「電気電子情報数学及び演習Ｉ」課題１解答

問 1. (1) $A \cap B$　(2) $A \cup B$　(3) $A \cap B^c \cap C^c$　(4) $A \cap B \cap C^c$　(5) $A \cup B \cup C$
(6) $A \cap B \cap C$　(7) (6) の補集合と考えて $(A \cap B \cap C)^c = A^c \cup B^c \cup C^c$　(8) $A^c \cap B^c \cap C^c$

問 2. (1) 取り出し方の総数は ${}_{10}C_4$ 通りである。4 個の数の最小値が 1 となるのは，1 が取り出されて，残りの 3 個は 1 を除く 9 個から自由に取り出せばよい。したがって，求める確率は，

$$\frac{{}_1C_1 \times {}_9C_3}{{}_{10}C_4} = \frac{2}{5} \ /\!/$$

(2) 最大値が 8 になるのは，4 個全てが 8 以下の場合から，4 個全てが 7 以下となる場合を除けばよい。したがって，求める確率は

$$\frac{{}_8C_4 - {}_7C_4}{{}_{10}C_4} = \frac{1}{6} \ /\!/$$

問 3. (1) 赤赤白白，赤白赤白，赤白白赤，白赤赤白，白赤白赤，白白赤赤 //

(2) 上記の個数を数えて，6 通り。 //

(3) 赤玉が隣り合わないのは 3 通りだから，求める確率は $\dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$ //

(4) 白玉 10 個を下記のように 1 列に並べる。

・白・白・白・白・白・白・白・白・白・白・

赤玉が隣り合わないようにする，ということは，上記の 11 カ所ある・のうち任意の 3 カ所に赤玉を置く，考えればよい。したがって，そのような置き方の総数は ${}_{11}C_3$ 通りある。並べ方の総数は ${}_{10+3}C_3 = {}_{13}C_3$ 通りあるから，求める確率は

$$\frac{{}_{11}C_3}{{}_{13}C_3} = \frac{15}{26} \ /\!/$$

問 4. 病気であることを S とし，病気でないことを $\bar{S}$ と表す。検査で病気と判定されることを T とし，病気でないと判定されることを $\bar{T}$ と表す。題意より，$P(S) = 1/10000$, $P(\bar{S}) = 9999/10000$, $P(T|S) = 0.98$, $P(\bar{T}|\bar{S}) = 0.99$ となる。したがって，$P(\bar{T}|S) = 0.02$, $P(T|\bar{S}) = 0.01$ である。

(1) 求める確率は $P(S|T)$ である。教科書 p.84, 式 (4.17) より

$$\begin{aligned} P(S|T) &= \frac{P(S)P(T|S)}{P(S)P(T|S) + P(\bar{S})P(T|\bar{S})} = \frac{(1/10000) \times 0.98}{(1/10000) \times 0.98 + (9999/10000) \times 0.01} \\ &= 0.009705853 \ /\!/ \end{aligned}$$

(2) 求める確率は $P(\bar{S}|\bar{T})$ である。

$$\begin{aligned} P(\bar{S}|\bar{T}) &= \frac{P(\bar{S})P(\bar{T}|\bar{S})}{P(\bar{S})P(\bar{T}|\bar{S}) + P(S)P(\bar{T}|S)} = \frac{(9999/10000) \times 0.99}{(9999/10000) \times 0.99 + (1/10000) \times 0.02} \\ &= 0.999997979 \ /\!/ \end{aligned}$$

問 5. 考えやすい順に解く。

(9) 点数のパターンは [A,K,Q,J,10] と決まっていてマークを選ぶだけなので，4 通り。//

(8) 点数のパターンは [A,2,3,4,5]〜[10,J,Q,K,A] の 10 通りでマークは 4 種類だから $10 \times 4 = 40$ 通りとなる。そのうち 4 通りのローヤル・ストレート・フラッシュを除いて，$40 - 4 = 36$ 通り。//

(7) 例えばエース A のフォー・カードについて考えると，[A,A,A,A,x] となる。x に入るカードは 4 枚の A 以外の何でもよいので，$52 - 4 = 48$ 通り。したがって，すべてのフォー・カードは $13 \times 48 = 624$ 通り。//

(6) 手を [x,x,x,y,y] とする。13 種類の点数から x,y を順に選ぶ選び方は ${}_{13}P_2$ 通り。また，x は 4 枚中の 3 枚であり，y は 4 枚中の 2 枚だから，結局，${}_{13}P_2 \times {}_4C_3 \times {}_4C_2 = 3744$ 通り。//

(5) 1 つのマークを考える。点数は何でもよいので，手の組は ${}_{13}C_5$ 通り。マークは 4 種類なので ${}_{13}C_5 \times 4$ となるが，それらのうちストレート・フラッシュとローヤル・ストレート・フラッシュを除いて，結局，${}_{13}C_5 \times 4 - 36 - 4 = 5108$ 通り。//

(4) 例えば，[A,2,3,4,5] のストレートになるのは，それぞれの点数の選び方が 4 通りなので，全部で 4^5 通り。パターンは [A,2,3,4,5]〜[10,J,Q,K,A] の 10 通りなので，ストレート・フラッシュとローヤル・ストレート・フラッシュを除いて，$4^5 \times 10 - 36 - 4 = 10200$ 通り。//

(3) 例えば，エース A のスリー・カードについて考えると [A,A,A,x,y] となる。x と y の選び方は，A 以外の 12 種類のマークから 2 種類を選び，それぞれのマークに 4 枚のカードがあるから ${}_{12}C_2 \times 4 \times 4$ 通り。また，A の位置に入るカードの選び方は 13 種類あり，4 枚中 3 枚選ぶので $13 \times_4 C_3$ 通り。したがって，${}_{12}C_2 \times 4 \times 4 \times 13 \times_4 C_3 = 54912$ 通り。//

(2) 例えば，エース A と 2 のツー・ペアを考えると [A,A,2,2,x] となる。x は 4 枚の A，4 枚の 2 を除く 44 枚のうちどれでもよい。A,2 の位置に入るカードの選び方は 13 種類中 2 種類で，それぞれ 4 枚中 2 枚選ぶので，${}_{13}C_2 \times_4 C_2 \times_4 C_2$ 通り。$\therefore\ 44 \times_{13} C_2 \times_4 C_2 \times_4 C_2 = 123552$ 通り。//

(1) 例えば，エース A のワン・ペアを考えると [A,A,x,y,z] となる。x,y,z の選び方は，まず，A を除く 12 種類から 3 種類を選び，さらに x,y,z のそれぞれが 4 枚から 1 枚を選ぶので，全部で ${}_{12}C_3 \times 4^3$ 通り。A の位置に入るカードの選び方は，13 種類あり，4 枚中 2 枚選ぶので $13 \times_4 C_2$ 通り。したがって，${}_{12}C_3 \times 4^3 \times 13 \times_4 C_2 = 1098240$ 通り。//

(10) カードの選び方の総数は ${}_{52}C_5$ だから，${}_{52}C_5 - ((1) + (2) + \cdots + (9)) = 1302540$ 通り。//