

演習問題 5 次の状態方程式の固有値を求めて、対角正準系に変換する座標変換行列を求めよ。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = (3, 0) \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (9.1)$$

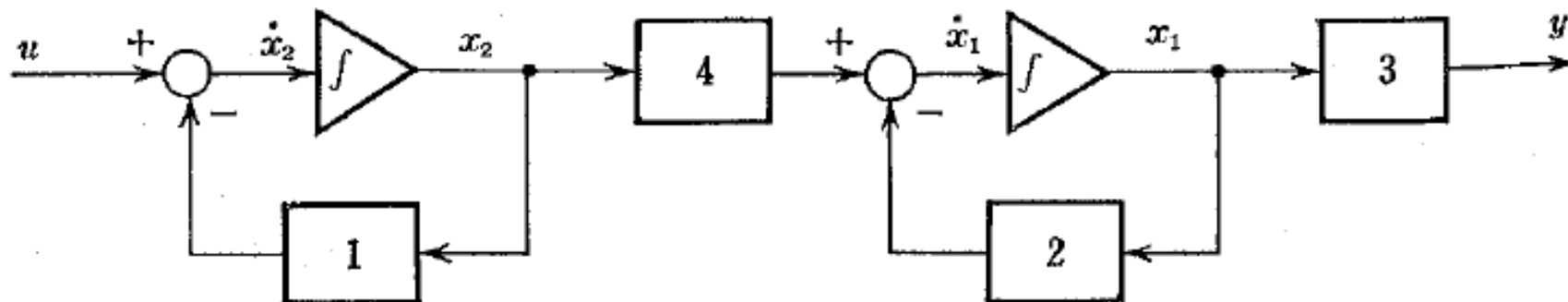


図 9.1 システム (9.1)

# 制御理論 (5)

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  の固有値を求める

$$|A - \lambda E| = \begin{vmatrix} -2-\lambda & 4 \\ 0 & -1-\lambda \end{vmatrix} = (-2-\lambda)(-1-\lambda) = 0 \rightarrow \lambda = -1, -2$$

それぞれ固有ベクトルは

○  $\lambda = -1$  のとき

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow v_1 = c_1 \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

○  $\lambda = -2$  のとき

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow v_2 = c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\therefore T = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

---