Università
degli studi
di Cagliari

Sede Legale: Via Università, 40
09124 Cagliari (CA)

[SM/0109] TOPOLOGIA ALGEBRICA

	Informazioni generali
Corso di studi	MATEMATICA
Percorso	Indirizzo MATEMATICA PURA COORTE 2022
Tipo di corso	Corso di Laurea Magistrale
Anno di offerta	2023/2024
Tipo Attività Formativa	Affine/Integrativa
Ambito	Attività formative affini o integrative
Lingua di erogazione	ITALIANO
Crediti	9 CFU
Tipo attività didattica	Lezione
Tipo esame	Orale
Valutazione	Voto Finale
Periodo didattico	Secondo Semestre (dal 01/03/2024 al 30/09/2024)
Titolari	BANDE GIANLUCA ,
Durata	72 ore (72 ore Lezione)
Frequenza	Non obbligatoria
Modalita didattica	Convenzionale
Settore scientifico disciplinare	MAT/03
Sede	Cagliari - Università degli Studi

Obiettivi formativi

CONOSCENZA E CAPACITA’ DI COMPRENSIONE:
Il corso si propone di far apprendere le nozioni di base di topologia generale e di topologia algebrica quali: spazi metrici; spazi topologici e topologie; basi di una topologia; applicazioni continue; assiomi di numerablità e separabilità; spazi prodotto; spazi quoziente; spazi compatti; spazi connessi e connessi per archi; omotopie; gruppo fondamentale; gruppo fondamentale della circonferenza e della sfera.

CAPACITA’ APPLICATIVE:
Capacità di formulare correttamente affermazioni sugli spazi topologici e costruire in modo rigoroso dimostrazioni. Saper lavorare con le varie topologie studiate. Saper utilizzare correttamente le proprietà topologiche studiate per distinguere gli spazi topologici. Conoscere gli omeomorfismi studiati e saper costruire alcuni omeomorfismi semplici tra spazi topologici.
AUTONOMIA DI GIUDIZIO:
Aver assimilato le tecniche della topologia generale per poterle applicare anche in altri contesti quali geometria, topologia differenziale e analisi.

ABILITÀ NELLA COMUNICAZIONE:
Lo studente imparerà ad utilizzare il linguaggio della topologia generale e a comunicare in modo rigoroso le nozioni e i risultati studiati.

CAPACITÀ DI APPRENDERE:
Capacita di imparare a risolvere autonomamente esercizi e problemi complessi. Capacità di saper leggere e comprendere un testo di base di topologia generale. Capacità di saper trovare le proprietà topologiche di spazi non troppo complicati e sapere usare queste conoscenze per distinguere due spazi topologici, in situazioni non eccessivamente complicate.

Prerequisiti

Sono ritenuti acquisiti i contenuti previsti per la laurea triennale in Matematica

Contenuti

Omotopia tra funzioni continue; interpretazione meccanica dell"omotopia; esempi di applicazioni omotope e non omotope; applicazioni antipodali dalla sfera a se stessa; omotopia tra archi; omotopia relativa; lo spazio delle funzioni continue e la topologia compatto-aperta (cenni); stabilità dell"omotopia rispetto alla applicazioni continue; un'applicazione continua con codominio il cerchio è omotopa all"applicazione costante se e solo se può essere estesa al disco; spazi omotopicamente equivalenti; spazi convessi; spazi contraibili; il cerchio non è contraibile; retratto di deformazione e retratti forti di deformazione; esempi; la figura a otto e la figura "teta"; Teorema di Fuchs (enunciato): due spazi topologici sono omotopicamente equivalenti se e solo se sono omeomorfi a retratti di deformazione di uno stesso spazio topologico.
Prodotti di cammini; il gruppo fondamentale; dipendenza dal punto base; omomorfismo indotto da un"applicazione continua tra spazi topologici; invarianza omotopica; spazi semplicemente connessi; il gruppo fondamentale del prodotto di spazi topologici; gruppo fondamentale del cerchio; il teorema fondamentale dell"algebra; il teorema del punto fisso di Brower per il disco bidimensionale; un teorema di Frobenius; esistenza del numero di Lebesgue; la sfera n-dimensionale è semplicemente connessa per n>1; gruppi liberi; presentazioni e esempi; Teorema di Seifert Van Kampen (dimostrazione per i generatori e solo enunciato per le relazioni) e applicazioni; il gruppo fondamentale del complementare di un numero finito di punti dello spazio Euclideo; il gruppo fondamentale del proiettivo reale e complesso; il gruppo fondamentale di una varietà di dimensione maggiore uguale a 3 è isomorfo al gruppo fondamentale della varietà privata di un suo punto; il gruppo fondamentale del complementare di una retta o di una circonferenza nello spazio; il gruppo fondamentale di n circonferenze con un solo punto in comune; il gruppo fondamentale della figura otto; classificazione delle superfici (con o senza bordo) e calcolo del loro gruppo fondamentale.
Rivestimenti; esempi; rivestimenti e omeomorfismi locali; sollevamento di un'applicazione continua; unicità del sollevamento di un'applicazione continua con dominio connesso; sollevamenti dei cammini; se la base di un rivestimento è connessa allora la cardinalità della fibra non dipende dal punto scelto nella base; sollevamento delle omotopie; se in un rivestimento lo spazio totale è connesso per archi e la base è semplicemente connessa allora il rivestimento è un omeomorfismo; azioni di gruppi su spazi topologici; azioni propriamente discontinue e rivestimenti; esempi; gli spai lenticolari; rivestimenti e gruppo fondamentale; monodromia di un rivestimento; il gruppo fondamentale di uno spazio di orbite; teoremi di sollevamento per i rivestimenti; rivestimenti universali.
Simplessi. Definizione di omologia singolare. Prime proprietà: componenti connesse per archi, omologia del punto. Complessi di catene. Invarianza per omotopia. Relazione tra gruppo fondamentale e primo gruppo di omologia. Successioni esatte. Omologia relativa. Escissione. Omologia della sfera e teorema del punto fisso di Brower. Invarianza della dimensione. Applicazioni: grado di una applicazione, campi di vettori sulle sfere. Successione di Mayer-Vietoris. Omomorfismo di Hurewicz.

Metodi didattici

L'insegnamento sarà erogato in presenza, come previsto nel Manifesto degli Studi per l'A.A. 2023-24.

Insegnamento tradizionale su lavagna, esercizi in collaborazione con gli studenti del corso. Proiezione di slides e video.

Verifica dell'apprendimento

La prova orale consiste in una discussione su almeno tre argomenti svolti durante le lezioni. Lo studente deve dimostrare di aver capito ed assimilato gli argomenti svolti (conoscenze e le capacità di comprensione; conoscenze e capacità di comprensione applicate). In più lo studente deve dimostrare di essere in grado di spiegare le nozioni e le dimostrazioni apprese durante il corso (abilità comunicative). A tal fine è necessario che lo studente, durante la prova orale, scriva alla lavagna e spieghi tutti i passaggi che sta seguendo per arrivare alla conclusione di un ragionamento (autonomia di giudizio). Si consiglia di rispondere esattamente alle domande senza divagare e scrivendo da subito tutti i dettagli necessari (autonomia di giudizio, abilità comunicative).
In ogni caso una risposta eccessivamente insufficiente o la non conoscenza di nozioni basilari (anche concernenti le nozioni dei corsi di base richiesti) può compromettere l'intera prova orale.

Testi

Libri di testo
-Dispense di Bande-Loi
- J.W. Vick, "Homology Theory. An introduction to Algebraic topology" (test per Omologia singolare)

Consultazione
-M.J. Greenberg, J.R. Harper, “Algebraic topology. A first course” Mathematics Lecture Note Series, 58. Benjamin/Cummings Publishing Co., Inc., Advanced Book Program, Reading, Mass., 1981. (Omologia singolare)
-C. Kosnioski, “Introduzione alla Topologia Generale-Zanichelli” (Omologia singolare)
-A. Hatcher, “Algebraic Topology”
-Y. Félix, D. Tanré, "Topologie Algébrique - Cours et exercices corrigés"

Altro

ll nostro Ateneo fornisce supporto agli studenti affetti da disturbi specifici dell'apprendimento (DSA). Chi fosse interessato può trovare maggiori informazioni al link: http://corsi.unica.it/matematica/info-dsa/