回転周波数 f_m の関係を考える

ナイキストのサンプリング定理によると、$f_s > 2f_m$ であれば、デジタル信号をアナログ信号に完全に戻すことができる

しかし、カメラのサンプリング周波数がプロペラの周波数の2倍ないときは高周波成分がエイリアシングとして、低周波として表れてしまう

そのために、回転がおそくみえてしまう

(2)