

Python実習課題： 最小分散ポートフォリオの計算

尚 晋
大学院経済学研究科 助教

2025年6月10日

ポイント

1. 最小分散ポートフォリオの応用

1 課題の目的

本課題では、「分散を最小化するポートフォリオ（最小分散ポートフォリオ）」の考え方を実データに適用し、Pythonを用いてその最適な保有比率 r （=トヨタ株を何%保有すべきか）を計算する。

2 課題の背景

2つの資産（ X と Y ）からなるポートフォリオのリスク（分散）は、以下の式で表される：

$$\sigma_W^2 = r^2\sigma_X^2 + (1 - r)^2\sigma_Y^2 + 2r(1 - r)\sigma_{XY}$$

ここで r は資産 X （今回はトヨタ自動車株）の保有比率、 $1 - r$ は資産 Y （今回は金（ゴールド）価格）の保有比率である。

このポートフォリオのリスクが最小となるような比率 r^* は、次の式で与えられる：

$$r^* = \frac{\sigma_Y^2 - \sigma_{XY}}{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2\sigma_{XY}}$$

3 課題内容

以下のステップに従い、最小分散ポートフォリオを計算してください：

1. 以下の2資産の価格データを取得し、データを可視化にし、日次リターンを計算する：
 - トヨタ自動車の株価（Ticker: 7203.T）
 - ゴールドの価格（Ticker: GC=F）
 - 期間は任意（例：過去5年間など）
2. 各資産の日次リターンの標準偏差（ σ_X , σ_Y ）および共分散（ σ_{XY} ）を計算する。
3. 上記の式を用いて、最小分散ポートフォリオにおけるトヨタ株の最適保有比率 r^* をPythonで計算する。（この時の最小リスクや期待リターンの計算も行ってよい。）

4. 結果を報告し、最適比率 r^* の意味を解釈する。

- トヨタ株と金をどの比率で保有すればポートフォリオのリスク（分散）が最小になるか？

4 さらに拡張してみよう

保有比率 r を0から1まで変化させたときのポートフォリオ分散 σ_W^2 をグラフにして可視化せよ。

1. r を0から1まで0.01刻みで変化させ、そのときの σ_W^2 を計算する。

2. 以下の式に基づいて σ_W^2 を求める：

$$\sigma_W^2 = r^2\sigma_X^2 + (1-r)^2\sigma_Y^2 + 2r(1-r)\sigma_{XY}$$

3. 横軸に r 、縦軸に σ_W^2 を取ったグラフを描く

4. 最小点 r^* を赤点や破線でマーキングする

5 提出形式

- Jupyter Notebook形式
- 各ステップにコメントや簡単な説明を記述すること
- 実行結果を確認可能なセル出力を残すこと

6 ヒント

`yfinance` ライブラリを使うとYahoo Financeのデータが取得できる。