制御理論 後半2 6/29 課題1

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t), \quad u(t) = -k\, y(t)$$

$$D(s) = |sI - A| = \begin{vmatrix} s+2 & 1 \\ 0 & s+1 \end{vmatrix} = (s+2)(s+1) = s^2 + 3s + 2$$

$$N(s) = c \,\mathrm{adj}\,(sI - A)\, b$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathrm{adj}\left\{\begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ 0 & s+1 \end{bmatrix}\right\} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+1 & 1 \\ 0 & s+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} s+1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= 1$$

$$D(s) + k N(s) = s^2 + 3s + 2 + k$$

- $k = 0$ のとき

  $s = -1, -2$ //

- $k = \infty$ のとき

  $s = \infty$ //

- 2つの根が実軸で離れる点

$$\frac{d}{ds} \frac{1}{G(s)} = 0$$

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{1}{(s+2)(s+1)}$$

$$\frac{d}{ds} \frac{1}{G(s)} = \frac{d}{ds}(s^2 + 3s + 2) = 2s + 3 = 0$$

$$s = -\frac{3}{2}$$ //

課題2

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \ , \ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \qquad (10.42)$$

$n=2$ なので、伝達関数は

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{1}{s^2+s}$$

となり、直列補償器は

$$G_d(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{q_2 s + q_1}{s + p_1}$$

となる。

よって閉ループ系は3次となり、以下のような伝達関数となる。

$$\frac{G(s)\,G_d(s)}{1+G(s)\,G_d(s)} = \frac{N(s)\,Q(s)}{D(s)\,P(s)+N(s)\,Q(s)}$$

よって極は、特性方程式の根で与えられるので、

$$\begin{aligned} D(s)\,P(s) + N(s)\,Q(s) &= (s^2+s)(s+p_1) + (q_2 s + q_1) \\ &= s^3 + p_1 s^2 + s^2 + p_1 s + q_2 s + q_1 \\ &= s^3 + (p_1+1)s^2 + (p_1+q_2)s + q_1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

ここで、指定したい特性多項式は

$$(s+1)(s+2)(s+10) = (s^2+3s+2)(s+10) = s^3+13s^2+32s+20$$

係数比較を行い、

$$\begin{cases} p_1 + 1 = 13 \\ p_1 + q_2 = 32 \\ q_1 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 = 12 \\ q_1 = 20 \\ q_2 = 20 \end{cases}$$

よって直列補償器は

$$G_d(s) = \frac{20s+20}{s+12}$$

//