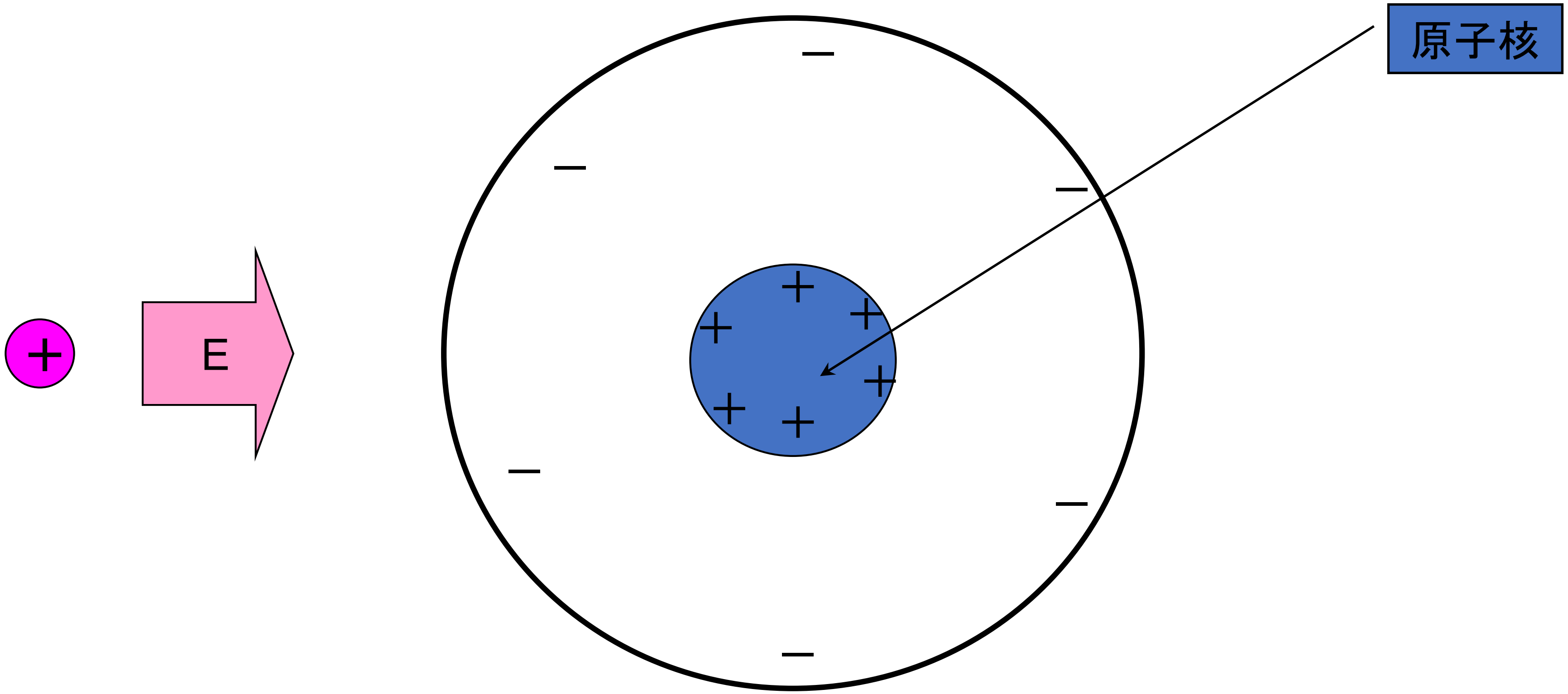
第5講　誘電体

教科書 p.189~

ここをダブルクリックすると読み上げ原稿が表示されます。

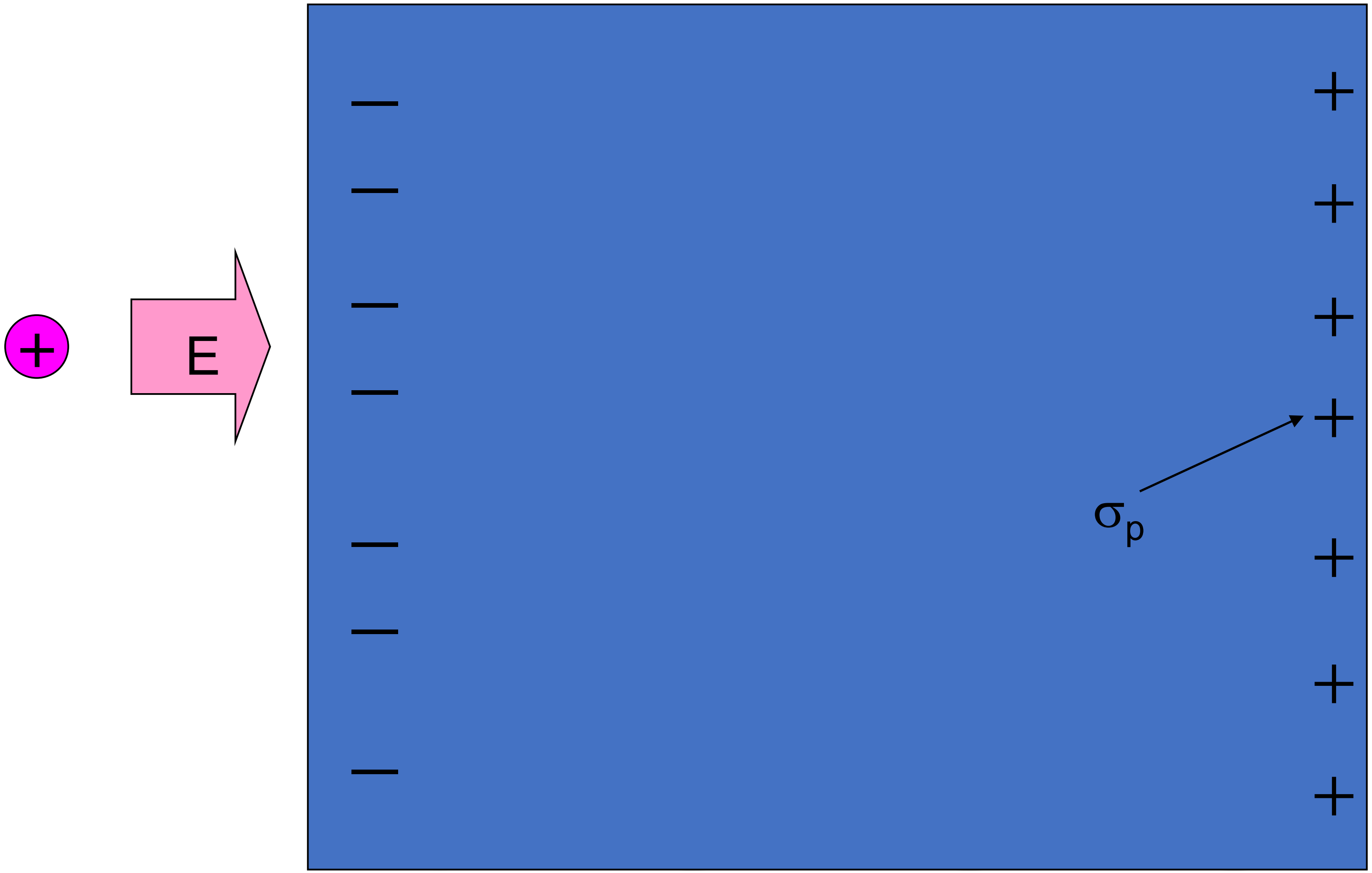
誘電体の中では何が起こっているの？



原子のモデル。核の周りを
電子雲が取り巻いている

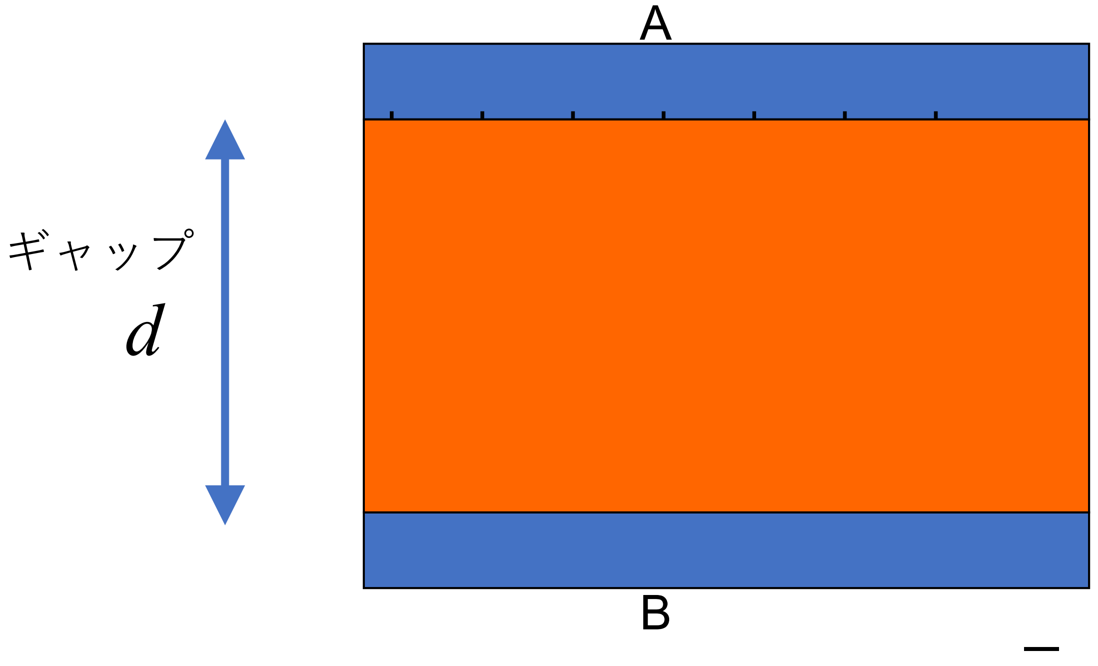
等価的にはこうなる

教科書 p.189~



比誘電率

教科書 p.189~



$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

いま、この状態で1Fだったとする。

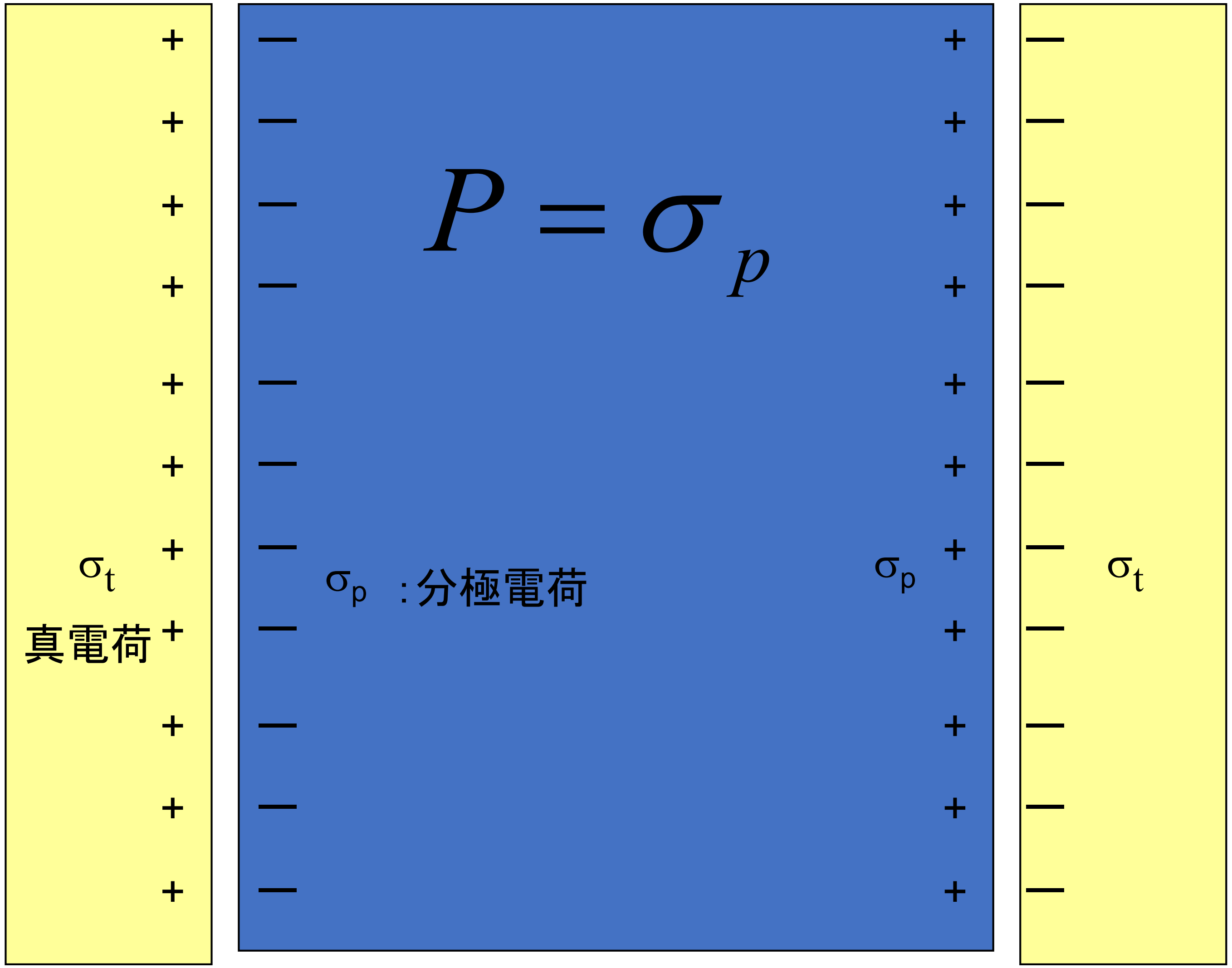
電極間をゴムで満たすと、2Fとかに
静電容量が増加する。

静電容量が2倍に増加した！

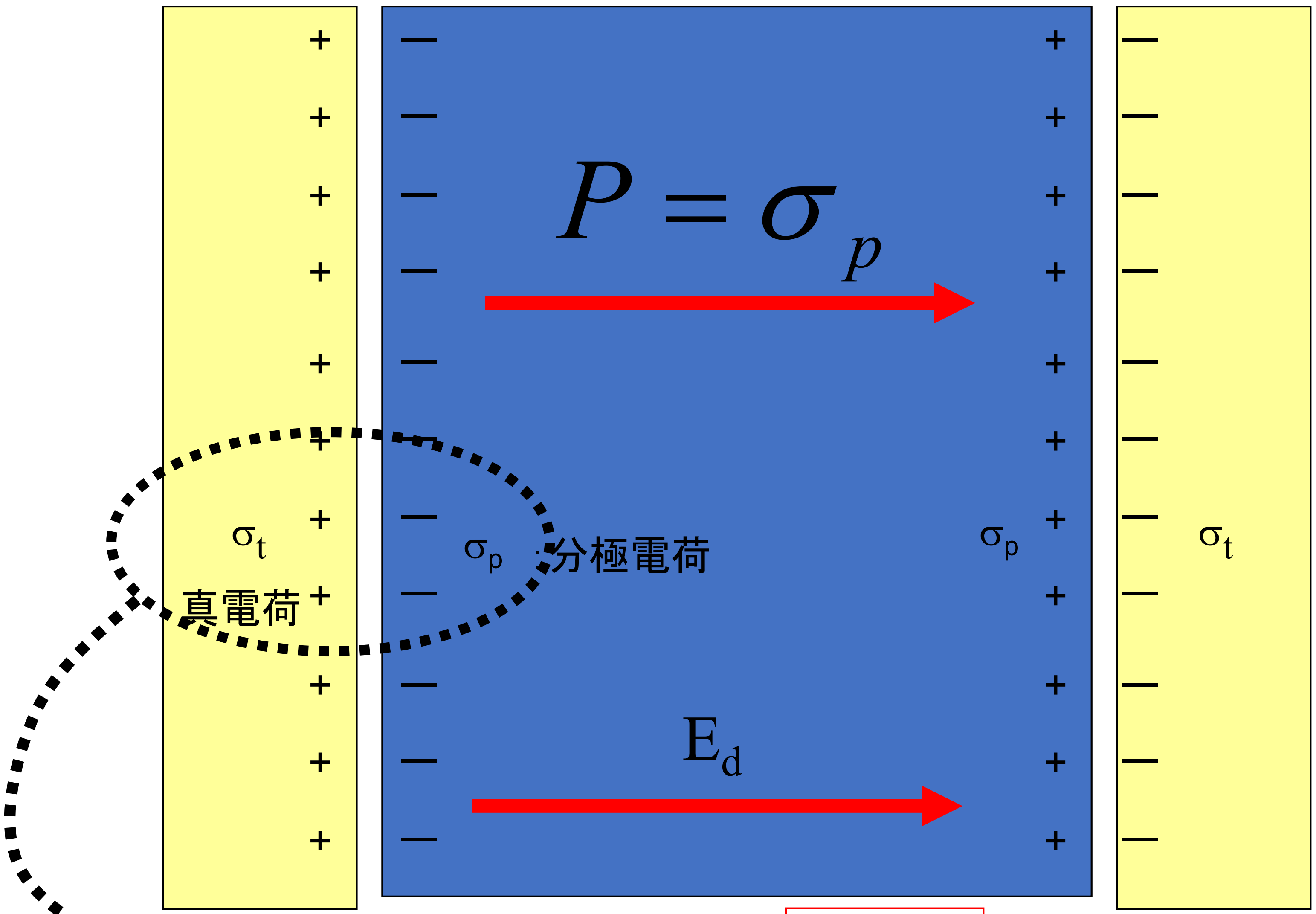
この「比率」を**比誘電率**という。

$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ \mathrm{F/m}$

こうした物体のことを**誘電体**とか**絶縁体**という。



$P = \sigma_p$
σ_p :分極電荷
σ_p
σ_t
真電荷
σ_t



電極Aの見かけ上の電荷密度は $\boxed{\sigma_t - \sigma_p}$

よって誘電体中の電界の強さは

教科書 p.189

$$E = \frac{\sigma_t - \sigma_p}{\varepsilon_0}$$

$$E_v = \frac{\sigma_t}{\varepsilon_0}$$ より

$$E = \frac{\sigma_t - \sigma_p}{\sigma_t} E_v$$

$$E = E_v - \frac{1}{\varepsilon_0} P$$

つまり、真空の時より$\frac{\sigma_p}{\varepsilon_0}$だけ電界は弱くなる。

電界と比誘電率の関係は？

$$D = \varepsilon_0 E + P$$

$$E = \frac{1}{\varepsilon_r} E_v$$

$$P = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E$$

$$P = \chi E$$

$$\chi = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)$$

拡張ガウスの法則

$$\mathrm{Div}\ \mathbf{D} = \sigma$$

$$D = \varepsilon E = \underline{\varepsilon_r \varepsilon_0} E$$

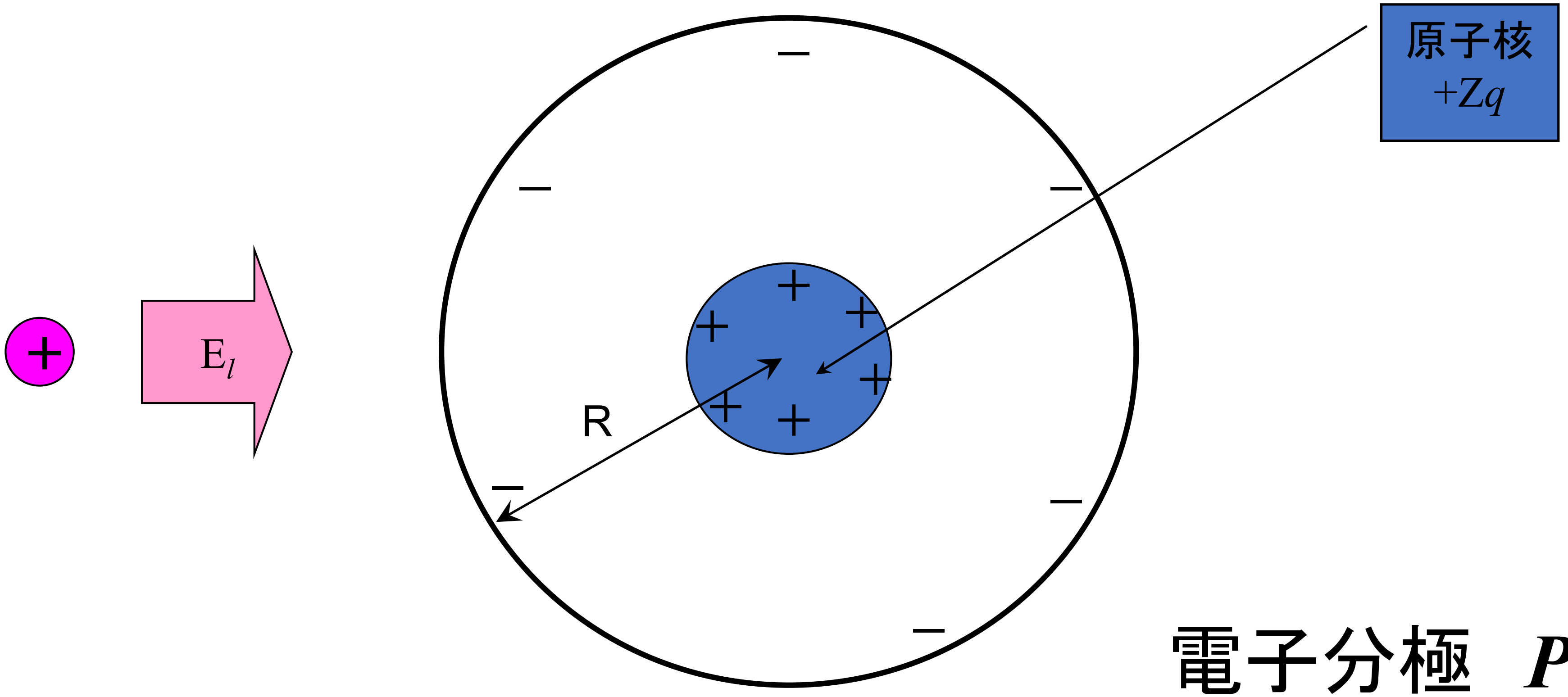
誘電体中の点電荷間に働く電気力の大きさは

真空中の電気力の大きさの $\dfrac{1}{\varepsilon_s}$ 倍に弱められる

電気分極の機構

1. 電子分極
2. イオン分極
3. 双極子分極(配向分極)

電子分極

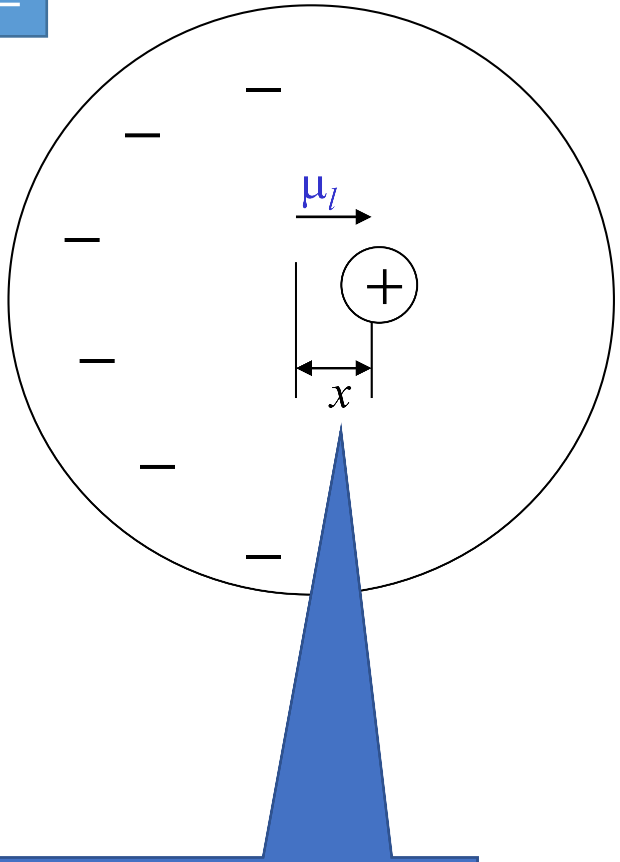


電子分極 $\boldsymbol{P_e}$

原子のモデル。核の周りを
電子雲が取り巻いている

電子分極率

原子番号がZ



変位をxとする。

原子半径、つまり電子雲の半径をRとする。

復元力の大きさは

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\boxed{(Zq)^2(x/R)^3}}{x^2}$$

次slide参照

ずれさせようとする力（F=qE）と復元力がつりあうから

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(Zq)^2(x/R)^3}{x^2}=ZqE_l$$

辺々移項整理して

変位 $$x=\frac{4\pi\varepsilon_0 R^3}{Zq}E_l \qquad \cdot\ \cdot\ \cdot\ \ \text{(A)}$$

理解するための鍵、その１

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

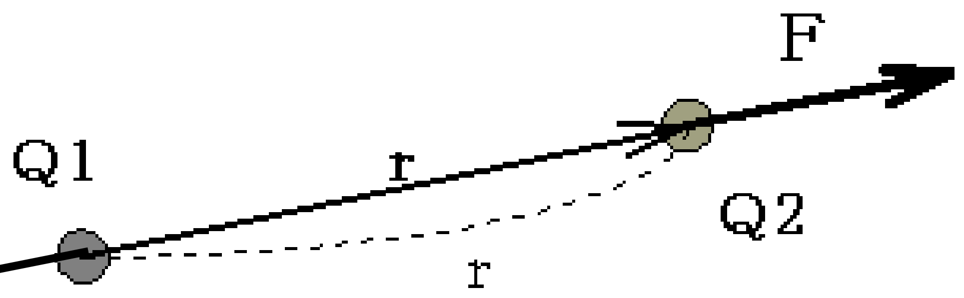
電気力

それぞれの電荷量

距離

真空の誘電率：
8.854x10^{-12} [F/m]

力の方向

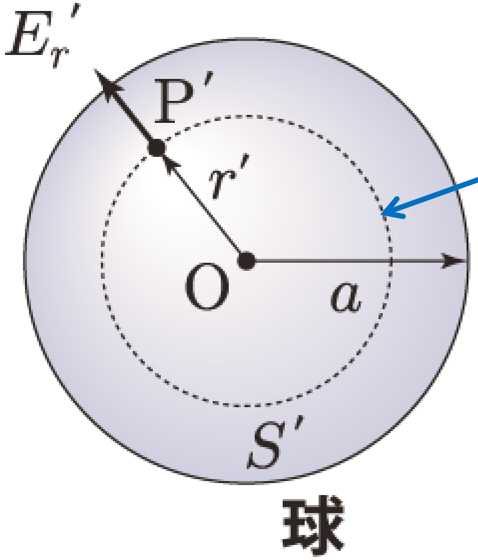


理解するための鍵、その2

球の内部について考える

$E_{r'} = E_{n'}$ で、その面上いたるところで大きさが等しい

$$\int_{S'} E_{n'} \cdot dS' = E_{r'} \cdot 4\pi r'^2 \quad [本]$$



Q’は電荷が存在する体積に比例する

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{4\pi r'^3}{4\pi a^3} \qquad \therefore \quad Q' = \frac{r'^3}{a^3} Q$$

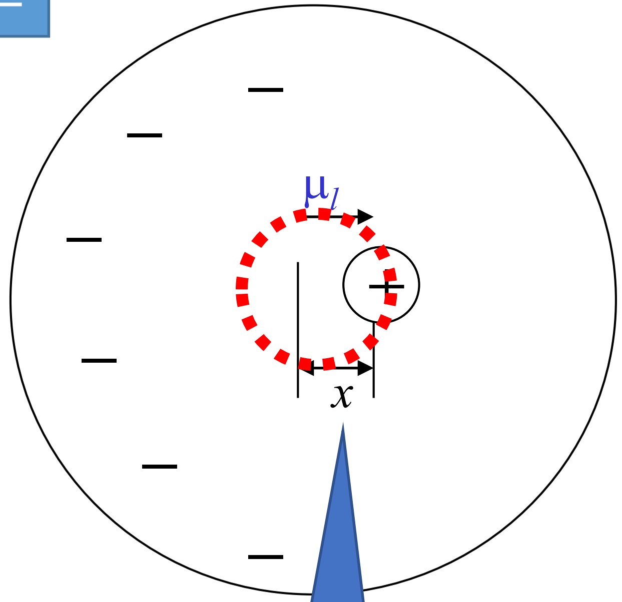
比になる、のが重要

$$E_{r'} 4\pi r'^2 = \frac{Q'}{\varepsilon_0} = \frac{Q r'^3}{\varepsilon_0 a^3}$$

$$E_{r'} = \frac{Q r'}{4\pi \varepsilon_0 a^3} \qquad [V/m]$$

電子分極率

原子番号がZ



変位をxとする。

原子半径、つまり電子雲の半径をRとする。

復元力の大きさは

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\boxed{(Zq)^2(x/R)^3}}{x^2}$$

次slide参照

ずれさせようとする力(F=qE)と復元力がつりあうから

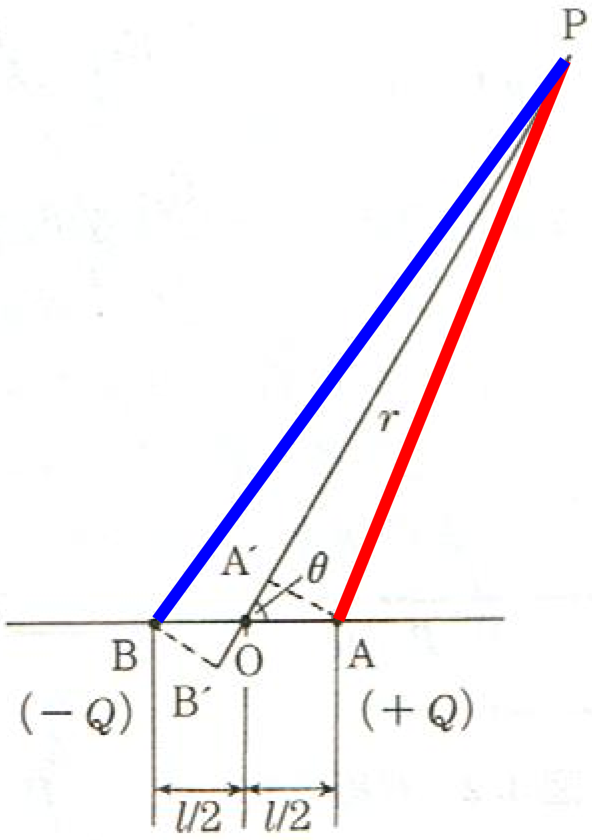
$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(Zq)^2(x/R)^3}{x^2} = ZqE_l$$

辺々移項整理して

変位 $$x = \frac{4\pi\varepsilon_0 R^3}{Zq}E_l$$

理解するための鍵、その3

電気双極子（dipole）



電位は？？

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\overline{\mathrm{AP}}}-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\overline{\mathrm{BP}}}\ \text{[V]}$$

$$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}\fallingdotseq r-\frac{l}{2}\cos\theta$$

$$\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{B'P}}\fallingdotseq r+\frac{l}{2}\cos\theta$$

$$V\fallingdotseq\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r-\frac{l}{2}\cos\theta}-\frac{1}{r+\frac{l}{2}\cos\theta}\right)$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{l\cos\theta}{r^2-\frac{l^2}{4}\cos^2\theta}\right)\fallingdotseq\frac{Ql\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\ \text{[V]}$$

$P = Ql$ 〔Cm〕おけば

$$V_{[V]} = \frac{P}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta \qquad V = \frac{P \cdot \boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

このPを双極子モーメントという。向きは-Qから＋Q方向。

原子に誘起された双極子モーメント

＃１５のスライドから・・・

$$x = \frac{4\pi\varepsilon_0 R^3}{Zq} E_l$$

掛けた電界をE_lとします

前のスライドから

$$\mu_e = Zqx = 4\pi\varepsilon_0 R^3 E_l = \alpha_e E_l$$

電子分極率　という

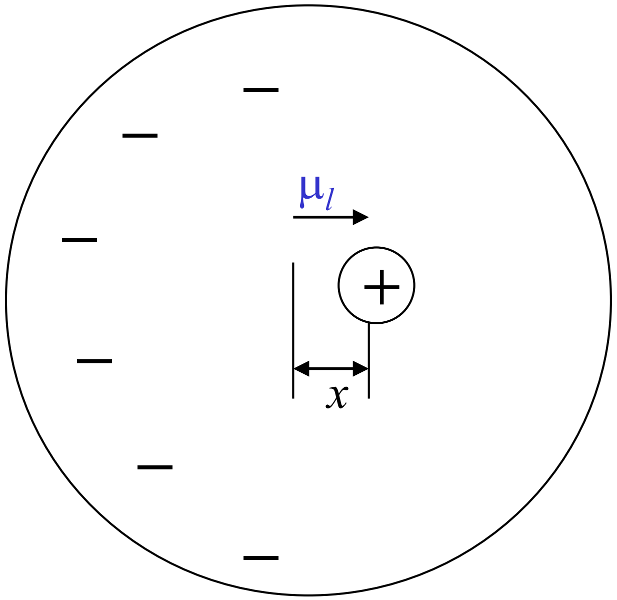
電子分極は原子半径の3乗に比例！

スライド問題6-1

ネオンの電子分極率は0.396×10^{-30} m^3、原子半径は1.17×10^{-10} mだという。そこに10^5 V/mの電界を印加すると、電子雲の中心と原子核中心はどれだけずれるか？

00：00

スライド問題6-1　解答例

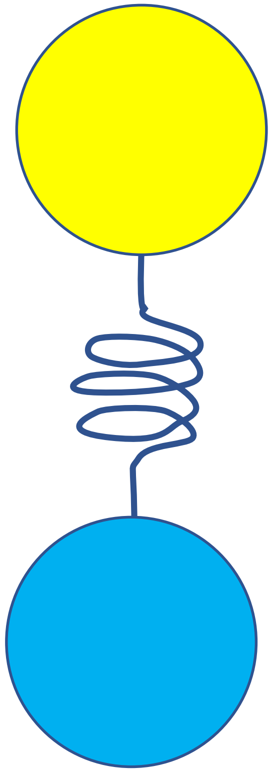


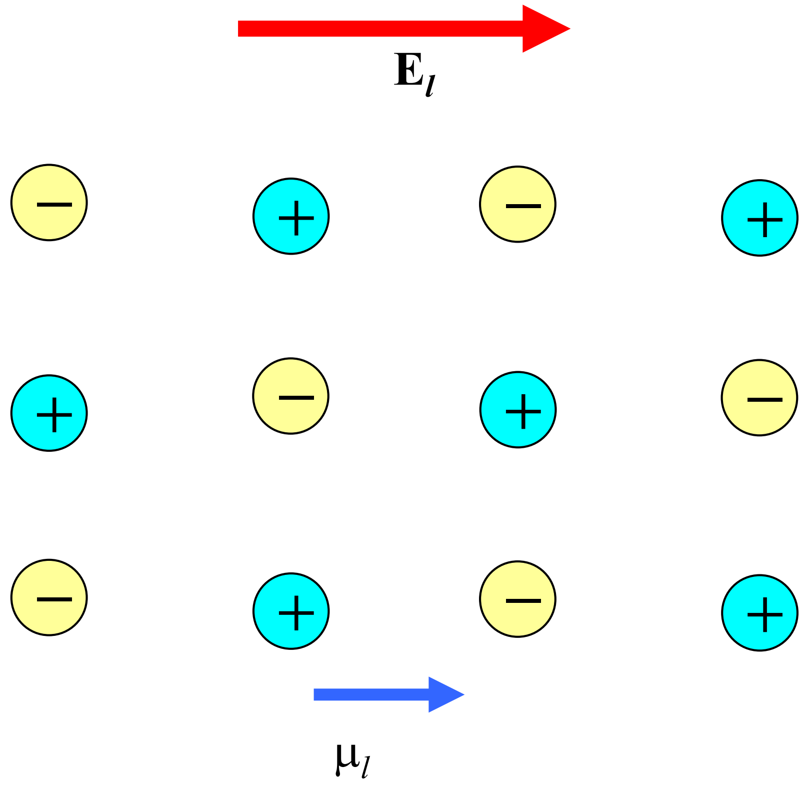
＃１８の式に代入すると、7×10^{-17} mとなる。原子半径1.17×10^{-10} mと比べると7桁も小さい、ごくわずかな変化だ。こんなごくわずかな変化で、誘電分極は起きているのだ。

00：00

イオン分極1

教科書 p.193-4





復元力をばねに喩えると

$F = k\,x$

$$Kx = qE_l$$

イオン分極による双極子モーメントは

$$\mu_i = qx = \frac{q^2}{K}E_l = \alpha_i E_l$$

イオン分極率

イオン分極2

教科書 p.103

以上よりイオン分極$\mathbf{P}_i$は

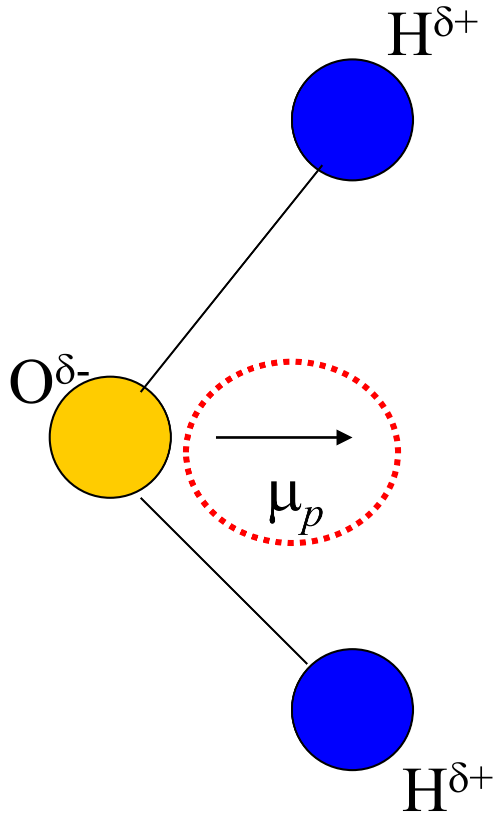
$$Pi=N_i\alpha_i E_1$$

単位体積中のイオン数

66:00

双極子分極（配向分極）

教科書 p.194

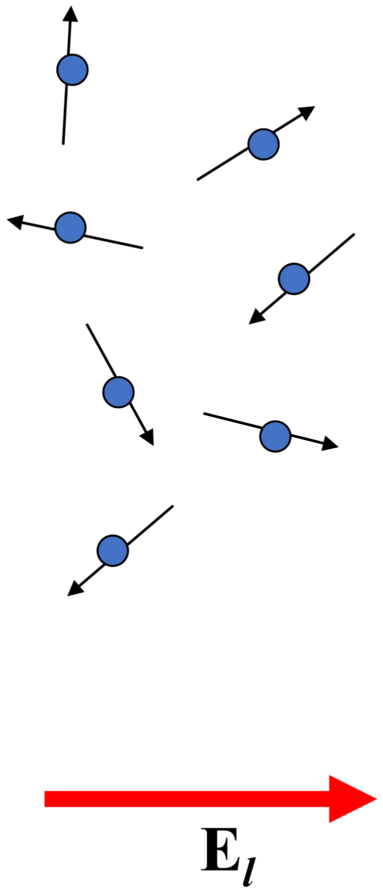


極性分子（水の場合）

66:00

永久双極子モーメントの配向

教科書 p.194



熱運動により、ランダムに蹴散らそうとする力も働いている

右向きのものが多くなる

統計力学的な取り扱い (発展)

双極子モーメントμ_pの方向が、立体角$d\Omega$の中にあるとき、
分子の持つ相互作用エネルギーUは

$$U = -\mu_p E_l \cos\theta$$

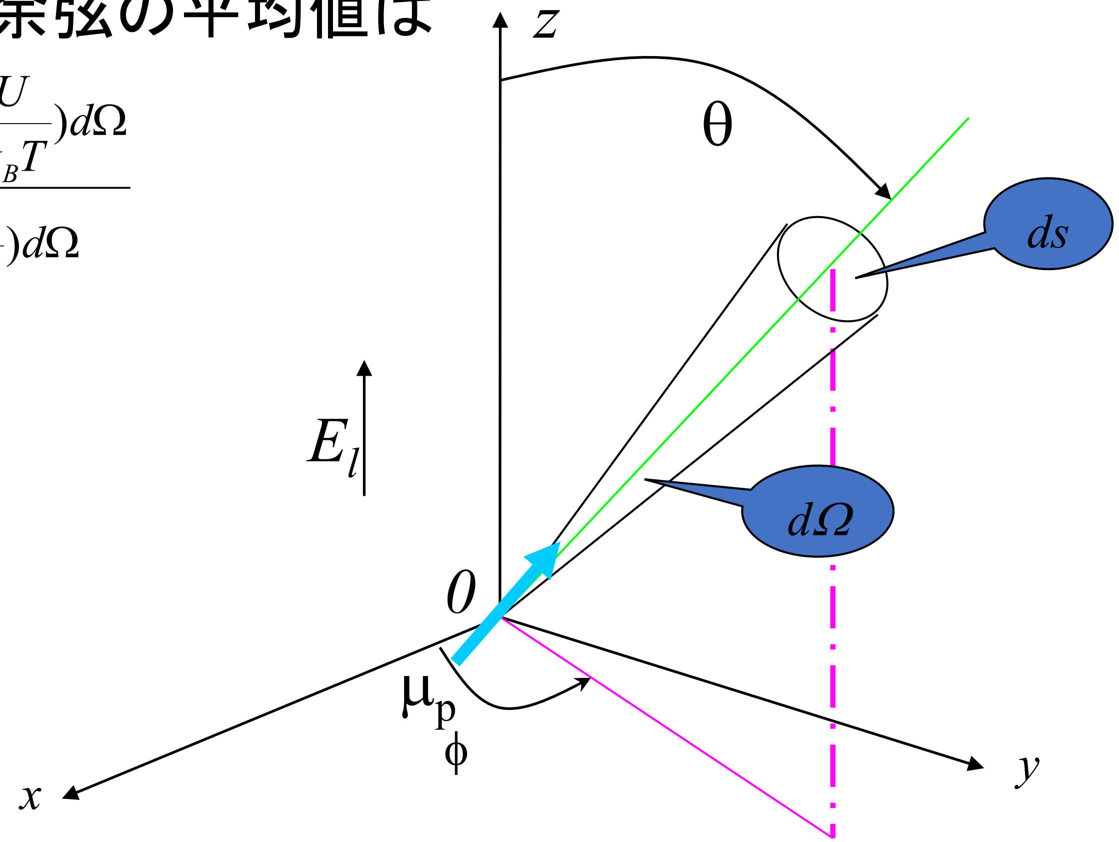
μ_pの電界方向に対する余弦の平均値は

$$\langle \cos\theta \rangle = \frac{\int \cos\theta \exp(-\frac{U}{k_B T}) d\Omega}{\int \exp(-\frac{U}{k_B T}) d\Omega}$$

k_Bはボルツマン定数

立体角より、$d\Omega$は

$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$



ランジュバン関数 (発展)

$$\langle \cos\theta \rangle = \frac{\int_0^{\pi} \cos\theta \exp(-\frac{\mu_p E_l}{k_B T}\cos\theta)\sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi}{\int_0^{\pi} \exp(-\frac{\mu_p E_l}{k_B T}\cos\theta)\sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi}$$

ここで

$$x = \frac{\mu_p E_l}{k_B T}\cos\theta \qquad a = \frac{\mu_p E_l}{k_B T}$$

とおくと

$$\langle \cos\theta \rangle = \frac{1}{a}\cdot\frac{\int_{-a}^{a} x e^x dx}{\int_{-a}^{a} e^x dx} = \frac{e^a + e^{-a}}{e^a - e^{-a}} - \frac{1}{a} = L(a)$$

$L(a)$を ランジュバン関数という。

双極子分極率（配向分極率）

通常の温度や電界では a<<1

$L(a) \sim a/3$

双極子モーメントの電界方向成分の平均値は

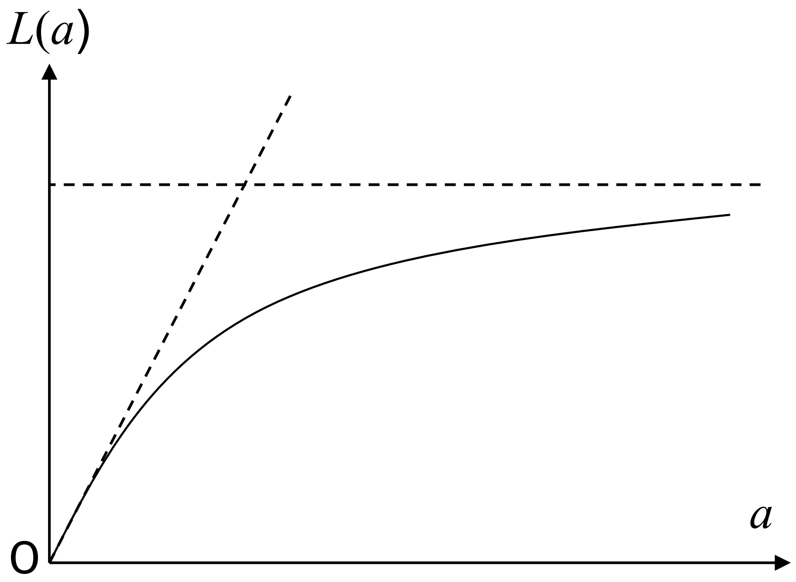
$$\mu\langle\cos\theta\rangle = \frac{\mu_p^2 E_l}{3k_B T}$$

以上から双極子分極は

$$P_p = \frac{N_p \mu_p^2 E_l}{3k_B T} = N_p \alpha_p E_l$$

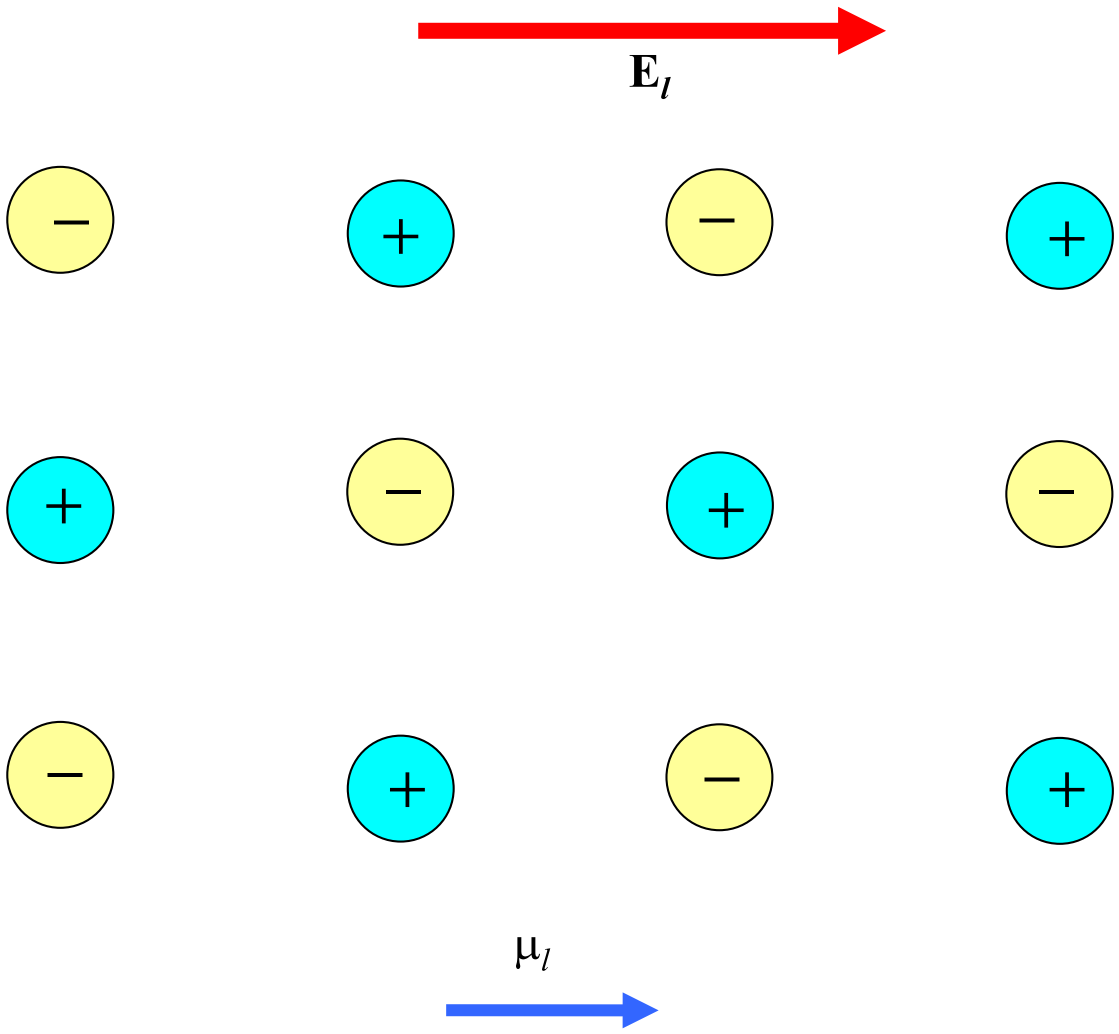
単位体積あたりの双極子数

双極子分極率



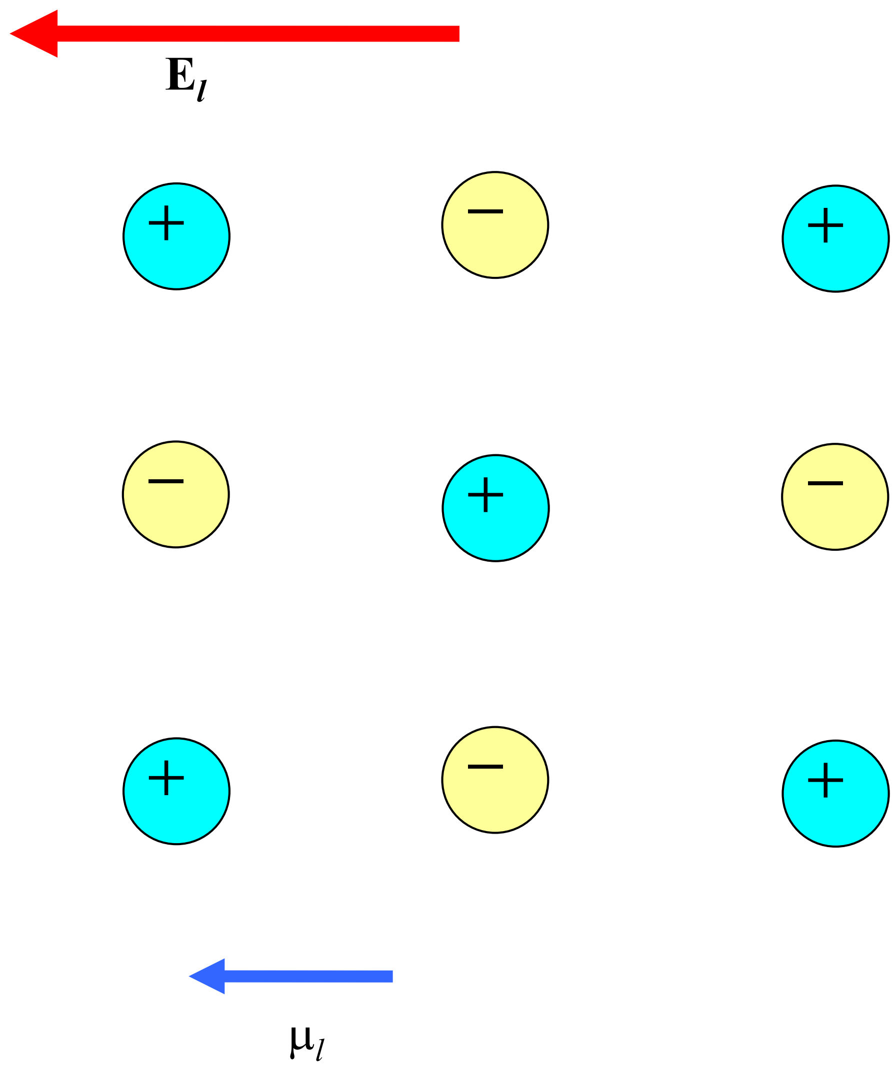
分極とは？　　イオン分極

教科書 p.108



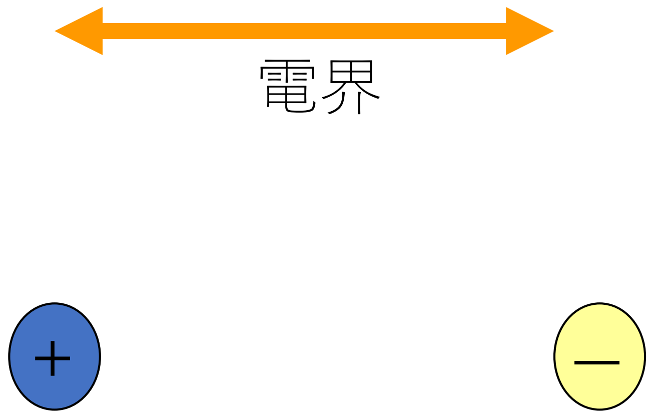
電界を逆にすると・・・・

教科書 p.108

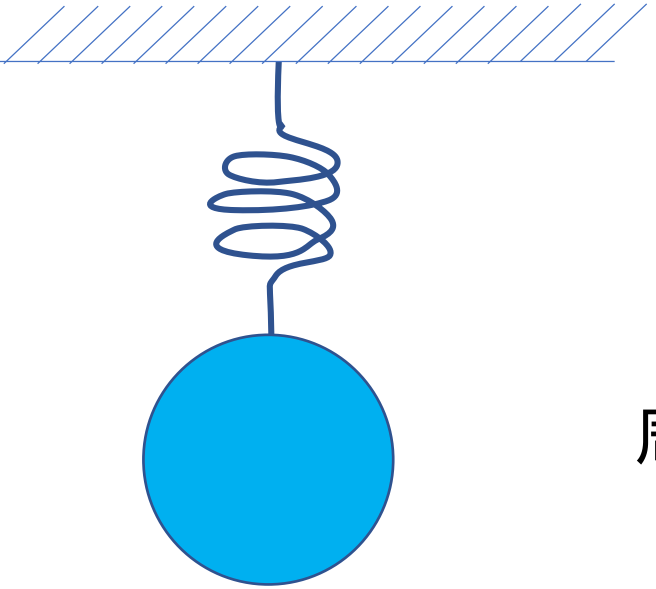


交流電界による電気変位

教科書 p.108



単振動



周期 $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

質量

バネ定数

この固有振動数以上の速さで振動させようとしても（強制振動）、
一定以上の速度では慣性のためについていけない。

一定高速以上だとついていけない

一定高速以上だとついていけない

分極できない

誘電率は下がる

誘電分散

教科書 p.196

周波数の上昇に従って誘電率が下がること

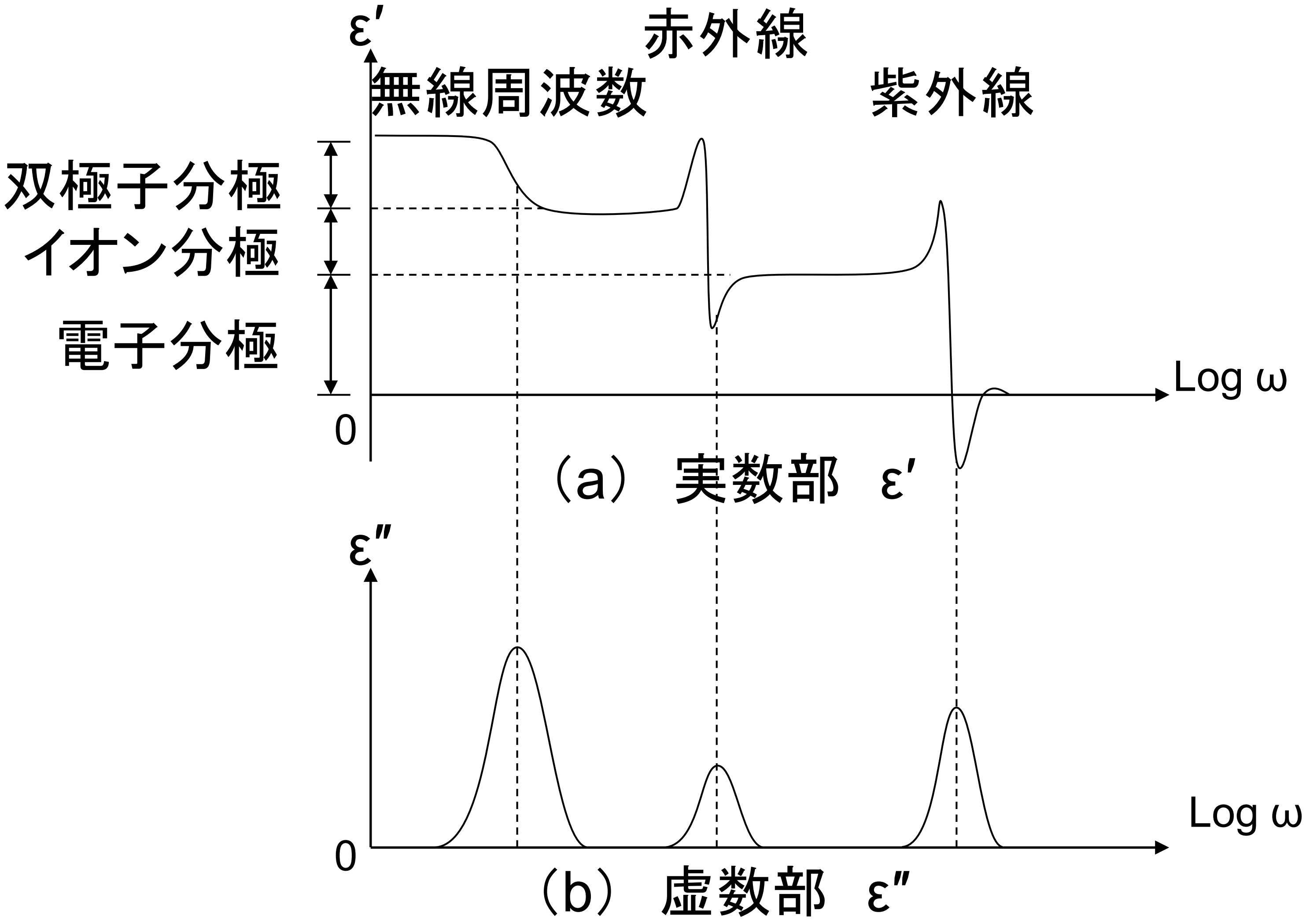
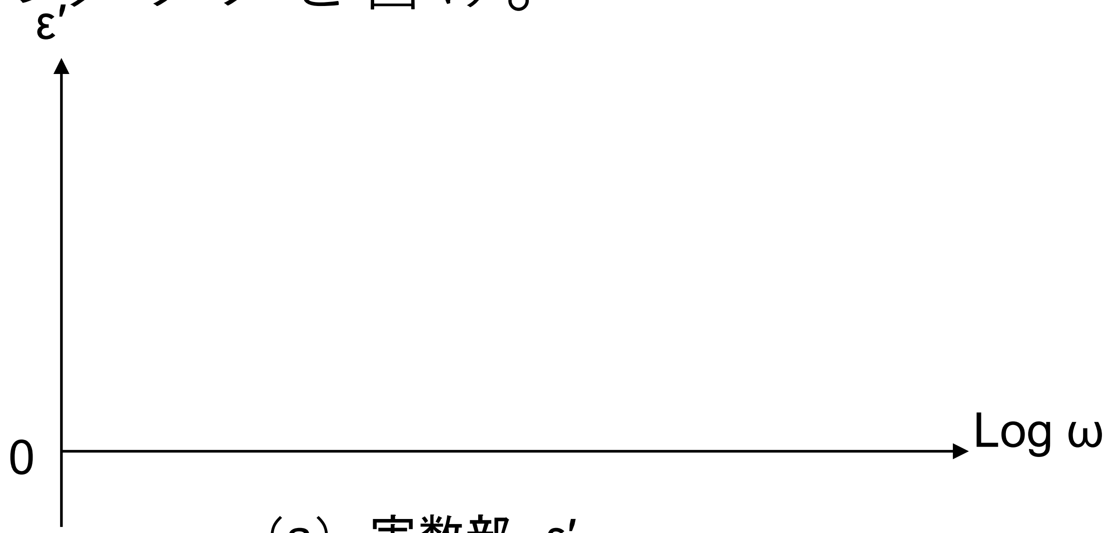


図6・5

スライド問題6-2

ネオンの誘電分散のグラフを書け。



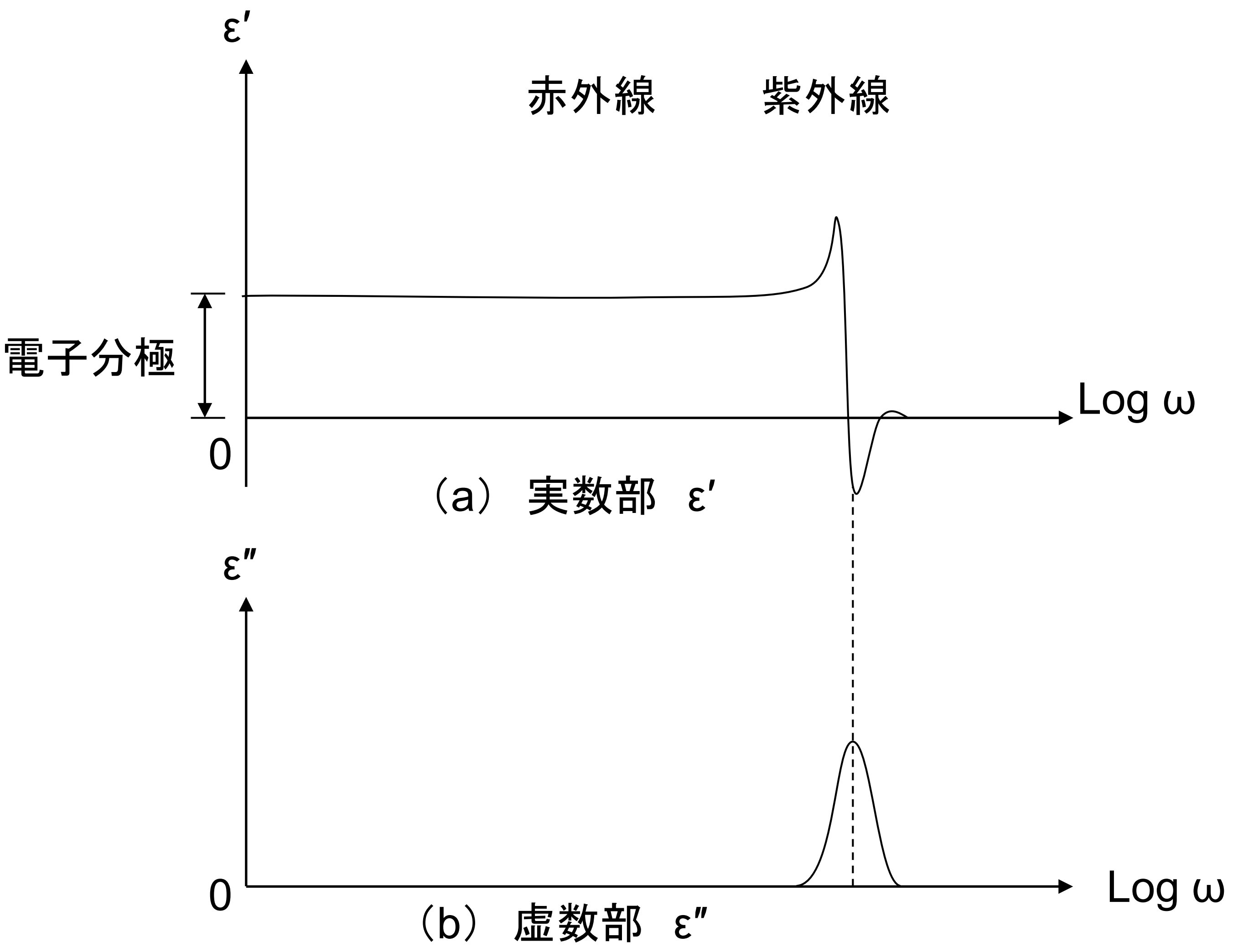
（a） 実数部 ε′

（b） 虚数部 ε“

00：00

スライド問題6-2　解答例

ネオンは単原子分子なので、配向分極やイオン分極は見られない。



00：00

複素誘電率

教科書 p.196

印加電界によって生じる、分極Pは、<u>若干の遅れ</u>が生じる。

印加電界　$E = E_0 \exp(i\omega t)$

電束密度　$D = D_0 \exp[i(\omega t - \delta)]$

$$\frac{D}{E} = \frac{D_0}{E_0}\exp(-i\delta) = \frac{D_0}{E_0}\cos\delta - i\frac{D_0}{E_0}\sin\delta$$

オイラーの公式

$$\frac{D}{E} \equiv \varepsilon^* = \varepsilon' - i\varepsilon''$$

誘電分散

教科書 p.196

誘電分散＝誘電率の周波数依存性

誘電率が周波数の関数である

$\varepsilon^*(\omega)$

誘電損

教科書 p.196

誘電緩和の周波数において、誘電率の虚数部ε”が増加する。

||

誘電体が交流電界からエネルギーを吸収し、熱エネルギーに変わってしまう。

スライド問題6-3

コンデンサを小型化するにはどうしたらいいか？

00：00

スライド問題6-3　解答例

コンデンサを小型化するには

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_s S}{d}$$

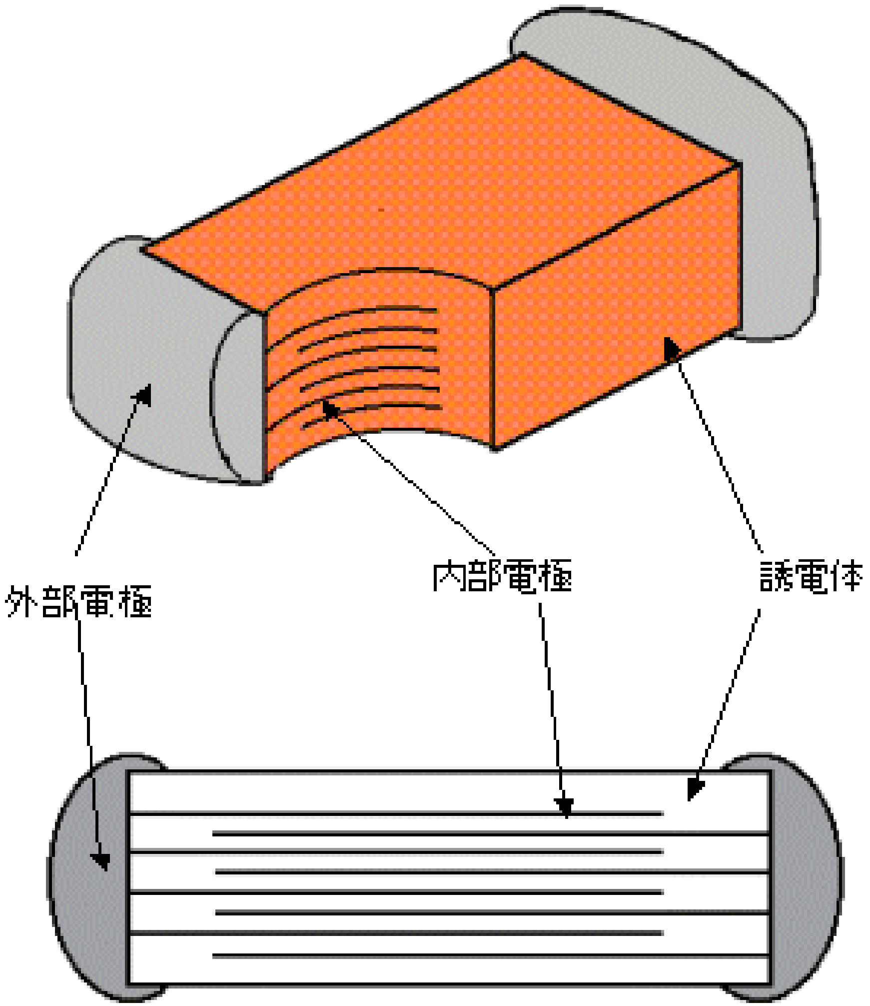
なので、

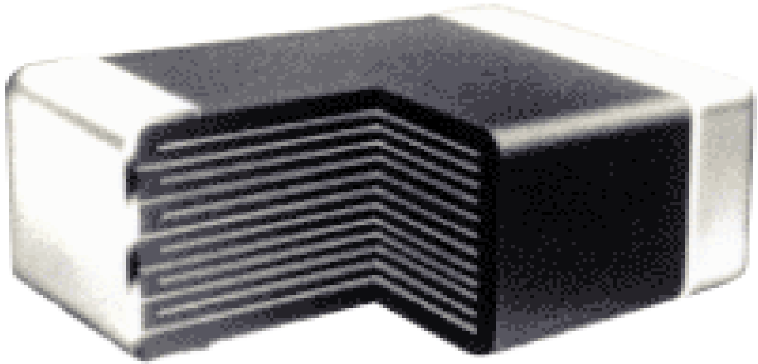
- 電極面積Sを大きくする
- 電極間ギャップ dを狭くする
- 比誘電率ε_sの大きい素材を選ぶ

00：00

積層セラミックコンデンサ

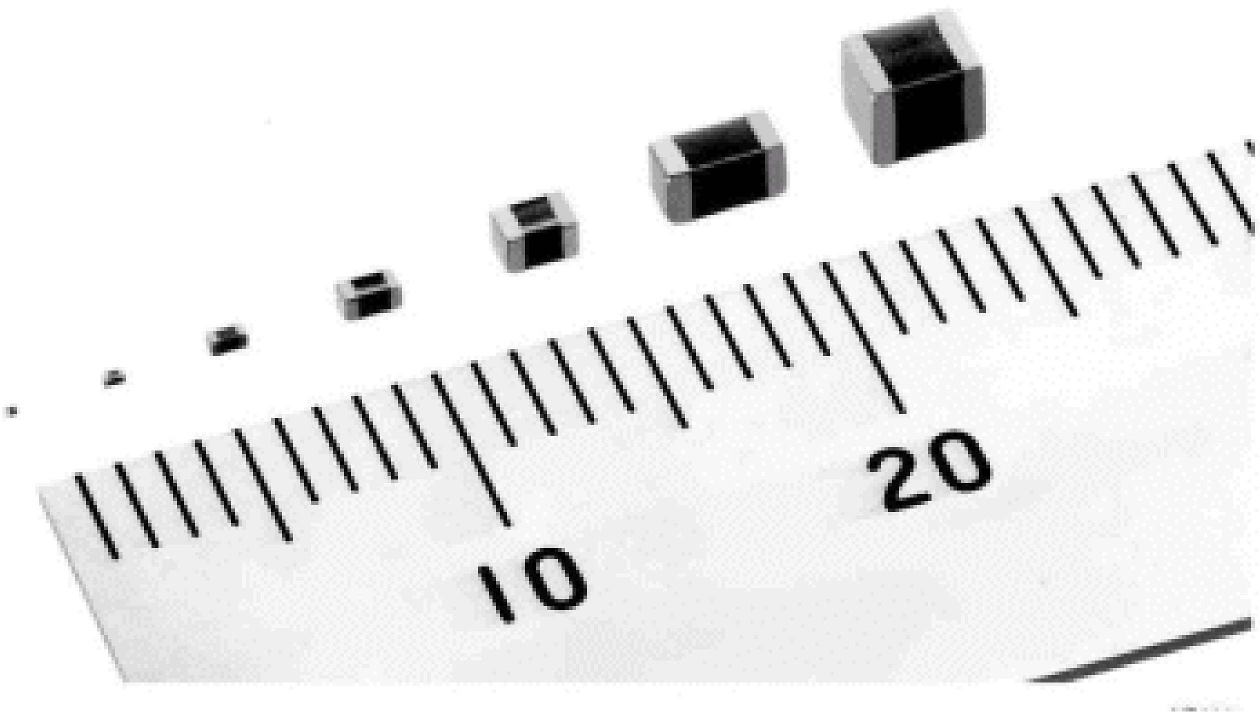
教科書 p.198





積層セラミックコンデンサ

教科書 p.198



積層セラミックコンデンサのサイズ比較
左から0402、0603、1005、1608、2012、
3216、3225サイズ

電解コンデンサの構造

教科書 p.198

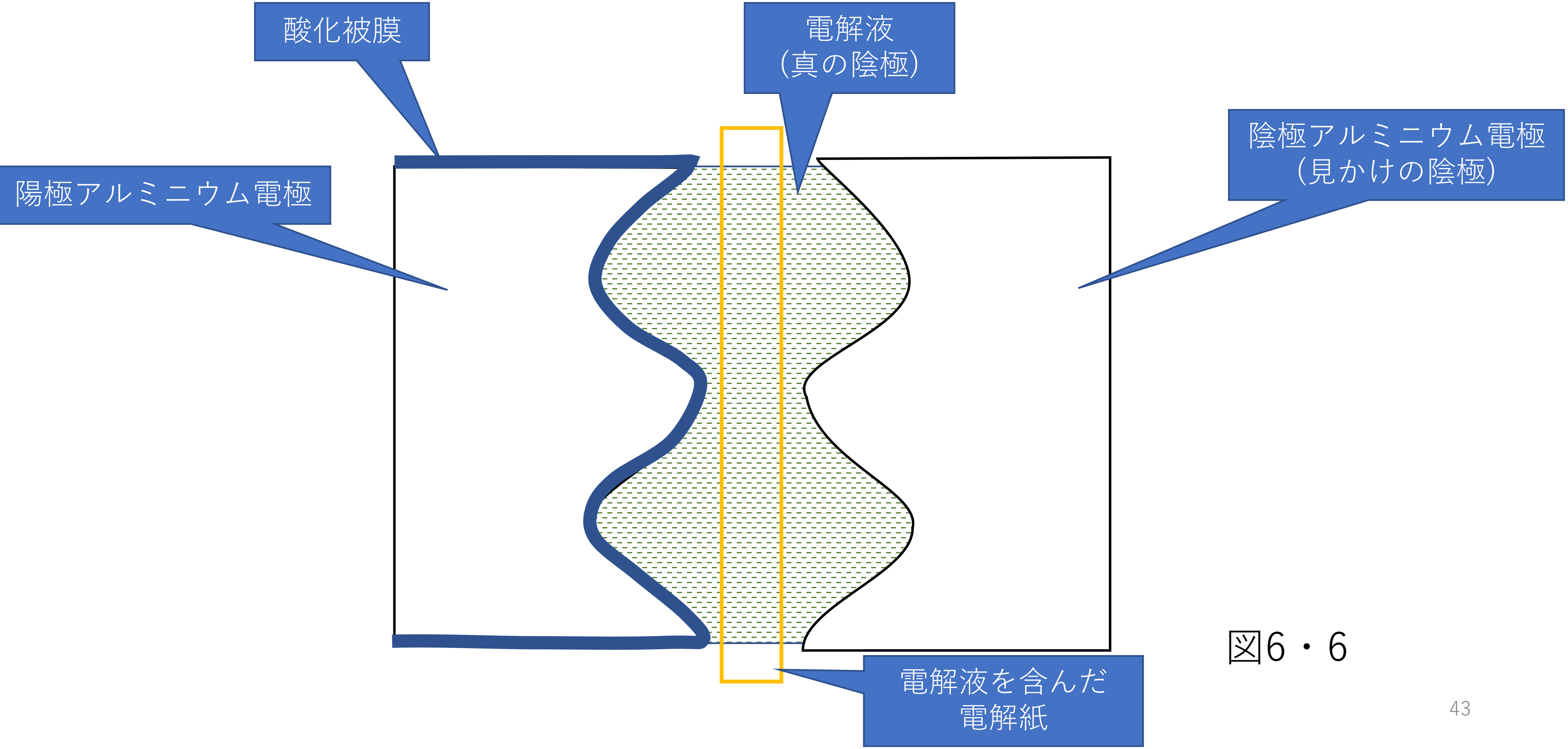
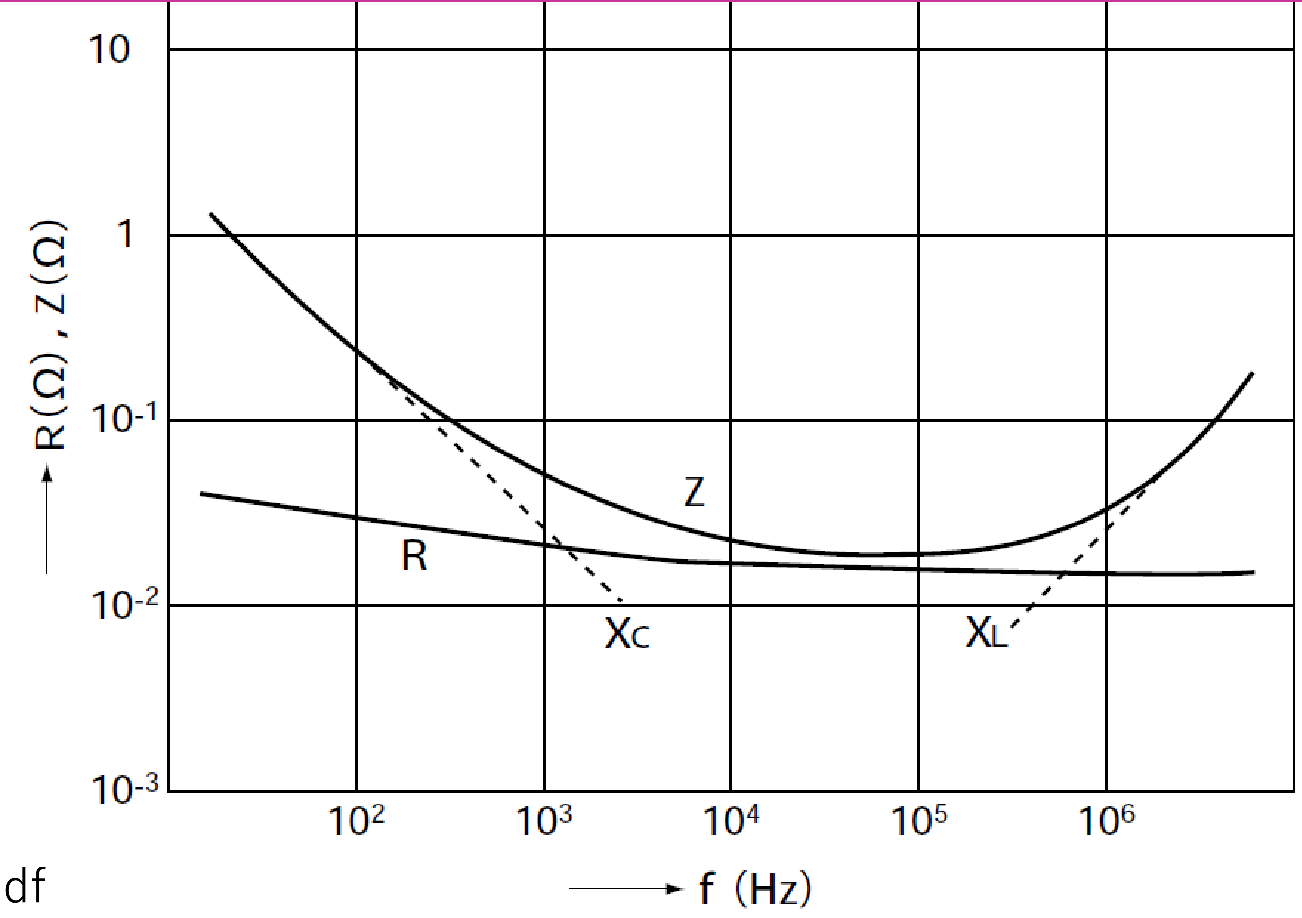


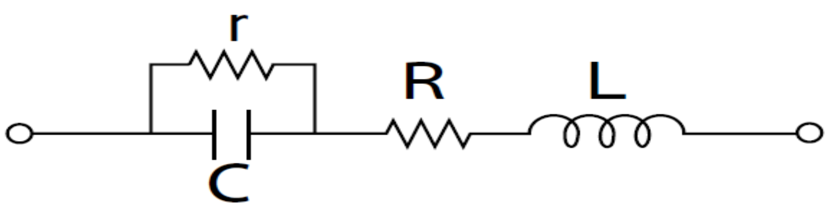
図6・6

電解コンデンサの構造

教科書 p.198

ニチコン（株）Webページより
https://www.nichicon.co.jp/lib/aluminum.pdf

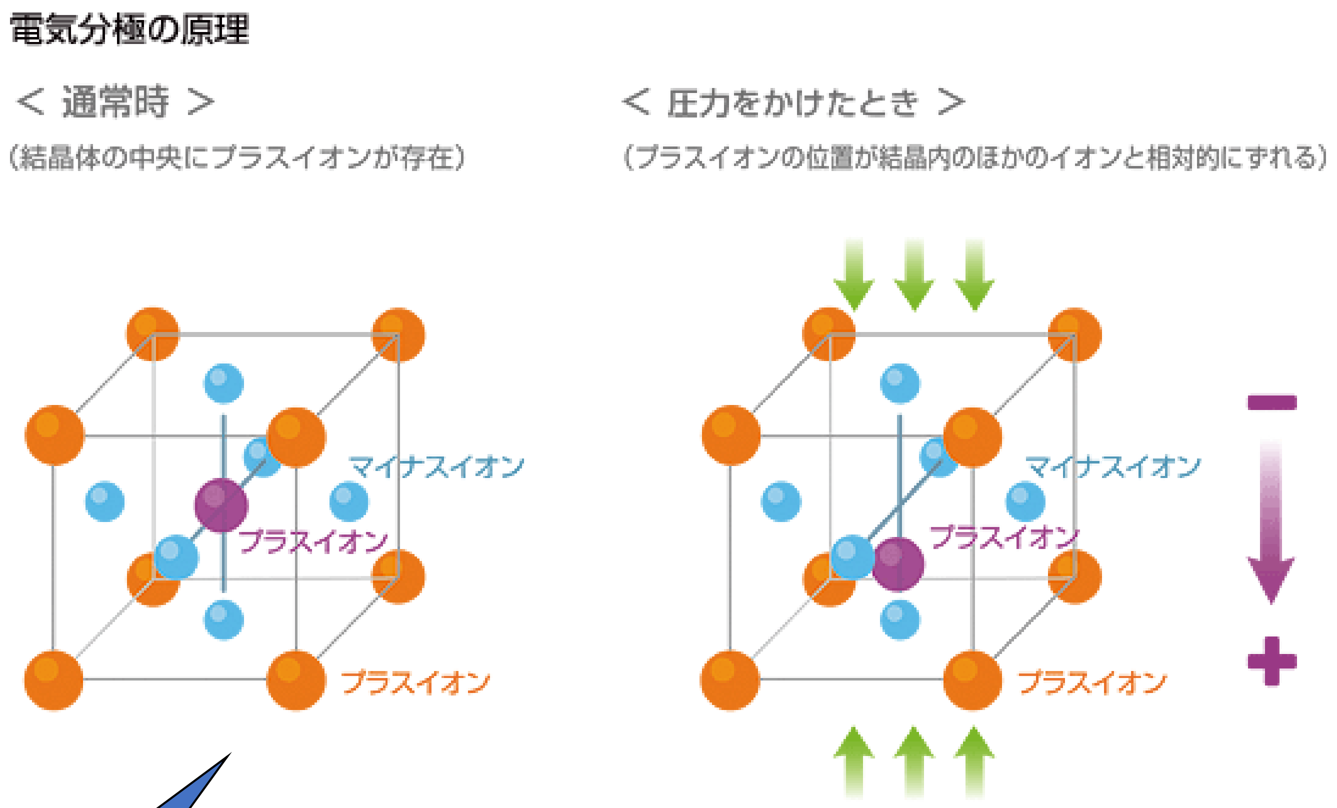




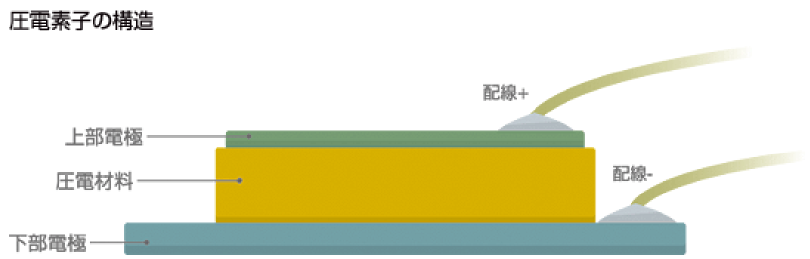
C：静電容量（F）
r：陽極酸化皮膜の等価並列抵抗（Ω）
R：等価直列抵抗（Ω）
L：等価直列インダクタンス（H）

圧電効果と逆圧電効果

教科書 p.201~



分極



挿絵はTDKホームページより
https://www.jp.tdk.com/tech-mag/knowledge/089

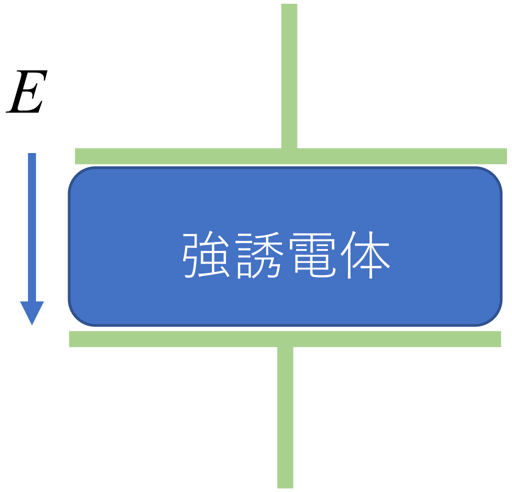
圧電素子

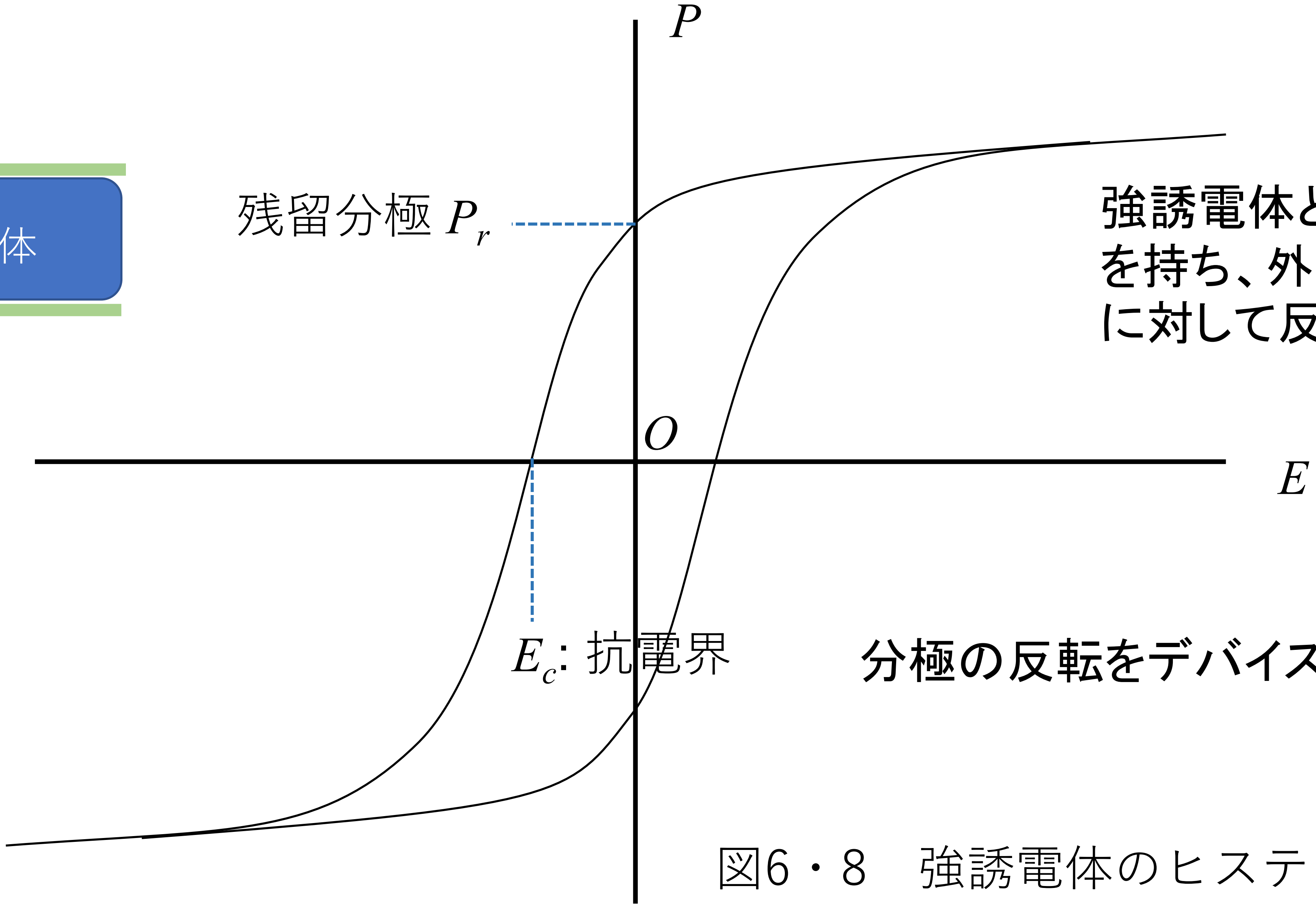
教科書 p.202-204

圧電スピーカ、クリスタルイヤホン
トランス
振動センサ、マイク
点火装置
発振回路、フィルタ回路
駆動装置
圧電振動ジャイロセンサ
着座、体重センサー（自動車）
発電機（発電床）
ピエゾインジェクター（ディーゼル燃料噴射ノズル・自動車）
インクジェットプリンター

強誘電体

教科書 p.199-200





強誘電体とは、自発分極を持ち、外部からの電場に対して反転可能な物質

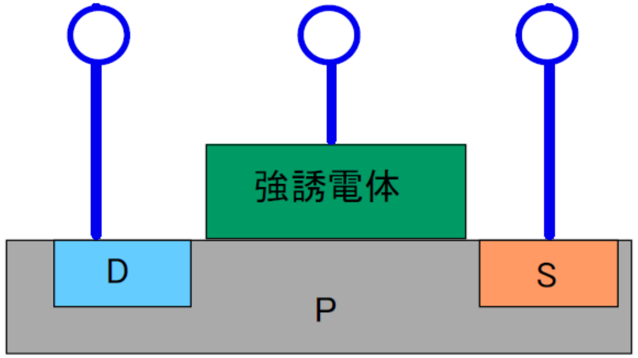
分極の反転をデバイスとして利用

図6・8　強誘電体のヒステリシス曲線

強誘電体メモリ

教科書 p.202-204

電圧を加えることによって自発分極の極性を変化させ、電圧をかけなくてもその分極方向を持続させることのできる性質を利用し、これを記憶素子とする不揮発メモリがFeRAMである。
FeRAMは構造などがDRAMに似ていて、フラッシュメモリの10倍以上に及ぶ高速な読み書きが可能である。また、信頼性の面においてもフラッシュメモリ、EEPROMに比べて格段に上と言われている。



課題リポート（Homework）

以下のリポートを作成し、ILIASを使って提出してください。
MSWordで作成すること。テンプレートはILIASに置いてあります。提出期限は6月14日(日)13時JST.
ファイル名は、必ず学籍番号の数字を含めて「例： 20310185-HW06.docx 」のような名前にして提出すること。
（

課題１（字数は200字程度）
電子分極は、電子分極以外の２つの分極よりも分極率が小さい理由と、紫外線の周波数まで分極が追従できる理由を、講義での説明に沿って説明せよ。

課題２（字数は500字程度）
スライド＃１２の（A)式の導出を、500字程度で丁寧に途中の導出式も説明しながら、解説して下さい。

課題３（字数は500字程度）
強誘電体が自発分極を持つ理由を、その結晶構造にも触れながら説明して下さい。

課題４（字数は200字程度）
最新の電子回路(例えばスマホ)では、デカップリングコンデンサ（別名パスコン）にアルミ電解コンデンサが使われなくなった。その理由を調べてリポートしなさい。

課題５（字数は200字程度）
電子回路の故障原因で一番多いのが電解コンデンサのパンクである理由を調べてリポートしなさい。優秀な回路設計者は、寿命も加味して設計しています。