

3. アナログ IC とその応用

1. 実験の目的及び流れ

1. 1 実験の内容：

代表的なアナログICである演算増幅器(Operational amplifier, OP-Amp.)で実現される以下の各回路(実験1, 2)の動作原理を理解し、実際に回路を合成して、その性能の評価、および考察をせよ。ただし、どのように評価・考察するかについては、各自よく考えて決めること。

実験1.	基本回路1：非反転増幅器(Non-inverting amplifier) 応用回路1：2次低域通過フィルタ(2nd-order low-pass filter)
実験2.	基本回路2：ヒステリシス比較器(Hysteresis Comparator) 応用回路2：弛張発振器(Relaxation Oscillator)
実験3.	考察のための自由実験

1. 2 実験の流れ：

1) 実験計画日(1日目：計画書の作成)

1つの班を3グループに分ける。各自が、以下の項目をレポート用紙にまとめて計画書を作成する。その際には、各グループで相談や議論を行うこと。ここで作成した計画書は、この日に担当教員のチェックを受けて、4日目に提出する。また、ここで作成した「実験目的」や「理論的背景」は、最終的に作成する実験レポートの一部にすること。

項 目	内 容	詳 細
実験目的	目的をまとめる	1. 1 実験の内容を参考にする。 およそ300字程度にまとめる。
理論的背景 (実験1)	伝達関数 (Transfer function) 振幅特性 (Magnitude responses) 位相特性 (Phase responses)	非反転増幅器, 2次LPF に対して, 左記項目を導出し理論特性を得る。(図2, 3を参照)
理論的背景 (実験2)	状態方程式(State equation) 発振周波数(Frequency)	弛張発振器の動作(dynamics)を記述する状態方程式を導出し, 発振原理を理解する。発振周波数の理論値を求める。(図4, 5を参照)
実験内容(一部)	仕様の設定 回路の設計	所望する特性, 仕様(specification)を与える。理論的背景で求めた理論式を基に, 抵抗やキャパシタの素子値, 入力信号などを具体的に決める。

利用できる装置・部品

・入力信号として, 100kHz 程度までの正弦波と矩形波
・汎用的なオペアンプ(TL074など)を1グループあたり1~2個。
・抵抗とキャパシタ(一般的に市販されている各種の素子値, 補足資料5を参照)
・測定装置(主に, オシロスコープ)
・その他(オペアンプ用の電源, 配線コード, ブレッドボードほか)

2) 実験日(2日目・3日目)

まず, 実験計画日に導出した理論式を用いて, フィルタの理論値(特性)を求める。発振器についてはシミュレーションを行い動作の確認をする。これらには数値計算ソフト「Scilab」を利用してプログラミングを行う。次に, 実験計画日に設計した回路を作成し実験を行い, 回路の動作を確認しな

がら必要なデータを取得する。周波数特性などは逐次にグラフにプロットして理論値と比較する。（つまり、一つの観測を行ったときは次の観測へ行く前に、必ずグラフへ理論値と共にプロットする。）疑問な点や検証したい事項が生じた時は、それを明らかにするための追加実験を実施する。作業は分担して効率よく行う（データ取得、プロット、グラフ作成、その他）。

3) レポート作成日（4日目）

レポート作成の方針

「実験レポートの書き方」に従って作成すること。明確（clear）に、技術的に信頼（reliable）できるように、冗長性無く簡潔（concise）に書く。

この日に、全てレポートを完成する必要はありません。ただし、「概要」と「考察」の指針（どの事項をどのように考察するか）は、完成させてこの日の終了時間前までに担当教員のチェックを受けること。

考察の項目の例（ヒント）

- 素子感度：素子値の微小誤差が回路の特性（たとえばQ や共振周波数）にどの程度影響するか。
この素子感度を利用した実験回路の評価は必ず行うこと。
- 安定性：フィルタの安定性の評価（伝達関数の極）。
- フィルタ：異なる設計法（頁3-8 に記載）との違い、最大平坦(Butterworth) 特性について…等。
- 発振器：パラメータを変えた時（バイアス電圧を正負非対称にした時や2つの r を異なる値にした時など）について、引き込み領域（初期値の設定）について…等。

もちろん全てやる必要はありません。これ以外にも様々なテーマはあります。自分の頭で考えた独創的な考察を期待します。

4) レポート提出日

レポート項目	評価項目
概要	<ul style="list-style-type: none"> ● 「目的、手段、結果、結論」が簡潔に具体的に書かれている。 ● およそ250 字程度にまとまっている。
目的	<ul style="list-style-type: none"> ● 実験として目指す事項を明確に書いている。
理論的背景	<ul style="list-style-type: none"> ● 実験回路の特性や動作が、理論式を用いて簡潔かつ具体的に書かれている。
実験方法	<ul style="list-style-type: none"> ● 実験回路の仕様や設計値が明記されている。 ● その導出理由や手順も説明されている。 ● 実験手段、測定系の概要が説明されている。 ● 測定装置の名称型番が書いてある。
実験結果	<ul style="list-style-type: none"> ● グラフに分かり易くまとめてある。有効数字を考慮している。 ● 計算機実験と回路実験の結果が互いに対応がつくようにまとめられている。 ● 実験目的に沿った結果が簡潔にまとめられている。
考察	<ul style="list-style-type: none"> ● 素子感度を用いて測定結果の妥当性等について理論的に評価・考察してある。 ● 独創的な考察（ただし、理論的裏づけのあるものに限る）がある。
まとめ	<ul style="list-style-type: none"> ● 実験結果の羅列や実験の感想ではなく、考察した結果をまとめてある。
その他 （全体の書式等）	<ul style="list-style-type: none"> ● 完成された表紙、チェックリストが添付してある。 ● 図、表に番号があり、説明が英語で記されている。 ● 引用した事項、調べた事項（式や理論等）に関して参考文献が明記されている。 ● レポート全体の論旨が明確である。

期限は絶対を守ること！！

2. 基礎知識

2. 1. 理想オペアンプ (Ideal OP-Amp. model)

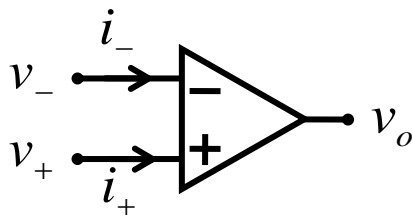


図1. 理想オペアンプモデル
Fig. 1. Ideal OP-Amp. Model.

図1にオペアンプの回路記号を示す. 非反転入力と反転入力
の2つの入力と1つの出力を持っており, その電流・電圧
の関係は次式となる.

$$i_+ = 0, \quad i_- = 0, \quad v_d = v_+ - v_-$$

$$v_d = 0 \text{ の時 } -E_{sat} \leq v_o \leq E_{sat}$$

$$v_d \neq 0 \text{ の時 } v_o = E_{sat} \frac{|v_d|}{v_d} \quad (2.1)$$

E_{sat} はオペアンプの飽和電圧 (Saturation voltage) を表す. $v_d = 0$ の時, オペアンプは線形領域
(Linear region) で動作しているという. $v_d \neq 0$ の時, オペアンプは飽和領域 (Saturation region)
で動作しているという.

2. 2. 非反転増幅器

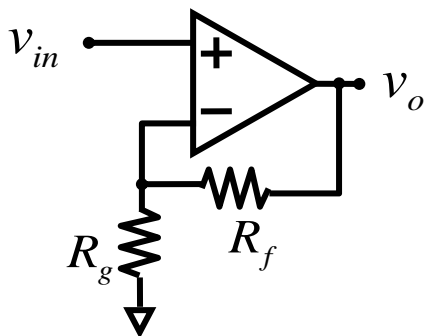


図2. 非反転増幅器
Fig. 2. Non-inverting amplifier.

図2に非反転増幅器を示す. この回路は線形領域で動作さ
せる. $v_d = 0$ より $v_- = v_+$ なので R_g を下向きに流れる電流
は $\frac{v_{in}}{R_g}$ である. 同様に R_f を左向きに流れる電流は $\frac{v_o - v_{in}}{R_f}$
である. よりそれら2つの電流は等しいので次式を得る.

$$v_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_g}\right) v_{in} = K v_{in} \quad (2.2)$$

2. 3. Sallen-Key 2次低域通過フィルタ

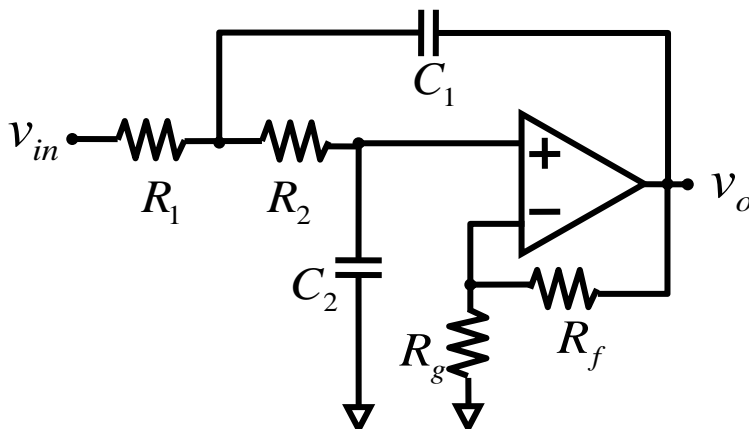


図3. Sallen-Key 2次低域通過フィルタ
Fig. 3. Sallen-Key second-order low-pass filter.

図3に2次低域通過フィルタを示
す. この回路も線形領域で考える.
つまり出力信号が飽和しない様な入
力信号の範囲で考える. 回路は安定
であると仮定して, 定常状態のみに
注目する.

上記の非反転増幅器と同様な計算
で伝達関数を導出することが出来る.
接点解析より, 伝達関数

$$T_{LP}(s) = \frac{v_o}{v_{in}} \quad (2.3)$$

を導出せよ. また, 振幅特性, 位相特性も求めよ.

2. 4. ヒステリシス比較器

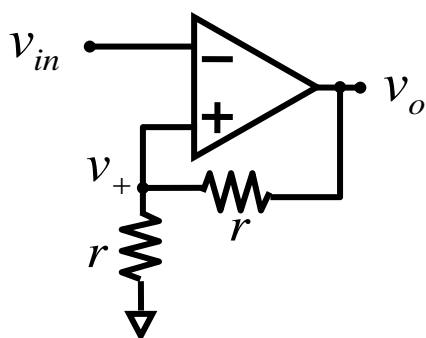


図4. ヒステリシス比較器

Fig. 4. Hysteresis comparator.

図4の回路はヒステリシス比較器である. この回路は飽和領域で考える. $v_d = v_+ - v_{in} > 0$ の時は, $v_o = E_{sat}$ であるので $v_+ = \frac{E_{sat}}{2}$ である (抵抗による分圧). ここで $v_{in} > \frac{E_{sat}}{2}$ となると $v_d < 0$ となり, v_o は E_{sat} から $-E_{sat}$ へ切り替わる.

同様に $v_d > 0$ の時は, $v_{in} < -\frac{E_{sat}}{2}$ となると v_o は $-E_{sat}$ から E_{sat} へ切り替わる.

2. 5. 弛張発振器

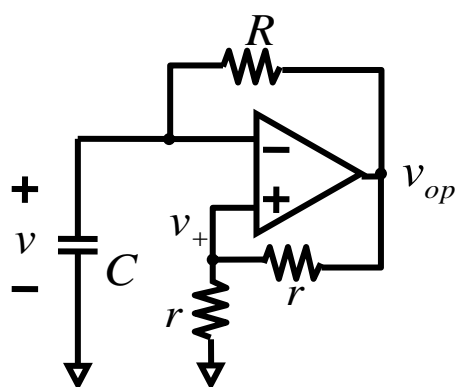


図5. 弛張発振器

Fig. 5. Relaxation Oscillator.

図5に弛張発振器の回路図を描いた. この回路のキャパシタ電圧 v の時間波形を図6に示す. v が $\frac{E_{sat}}{2}$ (同様に $-\frac{E_{sat}}{2}$) を出発した後 $-\frac{E_{sat}}{2}$ (同様に $\frac{E_{sat}}{2}$) に到達するまでの時間 $\frac{T}{2}$ が求めれば, 発振周波数は求まる (T と時定数 RC の関係に注意せよ.)

まず, $v_{op} = E_{sat}$ の時と $v_{op} = -E_{sat}$ の時の区分的ダイナミ

クスと解を導出せよ. v_{op} を定電圧 (E_{sat} or $-E_{sat}$) と見れば, キャパシタを含む閉路部は R , C および直流電圧源の直列回路と等価となる. それより1階の線形微分方程式として記述される回路方程式 (状態方程式) が導出できる. それを解いて, 区分的厳密解を得よ.

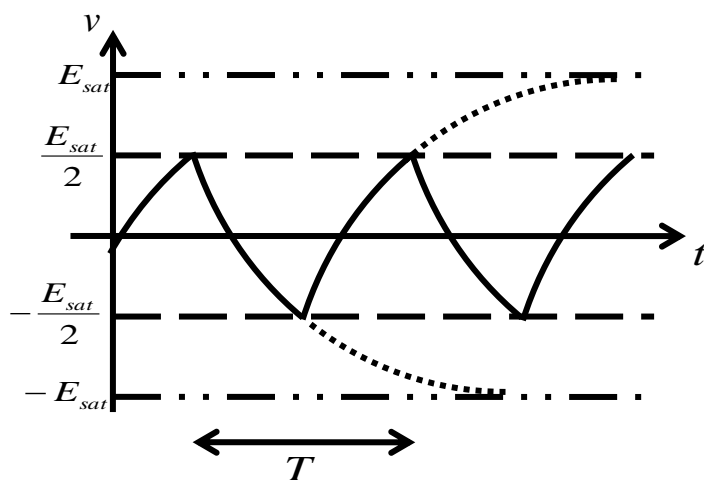


図6. キャパシタ電圧の時間波形

Fig. 6. A time-domain waveform of the capacitor voltage.

3. 素子感度

3.1 感度の定義

いま、 F を回路関数とする。回路中のある素子 x_i が $x_i + \Delta x_i$ に変化したとき、 Δx_i が x_i に比べて十分に小さいとすれば、回路関数の変化量 ΔF は近似的に以下のように表せる。

$$\frac{\Delta F}{F} \cong \sum_i S_{x_i}^F \frac{\Delta x_i}{x_i}, \quad S_{x_i}^F \equiv \frac{x_i}{F} \frac{\partial F}{\partial x_i} \quad (3.1)$$

このとき、 $S_{x_i}^F$ を一次感度、あるいは単に感度(sensitivity) と呼ぶ。

3.2 例題(非反転増幅器の利得に対する素子感度)

図2 に示される非反転増幅器のゲイン K に対する感度を求めてみる。定義式より R_g と R_f の感度

$S_{R_g}^K$ と $S_{R_f}^K$ はそれぞれ次のように求められる。

$$S_{R_g}^K = -\frac{R_f}{R_g} \frac{1}{K}, \quad S_{R_f}^K = \frac{R_f}{R_g} \frac{1}{K} \quad (3.2)$$

R_g と R_f の両方を考慮した K の変化量は、それぞれに起因する変化量を足し合わせれば良い。つまり、次式で表すことが出来る。

$$\frac{\Delta K}{K} = S_{R_g}^K \frac{\Delta R_g}{R_g} + S_{R_f}^K \frac{\Delta R_f}{R_f} \quad (3.3)$$

特殊な例として $Q \gg 1$ とすると $K = 3 - \frac{1}{Q}$ より $K \cong 3$ となるので次の近似式を得る。

$$\frac{\Delta K}{K} \cong \frac{2}{3} \left(\frac{\Delta R_f}{R_f} - \frac{\Delta R_g}{R_g} \right) \quad (3.4)$$

ワーストケース（最悪の場合）を考えると、感度の絶対値を用いれば良い。つまり、ワーストケースの変化量は以下の様になる。

$$\frac{\Delta K}{K} = \left| S_{R_g}^K \right| \frac{\Delta R_g}{R_g} + \left| S_{R_f}^K \right| \frac{\Delta R_f}{R_f} \quad \left\{ \cong \frac{2}{3} \left(\frac{\Delta R_f}{R_f} + \frac{\Delta R_g}{R_g} \right) \cdots Q \gg 1 \text{ のとき} \right\} \quad (3.5)$$

3. 3 2次低域通過フィルタの素子感度(自分で計算し確かめること)

$$S_{R_1}^{\omega_0} = S_{R_2}^{\omega_0} = S_{C_1}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}, \quad S_K^Q = \frac{QK}{\omega_0 R_2 C_2}$$

$$S_{R_1}^Q = -S_{R_2}^Q = -\frac{1}{2} + \frac{Q}{\omega_0 R_1 C_1}, \quad S_{C_1}^Q = -S_{C_2}^Q = -\frac{1}{2} + \frac{Q}{\omega_0 C_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.6)$$

参考文献

- [1] L. O. Chua, C. A. Desoer, E. S. Kuh, “Linear and Nonlinear Circuit,” McGraw-Hill Inc., (1987).
- [2] L. T. Bruton, “RC-Active Circuit,” Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J. 07632, (1980).
- [3] 柳沢健, 金子磐, “アクティブフィルタの設計,” 産報, (1973).
- [4] 小国力, “MATLAB と利用の実際[第2 版],” サイエンス社, (2000).
- [5] 神林紀嘉, “線形電子回路,” 長岡技術科学大学神林研究室, (1995).

4 補足資料1, (Sallen-Key 2 次低域通過フィルタ, 伝達関数の導出と設計指針)

指導書図3 に示す回路において, $K = 1 + \frac{R_f}{R_g}$ と

定義すると図c1の様に簡略化できる. ただし, 三角形でシンボル化されている素子は理想的な K 倍のアンプを表す. つまり, $v_o = Kv_2$, $i_+ = 0$ とする.

まず, 図に示される v_2 , i_2 , v_1 および i_1 を順に求める. それらは v_o , R_1 , R_2 , C_1 , C_2 および K のみを用いて次のように表わされる.

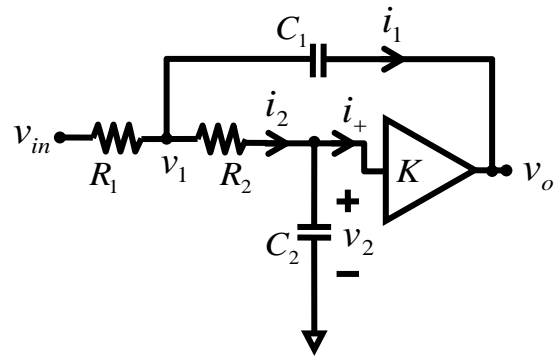


図 c1. 2-D Sallen-Key LPF.

$$\begin{aligned} v_2 &= (\\ i_2 &= (\\ v_1 &= (\\ i_1 &= (\end{aligned}$$

次に, $v_{in} = R_1(i_1 + i_2) + v_1$ なので, 上で求めた i_1 , i_2 , v_1 を代入して整理すると次式を得る.

$$\frac{v_o}{v_{in}} = ($$

ここで, 双二次低域通過関数(a lowpass quadratic function)

$$T_{LP}(s) = \frac{v_o}{v_{in}} = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

と係数比較することで以下を得る.

$$\begin{aligned} \omega_0 &= (\\ Q &= (\end{aligned}$$

また, $s = j\omega$ を代入することで, 次の振幅特性, 位相特性を得ることができる.

$$\begin{aligned} |T_{LP}(j\omega)| &= (\\ \angle T_{LP}(j\omega) &= (\end{aligned}$$

【設計方法】

所望する Q , ω_0 を実現する為の回路の設計法(素子値の決定法)は, 以下の順に行えばよい:

1) 所望の Q を与えるための素子値の決定:

$$R_1 = R_2, \quad C_1 = C_2 \text{ として } K = 3 - \frac{1}{Q} \text{ を得る. その増幅率 } K \text{ を得るための } R_f \text{ と } R_g \text{ のペアを決}$$

める. (オーダーは数kΩ~数十kΩが望ましい)

2) 所望の ω_0 を与えるための素子値の決定:

$$C \text{ を都合のよい値として, } C_1 = C_2 = C \text{ とする. また } R_1 = R_2 = R \text{ として, } R = \frac{1}{\omega_0 C} \text{ を得る.}$$

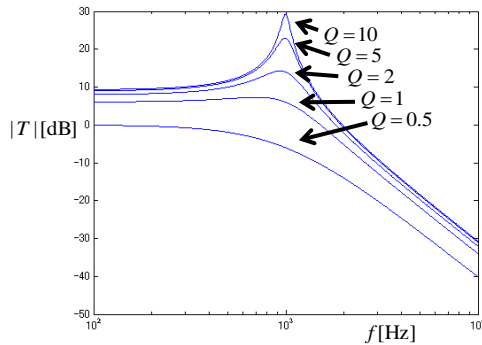
Q と ω_0 は, 図c2, c3 を参考に適当に与えよ. (通常は, 与えられた設計仕様をみたす様に Q と ω_0 の選定を行うが, 本実験では省略.)

(その他の設計法)

もし、 $K=1$ にしたい時は、以下の順に行えばよい:

1) R を都合のよい値として、 $R_1 = R_2 = R$ とする.

2) $C_1 = \frac{2Q}{\omega_0 R}$, $C_2 = \frac{1}{2Q\omega_0 R}$ とする.



図c2. Magnitude responses. (Horizontal axis: frequency f [Hz], Vertical axis: magnitude characteristic $|T_{LP}(j\omega)|$ [dB], $K = 3 - 1/Q$, $\omega_0 = 6280$.)

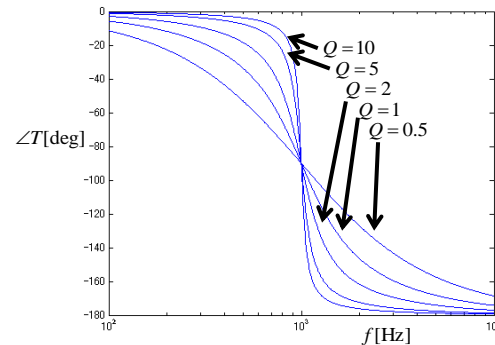


図 c3. Phase responses. (Horizontal axis: frequency f [Hz], Vertical axis: magnitude characteristic $\angle T_{LP}(j\omega)$ [deg], $K = 3 - 1/Q$, $\omega_0 = 6280$.)

5 補足資料2, (ヒステリシス弛張発振器, 発振周波数 (理想値) の導出)

指導書図5 の回路において、 $v_{op} = E_{sat}$ となった時の等価回路は図c4 の様に表すことが出来る. 状態変数 v について回路方程式 (微分方程式) を導出すると次の様に表される.

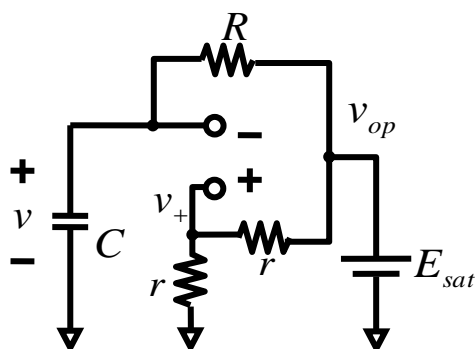
$$\left(\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} \right) = \frac{E_{sat}}{2} \quad (1)$$

これより、 $v_{op} = E_{sat}$ の時 (つまり $-\frac{E_{sat}}{2} < v < \frac{E_{sat}}{2}$ の時) の (区分的) 厳密解は以下の様に記述される.

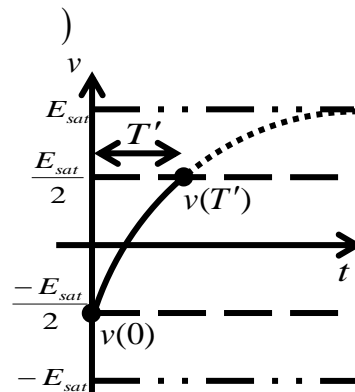
$$v(t) = \frac{E_{sat}}{2} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (2)$$

ここで、図c5 に示すように初期値を $v(0) = -\frac{E_{sat}}{2}$, T' 秒後の到達値を $v(T') = \frac{E_{sat}}{2}$ として、上で求めた厳密解に代入して T' について解けば、周期 T が求まる.

$$\left(\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} \right) = \frac{E_{sat}}{2} \quad (3)$$



図c4. Equivalent circuit.



図c5. Capacitor voltage waveform

6 補足資料3, (計算用プログラムリスト例)

■ リスト1 : 理論値導出用 (LPFの振幅特性, 位相特性)

```
// 設計値 (設計した値に変更すること)
Rf=18e+03;   Rg=10e+03;
R1=30.0e+03; R2=R1;
C1=5.1e-09;  C2=C1;
// 非反転増幅器部分の増幅率の計算
K=1+Rf/Rg;
// 回路のQ値の計算
Q=1/(sqrt((C2*R2)/(C1*R1))+sqrt((C2*R1)/(C1*R2))+sqrt((C1*R1)/(C2*R2))*(1-K));
// 中心周波数
omega0=1/sqrt(C1*C2*R1*R2);
f=logspace(2,4,1000); // 周波数の範囲, 測定点の設定
s=i*2*pi*f; // s=jw
// 伝達関数の計算
gain= (K.*omega0.*omega0) ./ (s.*s + omega0./Q.*s + omega0.*omega0);
mag = 20.*log10(abs(gain)); // 振幅の計算
pha = atan(imag(gain),real(gain))*180/pi; // 位相の計算
figure(1); plot2d(f,mag,logflag='ln') // 振幅のグラフ化
figure(2); plot2d(f,pha,logflag='ln') // 位相のグラフ化
Ans = [f;mag;pha]'; // 計算結果のまとめ
unix('del Ans.csv');
write("Ans.csv", Ans, 'f12.6', 'f12.6', 'f12.6'); // ファイル出力
```

■ リスト2 : オイラー法による数値シミュレーション (発振器の動作)

```
// 設計値 (設計した値に変更すること)
C = 10e-09; R = 10e+03;
rf= 10e+03; rg= 10e+03;
PEsat = +15; // 正の飽和電圧
NESat = -15; // 負の飽和電圧
Pvp=PEsat*rg/(rf+rg); // 正の切替え電圧の計算
Nvp=NESat*rg/(rf+rg); // 負の切替え電圧の計算
v0 = 0.0; Vop = PESat; // 初期値の設定
step = 1e-06; // 時間刻み
te = 1e-03; // 計算時間
V = []; T = []; Vo = []; // (配列の初期化)
for t = 0:step:te
    v = v0 + step*( (-v0 + Vop)/(R*C) ); // オイラー法
    V = [V v];
    Vo= [Vo Vop];
    T = [T t];
    v0 = v;
    if Vop==PEsat & v>Pvp then
        Vop = NESat;
    elseif Vop==NESat & v<Nvp then
        Vop = PESat;
    end // スイッチング
end
plot2d(T,v,style=1); // キャパシタ電圧のグラフ化
plot2d(T,Vo,style=2) // オペアンプ出力電圧のグラフ化
wavedata=[T; V; Vo]';
unix('del wavedata.csv');
write("wavedata.csv", wavedata, 'f12.6', 'f12.6', 'f12.6'); // ファイル出力
```

7 補足資料4, (Scilabの使い方)

本実験環境におけるScilabの使い方を以下に示す.

1. ディスクトップにあるScilabアイコンをダブルクリックすると, Consoleウインドウが起動する.
2. メニューバーの[Applications]-[Editor]を選択し, SciPad (エディタ) を開く.
3. SciPadでプログラムを記述し, ファイルを保存する.
4. SciPadメニューバーの[Execute]-[Load all into Scilab]を選択 (またはCntrl+L) するとプログラムが実行する.
5. 計算結果はCSVファイルにも出力されるので, 表計算ソフトOpenOffice-Calcで描画・編集も可能である.

なお, Scilabおよびその使い方の詳細については公式Webサイト (<http://www.scilab.org/>) 等を参考にすること.

8 補足資料5, (使用可能な部品リスト等)

抵抗 (E24系列)		
1.0	2.2	4.7
1.1	2.4	5.1
1.2	2.7	5.6
1.3	3.0	6.2
1.5	3.3	6.8
1.6	3.6	7.5
1.8	3.9	8.2
2.0	4.3	9.1

キャパシタ (スチロールコンデンサ)
3.3 [nF]
4.7 [nF]
6.8 [nF]

カラーコード
0 : 黒
1 : 茶
2 : 赤
3 : オレンジ
4 : 黄
5 : 緑
6 : 青
7 : 紫
8 : 灰
9 : 白

●キャパシタンスの読み方

例1 : 103 の場合

$$(1 \times 10 + 0 \times 1) \times 10^3 \text{ [pF]} = 10 \text{ [nF]}$$

例2 : 512 の場合

$$(5 \times 10 + 1 \times 1) \times 10^2 \text{ [pF]} = 5.1 \text{ [nF]}$$