

$$(xy + x + 1) dx + N dy = 0$$

1階微分方程式 $M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0$ が完全微分方程式となる必要十分条件は

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

である。

よって

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(xy + x + 1) = \frac{\partial N}{\partial x}$$

$$x = \frac{\partial N}{\partial x}$$

$$\int x dx = \int dN$$

$$N = \frac{1}{2}x^2 + C \quad (C: \text{定数})$$

//