Invarianza di gauge

$A_\mu \to A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu f$ aggiungiamo una 4-divergenza $f = f(x^\mu)$

$$S = -\int_\Omega \frac{e}{c} A_\mu dx^\mu \longrightarrow S' = -\int_\Omega \frac{e}{c}\left(A_\mu + \partial_\mu f\right) dx^\mu$$

$df = \partial_\mu f\, dx^\mu$ perché $d\left(\frac{e}{c} f\right) = \frac{e}{c}\partial_\mu f\, dx^\mu$ in quanto la carica si conserva

$$\int_\Omega \frac{e}{c}\partial_\mu f\, dx^\mu = \int_\Omega d\left(\frac{e}{c} f\right) = \frac{e}{c} f\Big|_{\partial\Omega}$$

minimizzando l'azione $\frac{e}{c} f\Big|_{\partial\Omega}$ scompare $\Longrightarrow \delta S' = \delta S$ in quanto

$\delta\left(\frac{e}{c} f\Big|_{\partial\Omega}\right) = 0$ poiché $\partial\Omega$ è fisso

$$A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu f \longrightarrow \begin{cases} \varphi' = \varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t} \\ \bar{A}' = \bar{A} + \bar{\nabla} f \end{cases}$$

questi due hanno segni diversi

$$\Longrightarrow \begin{cases} E' = -\frac{1}{c}\frac{\partial \bar{A}'}{\partial t} - \bar{\nabla}\varphi' = -\frac{1}{c}\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} \cancel{- \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\bar{\nabla} f} - \bar{\nabla}\varphi \cancel{+ \frac{1}{c}\bar{\nabla}\frac{\partial f}{\partial t}} = \bar{E} \\ \bar{B}' = \bar{\nabla}\wedge\bar{A}' = \bar{\nabla}\wedge\bar{A} + \underbrace{\cancel{\bar{\nabla}\wedge\bar{\nabla} f}}_{\bar{0}} = \bar{B} \end{cases}$$