1　Sallen-Key 2 次低域通過フィルタ

指導書図 3 に示す回路において、$K \equiv 1 + \frac{R_f}{R_g}$ と定義すると図 c1 の様に簡略化できる. ただし, 三角形でシンボル化されている素子は理想的な K 倍のアンプを表す. つまり $v_o = Kv_2$, $i_+ = 0$ とする.

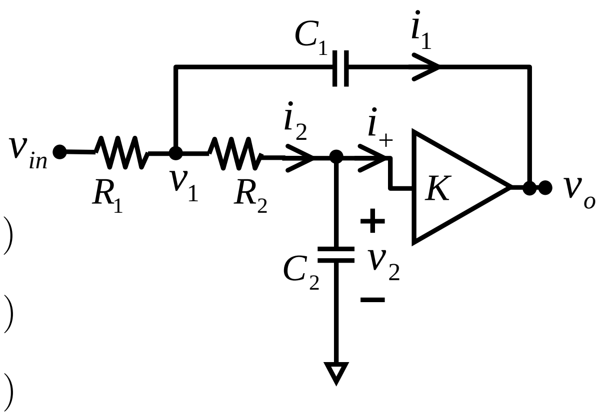

図 c 1 , 2-D Sallen-Key LPF.

まず, 図に示される v_2, i_2, v_1, i_1 を順に求める. それらは v_o, R_1, R_2, C_1, C_2, K のみを用いて次の様に表される.

$$
\begin{aligned}
v_2 &= \left(\tfrac{v_0}{K}, \right) \\
i_2 &= \left(sC_2\tfrac{v_0}{K}, \right) \\
v_1 &= \left(sC_2R_2\tfrac{v_0}{K} + \tfrac{v_0}{K}, \right) \\
i_1 &= \left(s^2C_1C_2R_2\tfrac{v_0}{K} + sC_1(1-K)\tfrac{v_0}{K}. \right)
\end{aligned}
$$

次に, $v_{in} = R_1(i_1 + i_2) + v_1$ なので, 上で求めた i_1, i_2, v_1 を代入して整理すると次式を得る.

$$
\frac{v_o}{v_{in}} = \left(\frac{K\frac{1}{C_1C_2R_1R_2}}{s^2 + \frac{1}{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}\{\sqrt{\frac{C_2R_2}{C_1R_1}} + \sqrt{\frac{C_2R_1}{C_1R_2}} + \sqrt{\frac{C_1R_1}{C_2R_2}}(1-K)\}s + \frac{1}{C_1C_2R_1R_2}}. \right)
$$

ここで, 双二次低域通過関数 (a lowpass quadratic function)

$$
T_{LP}(s) = \frac{v_o}{v_{in}} = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}.
$$

と係数比較することで以下を得る.

$$
\begin{aligned}
\omega_0 &= \left(\frac{1}{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}} \right) \\
Q &= \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{C_2R_2}{C_1R_1}} + \sqrt{\frac{C_2R_1}{C_1R_2}} + \sqrt{\frac{C_1R_1}{C_2R_2}}(1-K)}. \right)
\end{aligned}
$$

また, $s = j\omega$ を代入することで, 次の振幅特性, 位相特性を得ることができる.

$$
\begin{aligned}
|T_{LP}(j\omega)| &= \left(\frac{|K\frac{\omega_0}{\omega}|}{\sqrt{(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0})^2 + \frac{1}{Q^2}}}, \right) \\
\angle T_{LP}(j\omega) &= \left(-\tan^{-1}\left(\frac{\frac{\omega_0\omega}{Q}}{\omega_0^2 - \omega^2}\right). \right)
\end{aligned}
$$

所望する Q, ω_0 を実現する為の回路の設計法 (素子値の決定法) は, 以下の順に行えばよい:

1) 所望の Q を与えるための素子値の決定 :
　$R_1 = R_2$, $C_1 = C_2$ として $K = 3 - \frac{1}{Q}$ 得る.
　その増幅率 K を得るための R_f と R_g のペアを決める.
　（オーダーは数十 kΩ 前後 が望ましい）
2) 所望の ω_0 を与えるための素子値の決定 :
　C を都合のよい値として, $C_1 = C_2 = C$ とする.
　$R_1 = R_2 = R$ として，$R = \frac{1}{\omega_0 C}$ を得る.

※ (その他の設計法)
もし, $K = 1$ にしたい時は, 以下の順に行えばよい:
1) R を都合のよい値として, $R_1 = R_2 = R$ とする.
2) $C_1 = \frac{2Q}{\omega_0 R}$, $C_2 = \frac{1}{2Q\omega_0 R}$ とする.

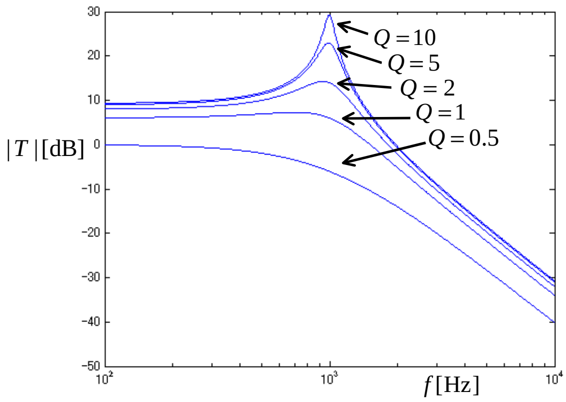

図 c2, Magnitude responses. (Horizontal axis : frequency f[Hz], Vertical axis : magnitude characteristic $|T_{LP}(j\omega)|$[dB], $K = 3 - \frac{1}{Q}$, $\omega_0 = 6280.$)

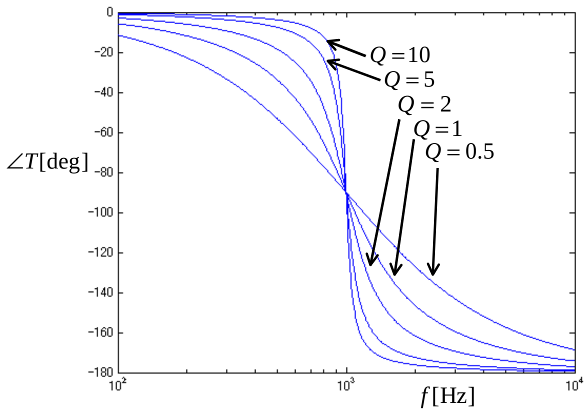

図 c3, Phase responses. (Horizontal axis : frequency f[Hz], Vertical axis : phase characteristic $\angle T_{LP}(j\omega)$[deg], $K = 3 - \frac{1}{Q}$, $\omega_0 = 6280.$)

2　ヒステリシス弛張発振器

指導書図 5 の回路において, $v_{op} = E_{sat}$ となった時の等価回路は図 c4 の様に表すことが出来る. 状態変数 v について回路方程式（微分方程式）を導出すると次の様に表される.

$$(\qquad RC\frac{dv}{dt} + v = E_{sat}. \qquad)$$

これより, $v_{op} = E_{sat}$ の時（つまり $-\frac{E_{sat}}{2} < v < \frac{E_{sat}}{2}$ の時）の（区分的）厳密解は以下の様に記述される.

$$(\qquad v(t) = (v(0) - E_{sat})e^{-\frac{1}{RC}t} + E_{sat}. \qquad)$$

ここで, 図 c5 に示すように初期値を $v(0) = -\frac{E_{sat}}{2}$, T' 秒後の到達値を $v(T') = \frac{E_{sat}}{2}$ として, 上で求めた厳密解に代入して T' について解けば, 周期 T が求まる.

$$(\qquad T' = RC\ln 3, \qquad T = 2RC\ln 3 \quad)$$

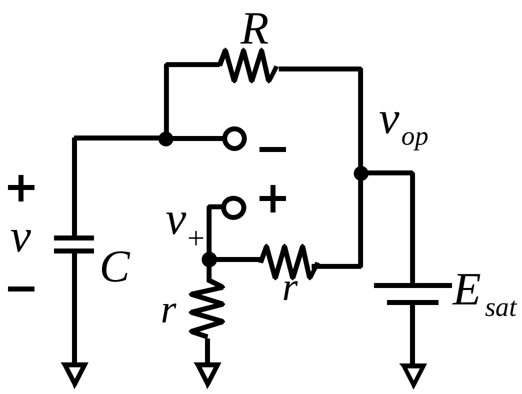

図 c4, Equivalent circuit.

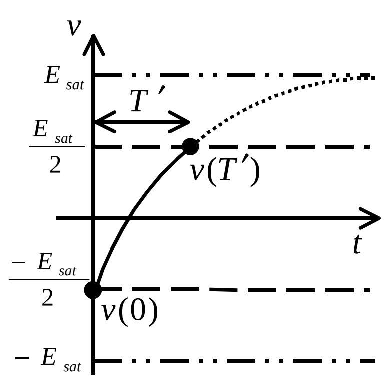

図 c5, Capacitor voltage waveform.