

Filtros digitales

Un poco de historia...

Es a L. E. Franks y a I. W. Sandberg a quienes les debemos la idea de ingeniosos circuitos para seleccionar frecuencias sin usar inductores inductores ("An Alternative Approach to the Realization of Network Transfer Functions: The N-path Filter", *Bell System*, september 1960).

Sigamos un poco la evolución de esta idea. Partamos del siguiente circuito básico consistente en una red RC de N polos con un arreglo de interruptores y un conmutador:

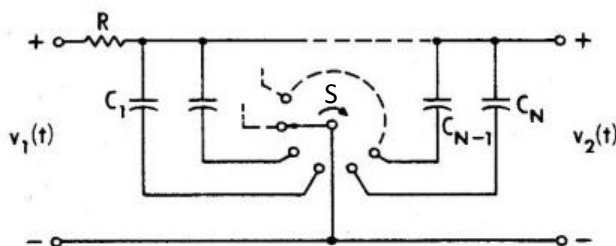


Figura 1 - Red RC con N-polos con un arreglo de interruptores -
Analysis and Design of Integrated Circuits - Lynn, Meyer, Hamilton

El conmutador S de N-polos realiza una revolución completa en un período T. El cursor (pieza que rota) solo puede conectar un interruptor por vez. Cuando el cursor S está en la posición N-ésima, el capacitor N-ésimo queda conectado al resistor N-ésimo y a tierra, el resto de los capacitores tiene uno de sus terminales abierto. Una configuración circuital alternativa usa dos conmutadores sincronizados:

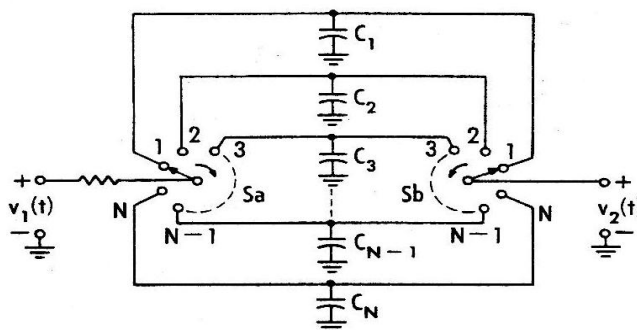


Figura 2 - Red RC con conmutadores sincronizados -
Analysis and Design of Integrated Circuits - Lynn, Meyer, Hamilton

Nótese que si el conmutador permaneciera indefinidamente en una posición determinada el circuito se convertiría en:

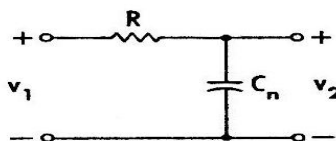


Figura 3 - Filtro digital de un solo paso -
Analysis and Design of Integrated Circuits - Lynn, Meyer, Hamilton

O sea, un filtro pasa bajos con la siguiente respuesta en frecuencia:

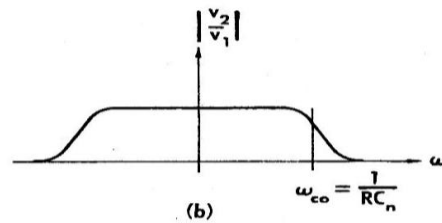


Figura 4 - Respuesta en frecuencia del filtro pasa bajos -
Analysis and Design of Integrated Circuits - Lynn, Meyer, Hamilton

Supongamos ahora que todos los capacitores son idénticos, entonces el camino N-ésimo del circuito de la figura 3 se puede representar por el circuito:

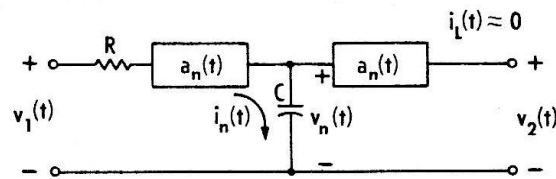


Figura 5 - Circuito equivalente del filtro digital con dos conmutadores sincronizados -
Analysis and Design of Integrated Circuits - Lynn, Meyer, Hamilton

donde:

$a_n(t)$ es la función muestreada (*sampling*) que simula al conmutador mecánico.

La forma de la señal obtenida en el dominio del tiempo es:

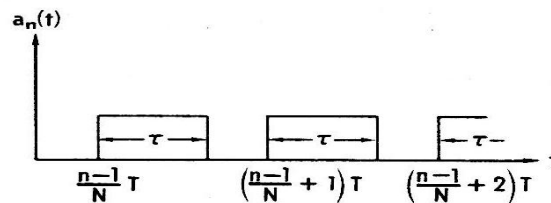


Figura 6 – Forma de $a_n(t)$ -
Analysis and Design of Integrated Circuits - Lynn, Meyer, Hamilton

Por simple inspección vemos que:

$$(1) \quad i_n(t) = a_n(t) \cdot \frac{v_1(t) - v_n(t)}{R}$$

Y

$$(2) \quad i_n(t) = C \cdot \frac{d v_n(t)}{dt}$$

Además, también por simple inspección, vemos que la tensión de salida de tensión es:

$$(3) \quad v_2(t) = \sum_{n=1}^N a_n(t) \cdot v_n(t)$$

De manera que combinando las tres expresiones en una podemos obtener la relación entre $v_2(t)$, $v_1(t)$ y $a_n(t)$. Nótese que todas estas funciones admiten transformada de Laplace. Usando la teoría de la transformada

de Laplace, Frank y Sandberg calcularon la relación $\frac{v_2(s)}{v_1(s)}$ y demostraron que efectivamente el espectro en frecuencia de la función transferencia de tensiones corresponde al siguiente circuito equivalente:

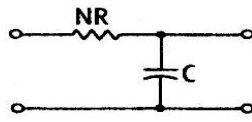


Figura 7 - Circuito equivalente para calcular el ancho de banda del filtro digital -
Analysis and Design of Integrated Circuits - Lynn, Meyer, Hamilton

El ancho de banda del filtro digital será:

$$\frac{2.k.\pi}{T} = 2.k.\pi.f \quad \text{donde } k \text{ es un número entero}$$

Esto es, el espectro en frecuencia del circuito de la figura 7 se repite cada un múltiplo entero de veces la frecuencia de muestreo.

Supongamos ahora, que queremos obtener una respuesta pasa banda con la frecuencia centrada en ω_0 . Para eliminar las frecuencias indeseadas generadas por el muestreo debemos adicionar un filtro de bajo Q, de manera que disponemos de un filtro digital con un pulso de muestreo de frecuencia de repetición ω_0 junto con el filtro debajo Q, como se muestra en la siguiente figura:

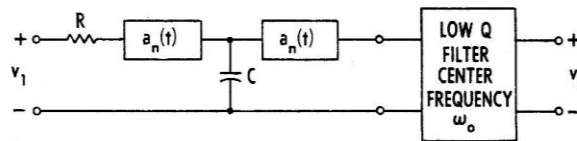


Figura 8 - Filtro digital y filtro de bajo Q -
Analysis and Design of Integrated Circuits - Lynn, Meyer, Hamilton

El resultado expresado como función transferencia es:

$$\frac{v_2(s)}{v_1(s)} = \left[\frac{\sin \frac{\pi}{N}}{\frac{\pi}{N}} \right]^2 \cdot \left[\frac{1}{N.R.C. \left(s - j \frac{2.\pi}{T} \right) + 1} + \frac{1}{N.R.C. \left(s + j \frac{2.\pi}{T} \right) + 1} \right]$$

Que representa la respuesta en frecuencia del circuito equivalente de la figura 7 con $\omega = \frac{2.\pi}{T}$.
En la siguiente figura se muestra el módulo de la transferencia de tensiones anterior.

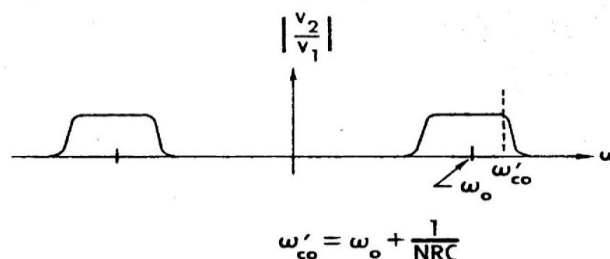


Figura 9 - Analysis and Design of Integrated Circuits - Lynn, Meyer, Hamilton

Como propiedad sobre saliente de los filtros digitales el ancho de banda resulta solamente función de la red RC. De esta manera es posible obtener un alto Q construyendo una red RC con baja frecuencia de corte y traduciendo esto a alta frecuencia.

El ancho de banda del filtro es:

$$B = \frac{2}{N.R.C}$$

y el Q es:

$$Q = \frac{\omega_0.N.R.C}{2}$$

$$Q = \frac{\pi.N.R.C}{T}$$

El filtro digital que se muestra en la siguiente figura se construyó en el laboratorio:

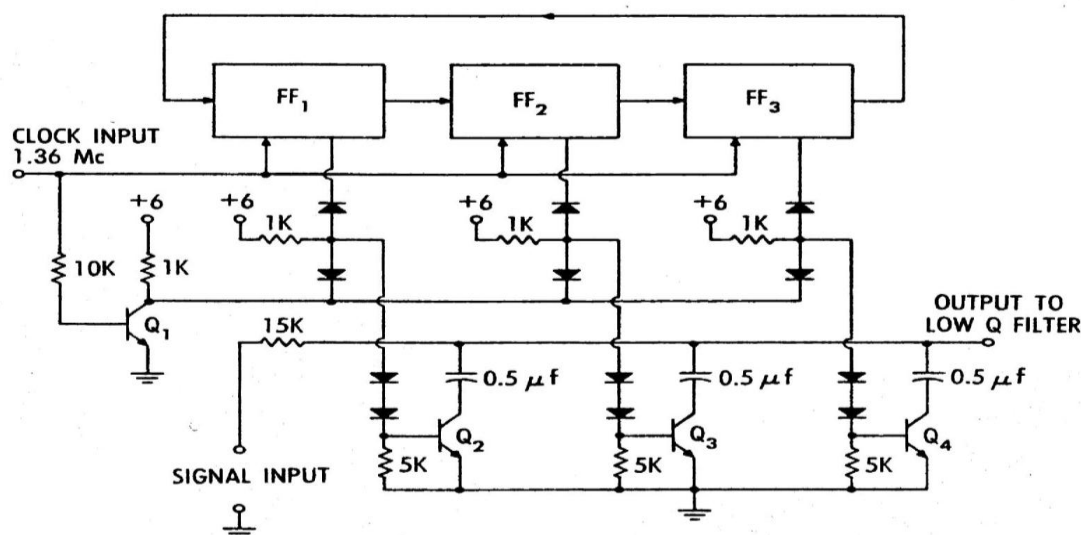


Figura 10 – Implementación práctica del filtro digital -
Analysis and Design of Integrated Circuits - Lynn, Meyer, Hamilton

Se usa un registro de desplazamiento de 3 etapas para proporcionar la acción de conmutación. Los transistores Q_2 , Q_3 y Q_4 se usan para simular los contactos del conmutador. Con esta implementación se obtuvo un Q igual a 1600 sin que se observaran problemas de inestabilidad.

Asimismo se nota que para obtener anchos de banda pequeños se requieren valores grandes de R o C, indeseables en circuitos integrados.

Muchas veces no se desea agregar un filtro al filtro digital pero como el filtro a agregar es de bajo Q, 2 ó 3, no es un gran problema ya que se construye usando las técnicas de síntesis de circuitos activos RC conocidas. A valores de Q los problemas de la sensibilidad no deberían ser restrictivos ni aún para circuitos integrados.

Los filtros digitales aparecen como la solución más prometedora para el problema de la sensibilidad porque como la ganancia de los dispositivos activos no está directamente involucrada no hay sensibilidad a la ganancia en los filtros digitales. La sensibilidad de Q a la variación de los componentes es la misma que para un circuito con un capacitor en paralelo con una rama serie R L C. No tienen problemas de estabilidad.

La principal desventaja de un filtro digital es un grado de complejidad del circuito bastante alto y la necesidad de valores altos de capacitancias cuando se quiere obtener un ancho de banda muy angosto, la necesidad de un filtro adicional de bajo Q y la necesidad de un pulso de reloj de alta frecuencia muy estable. Un problema es que la conmutación que acompaña la operación de filtrado genera pulsos espurios, o sea que se genera ruido. Están limitados en frecuencia de manera que no son útiles a frecuencias mayores de 10MHz.

Para frecuencias de hasta 10 MHz

Reloj de alta frecuencia muy estable

No hay problema de inestabilidad

Bastante complejo

Para ancho de banda muy angosto se necesitan altos valores de capacitancia

Pulsos de ruido espurios como efecto de la conmutación que acompaña al filtrado