

電気磁気学

2019 年 3 月 15 日

概要

一関高専電気情報工学科の電気磁気学I, 電気磁気学II, 電気磁気学IIIの講義をまとめたもの
構成を少し変えてるため, 授業の板書と一致しないかもしれない

1 電位

1.1 電界中で電荷を移動するのに要する仕事

力 $F[N]$ が物体にした仕事 $W[J]$ は

$$W = Fl[J] \quad (1.1)$$

ここで移動距離を細かく分けてみる

$$W = F(\Delta l + \Delta l + \Delta l + \dots + \Delta l) \quad (1.2)$$

$$= F\Delta l + F\Delta l + F\Delta l + \dots + F\Delta l \quad (1.3)$$

1.2 電荷を運ぶのに要する仕事

1.2.1 ケース1

Q_1 の作る電界が Q_2 に対して仕事をした.

→仕事の符号は「負」となる.

1.2.2 ケース2

外部から Q_2 に対して仕事をした.

→仕事の符号は「正」となる.

1.3 仕事の計算

1.3.1 ケース1

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (1.4)$$

Q_2 の電荷が $r = r_a$ から $r = r_b$ まで動くとき, Q_1 による電界が Q_2 にした仕事 W の近似値は

$$W = -F_1 \times \Delta r_1 - F_2 \times \Delta r_2 \dots \quad (1.5)$$

$$= \sum_{k=1}^3 F_k \Delta r_k \quad (1.6)$$

分割を限りなく細かくすると, 積分を用いて W を正確に求めることができる.

$$W = - \int_{r_a}^{r_b} F dr [J] \quad (1.7)$$

1.3.2 ケース2

クーロン力に逆らって，外部から Q_2 にした仕事 W は

$$W = \int_{r_b}^{r_c} F dr [J] \quad (1.8)$$

$$= - \int_{r_c}^{r_b} F dr [J] \quad (1.9)$$

1.3.3 まとめ

2つのケースのいずれの場合でも，以下のように表せる．

$$W = - \int_{\text{始点}}^{\text{終点}} (\text{クーロン力}) dr [J] \quad (1.10)$$

$$\begin{cases} W < 0 : \text{電界がした力} \\ W > 0 : \text{外部がした力} \end{cases} \quad (1.11)$$

1.4 電位

1.4.1 無限遠点から電荷を運ぶのに要する仕事

$$W = - \int_{\infty}^{r_a} \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \quad (1.12)$$

$$= \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} [r^{-1}]_{\infty}^{r_a} \quad (1.13)$$

$$= \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - 0 \right) \quad (1.14)$$

$$= \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_a} [J] \quad (1.15)$$

1.4.2 無限遠点から+1Cの電荷を運ぶのに要する仕事

前問において, $Q_2 = 1[C]$ とすればよい.

$$\therefore W = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_a} [J] \quad (1.16)$$

$$= - \int_{\infty}^{r_a} \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \quad (1.17)$$

$$= - \int_{\infty}^{r_a} E Q_2 dr \quad (1.18)$$

ここで $Q_2 = 1[C]$ だから

$$W = - \int_{\infty}^{r_a} E dr \quad (1.19)$$

1.4.3 電位

電位

無限遠点から+1Cの電荷を運ぶのに要する仕事を $r = r_a$ における電位と定義する.
単位は[V]を使用する.

$$V_a = - \int_{\infty}^{r_a} E dr [V] \quad (1.20)$$

1.4.4 電位の基準

1. 電気磁気学：無限遠点
2. 電力：大地
3. 回路：任意

1.4.5 点電荷による電界

点Pの電位は

$$V_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_a} [V] \quad (1.21)$$

1.5 電位差

1.5.1 電位差

$V_a - V_b$ を点 B に対する点 A の電位差という.

→点 B から点 A に $+1C$ を運ぶのに要する仕事.

電位差を電圧ともいう.

1.5.2 計算方法

点 B に対する点 A の電位差 V_{AB} は

$$V_{AB} = - \int_{r_b}^{r_a} (\text{電界}) dr \quad (1.22)$$

原点に $Q[C]$ がある場合は

$$V_{AB} = - \int_{r_b}^{r_a} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} dr \quad (1.23)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} [r^{-1}]_{r_b}^{r_a} \quad (1.24)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) [V] \quad (1.25)$$

1.5.3 等電位線と電気力線の関係

- ・電界中で、電位 V の等しい点を連ねて作った仮想的な線を等電位線という.
- ・二次元の時は等電位線、三次元の時は、等電位面.
- ・等電位線と電気力線は垂直に交わる.

- ・ 電位の山を下る時，最も急な傾斜が電界の向き．
- ・ 等電位線に沿って電荷を動かした時，仕事はしない．
- ・ 動かす方向に力はない．

1.6 電位の傾き

1.6.1 勾配

$$\text{平均変化率} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (1.26)$$

$$\text{勾配} = \frac{dy}{dx} [(y\text{の単位})/m] \quad (1.27)$$

1.6.2 電位の傾き

Q による電界 E が行った仕事 ΔW は

$$\Delta W = -(\text{力}) \times (\text{距離}) \quad (1.28)$$

$$= -qE \times \Delta x \quad (1.29)$$

この時， E が一定とみなせるほど Δx は小さい．

$q = 1C$ なら， ΔW は電位差 ΔV と置き換えられる．

$$\Delta V = -E \times \Delta x \quad (1.30)$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta x} = -E \quad (1.31)$$

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x} [V/m] \quad (1.32)$$

Δx が限りなく小さければ

$$E = -\frac{dV}{dx} [V/m] [N/C] \quad (1.33)$$

すなわち，電界は電位の勾配にマイナスをつけたもの．

$$\rightarrow[N/C] = [V/m]$$