

データサイエンスのための統計学 推定

by 尚晋 (名古屋大学経済学研究科助教)

on 2025 年 6 月 24 日

目次

- * 推定の基本
- * 点推定
- * 区間推定

目次

- * 推定の基本
- * 点推定
- * 区間推定

» 推定の基本

母数を推定

推定 標本から母集団分布の母数(例:母平均 μ , 母分散 σ^2)を定めること。

- * 統計的推測理論と確率論の違い:**確率論**では母数は既知,**統計的推測理論**では未知の母数を推定する。
- * 母数がわからないと,分布がわかっているいても実用的価値は限定的。
 - * たとえば,ある集団の所得分布が対数正規分布あるいはパレート分布に従うといっても,その平均,分散が知られていなければ,現実の経済分析,政策評価に用いることはできない。「どの対数正規分布か」がわからないからである。

» 推定の基本

推定量

- * 推定対象の母数には、母平均 μ , 母分散 σ^2 など様々な種類がある.
- * 一般に、推定対象の母数は θ , その推定量は $\hat{\theta}$ と表記.

例: θ が母平均 μ のとき, その推定量 $\hat{\theta}$ は標本平均として次のように定義される:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) \quad (1)$$

- * $\hat{\theta}$ は標本 X_1, X_2, \dots, X_n の関数であり, 確率変数である.
- * 強調のために, $\hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ のように書くこともある.

複数パラメータの場合:

- * 複数の母数 $\theta_1, \dots, \theta_k$ を同時に推定することがある. それぞれに対して $\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_k$ と表す.
- * たとえば: 正規分布: μ, σ^2 , 2次元正規分布: $\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho$

目次

- * 推定の基本
- * 点推定
- * 区間推定

» 点推定

点推定

点推定 母数 θ を一つの値 $\hat{\theta}$ によって推定。例: 母平均 μ を標本から

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i) \text{ で推定}$$

- *
- * 推定量 $\hat{\theta}$ は標本 X_1, X_2, \dots, X_n の関数で、確率変数であり、実際には何らかの誤差を伴う。
- * 誤差の評価には推定量の標本分布に基づく分析が必要。
- * 不偏性、一致性などの基準が出てくる。

» 点推定の考え方

推定値 実際に n 個の観測値が与えられたとき、推定量を数値として計算したものを**推定値**と呼ぶ。たとえば標本平均の場合、

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} \quad (2)$$

は確率変数としての推定量であるが、 $X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n$ の観測された具体的な数値がこれに代入して計算される値が**推定値**である。

母集団と母集団分布

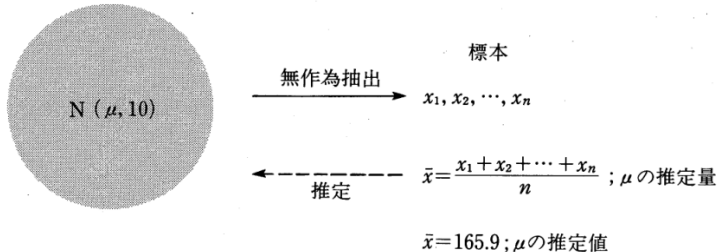


図 11.1 推定の考え方

母集団分布は正規分布とし、母平均 μ を推定する(推定値は表 11.1 のもの)

» 点推定の手順

モーメントと積率母関数

積率母関数 確率変数 X の積率母関数 (moment generating function):

$$M_X(t) = E(e^{tX}) \quad (3)$$

で定義される. ただし e は自然対数の底である. (Lec7 の P.9 参照)
 X の (原点のまわりの) k 次のモーメント (教科書は μ_k , ここ混乱しないように m_k)

$$m_k = E(X^k) \quad (4)$$

X の期待値 (平均) のまわりの k 次のモーメント

$$m'_k = E(X - \mu)^k \quad ((\text{ただし}, \mu = E(X)) \quad (5)$$

X の k 次の標準化モーメント

$$\alpha_k = E((X - \mu)/\sigma)^k \quad (6)$$

» 点推定の手順

モーメント法

モーメント法 (Method of Moments)

- * モーメントを通して母集団の理論的に定義したモーメントと、標本のモーメントとを一致させることで母数を推定する。

例: 母集団が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとき、1 次モーメント m_1 , 2 次モーメント m_2 は以下:

$$m_1 = E(X) = \mu, \quad m_2 = E(X^2) = \mu^2 + \sigma^2 \quad (V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2) \quad (7)$$

一方、標本から、 m_1 と m_2 を下記の定義式で推定できる:

$$\hat{m}_1 = \frac{1}{n} \sum X_i, \quad \hat{m}_2 = \frac{1}{n} \sum X_i^2 \quad (\text{定義}) \quad (8)$$

母モーメント = 標本モーメントと等しく置くと:

$$m_1 = \hat{m}_1, \quad m_2 = \hat{m}_2 \quad (9)$$

から、母平均、母分散の μ, σ^2 の推定量は:

$$\Rightarrow \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum X_i, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum X_i^2 - \bar{X}^2 = \frac{1}{n} \sum (X_i - \bar{X})^2 \quad (10)$$

ここは、 $\frac{1}{n} \sum (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n} (\sum X_i^2 - n\bar{X}^2)$ という恒等式を用いた。

点推定の手順

* 積率母関数からの式 (7) の導出

正規分布の確率母関数を求める。

$$\begin{aligned}
 M_X(t) &= E[e^{tX}] \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{tx - \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx
 \end{aligned}$$

指数部分に注目すると

$$\begin{aligned}
 tx - \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} &= \frac{-x^2 + 2\mu x - \mu^2 + 2\sigma^2 tx}{2\sigma^2} \\
 &= \frac{-x^2 + 2(\mu + \sigma^2 t)x - \mu^2}{2\sigma^2} \\
 &= \frac{-(x - (\mu + \sigma^2 t))^2 + 2\mu\sigma^2 t + \sigma^4 t^2}{2\sigma^2} \\
 &= \frac{-(x - (\mu + \sigma^2 t))^2}{2\sigma^2} + \mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}
 \end{aligned}$$

であるから

$$\begin{aligned}
 M_X(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x - (\mu + \sigma^2 t))^2}{2\sigma^2} + \mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}} dx \\
 &= e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x - (\mu + \sigma^2 t))^2}{2\sigma^2}}}_{N(\mu + \sigma^2 t, \sigma^2) \text{ の density}} dx
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dM_X(t)}{dt} &= e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}} (\mu + \sigma^2 t) \\
 \frac{d^2 M_X(t)}{dt^2} &= e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}} (\mu + \sigma^2 t)(\mu + \sigma^2 t) \\
 &\quad + e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}} \sigma^2 \\
 &= e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}} \{(\mu + \sigma^2 t)^2 + \sigma^2\}
 \end{aligned}$$

に $t = 0$ を代入すると、

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{dM_X(t)}{dt} \right|_{t=0} &= \mu \\
 \left. \frac{d^2 M_X(t)}{dt^2} \right|_{t=0} &= \mu^2 + \sigma^2
 \end{aligned}$$

となり、1 次と 2 次のモーメントが求まる。

» 点推定の手順

最尤法

最尤法 (Maximum Likelihood Estimation)

- * 実現した標本が最もらしい(確率最大)となる母数を採用
- * このもっともらしさを尤度 Likelihood という
- * 尤度関数: $L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta)$
- * 尤度関数を最大にする値が最尤推定値、関数としては最尤推定量
- * 対数尤度: $\log L(\theta) = \sum_{i=1}^n \log f(x_i, \theta)$

例: 1をとる確率が p , 0をとる確率が $1 - p$ のベルヌーイ分布 $Bi(1, p)$ が母集団分布の場合を考えよう. 推定すべき未知の母数は p であるが, 標本 $\{1, 1, 1, 1, 0\}$ が得られたとする. この標本 $\{1, 1, 1, 1, 0\}$ が得られる確率は:

$$L(p) = p^4(1 - p)^1 \quad (11)$$

ここで採用する原理は最尤原理 principle of maximum likelihood といわれ「現実の標本は確率最大のものが実現した」という仮定である.

» 点推定の手順

最尤法 (続き)

従って, 式 (11) を p に関して一次微分して 0 と置く:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dp}L(p) &= p^3(4 - 5p) = 0 \\ \Rightarrow \hat{p} &= 0.8\end{aligned}$$

最尤推定値は $\hat{p} = 0.8$ となる.

一般的に数学的に取り扱いやすくために、対数尤度の形にする:

$$\log L(p) = 4 \log p + 1 \cdot \log(1 - p) \quad (12)$$

対数尤度の一次微分して 0 と置く:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dp} \log L(p) &= \frac{4}{p} - \frac{1}{1 - p} = 0 \\ \Rightarrow \hat{p} &= 0.8\end{aligned}$$

同じ結果の最尤推定値 $\hat{p} = 0.8$ 得られる.

» 点推定の基準

点推定の候補と現実的問題

表 11.1 10 人の身長(架空例)

164.6	161.6	169.7	162.1	164.8	159.8	170.7	162.2	168.7	174.9(単位 cm)
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------------

- * 母数 θ を推定する複数の統計量が存在：
 - * $\hat{\theta}_1$: 標本平均 = 165.9
 - * $\hat{\theta}_2$: メディアン = 164.7
 - * $\hat{\theta}_3$: ミッドレンジ = 167.4
 - * $\hat{\theta}_4$: 切落し平均 = 165.6
- * 推定量が良いかどうかには判断基準が必要: 実用上意味があるためには, 標本分布が真の母数 θ の周辺に集中していることを示すいくつかの基準を満足する必要がある.
- * それらの基準: 不偏性、一致性、漸近正規性、有効性

» 点推定の基準

不偏性 & 一致性

不偏性:

$$E(\hat{\theta}) = \theta \quad (13)$$

- * 例: 標本平均 \bar{X} は常に母平均 μ の不偏推定量
- * $s^2 = \frac{1}{n} \sum (X_i - \bar{X})^2$ は不偏ではない
- * 不偏分散:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2 \quad (14)$$

一致性:

$$\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta \quad (n \rightarrow \infty) \quad (15)$$

- * 大標本で真の母数に近づく
- * 大数の法則より \bar{X} は μ の, チェビシエフの不等式より s^2 は σ^2 の一致推定量

不偏性, 一致性は推定量が最小限満たす必要のある二つの性質である。

» 点推定の基準 漸近正規性 & 有効性 & 漸近有効性

漸近正規性:

- * 標本分布が複雑でも、**漸近的に正規分布**に従う性質
- * **中心極限定理**:

$$\bar{X} \overset{approx.}{\sim} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad (16)$$

- * 推定量が漸近的に正規分布に従う:**漸近正規推定量**

有効性 (最小分散不偏性):

- * 不偏推定量同士なら、分散の小さい方が良い
- * 最小分散不偏推定量:**有効推定量**

漸近有効性:

- * 有効推定量を見つけにくい場合、漸近有効性という基準を使う
- * 漸近分布が正規分布となる推定量のうち、その漸近分散が最小となる性質を漸近有効性という
- * 最尤推定量は一般に漸近的有效推定量

» 最尤法を用いて点推定の例

正規分布

正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ は二つの未知の母数 μ (母平均), σ^2 (母分散) を含んでいる。このとき、尤度関数は

$$L(\mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{(X_i - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (17a)$$

$$\log L(\mu, \sigma^2) = -n \log(\sqrt{2\pi\sigma^2}) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \quad (17b)$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu) = 0 \quad (17c)$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 = 0 \quad (17d)$$

$$\text{最尤推定量は: } \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (18)$$

この場合、モーメント法でも同じ結果が得られる。得られた $\hat{\sigma}^2$ は不偏推定量ではないため、一般には不偏分散 $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ を用いる。^[13/24]

» 最尤法を用いて点推定の例

ポアソン分布

母数 λ のポアソン分布 $Po(\lambda)$ のとき, 尤度関数は:

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{e^{-\lambda} \lambda^{X_i}}{X_i!}$$

尤度関数の対数は:

$$\log L(\lambda) = \sum_{i=1}^n (-\lambda + X_i \log \lambda - \log X_i!) \quad (19a)$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \lambda} = -n + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n X_i = 0 \quad (19b)$$

最尤推定量は:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (20)$$

目次

- * 推定の基本
- * 点推定
- * 区間推定

区間推定

区間推定

区間推定 真の母数の値 θ が入る確率がある値 $1 - \alpha$ 以上と保証される区間 $[L, U]$ を求める方法. たとえば,

$$P(L \leq \theta \leq U) \geq 1 - \alpha \quad (21)$$

となるような区間 $[L, U]$ を求める.

- * α : 誤差率 (例: 0.05 なら 5% の確率で区間に含まれない)
- * L, U : 下側・上側信頼限界
- * 区間 $[L, U]$ を $100(1 - \alpha)\%$ **信頼区間** (confidence interval, CI) と呼ぶ. (例: 0.95 なら 95% CI)
- * L, U は標本 X_1, \dots, X_n の関数 (統計量)

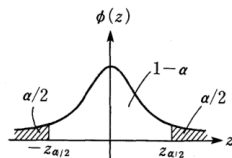


図 11.6 信頼係数 $1 - \alpha$ の信頼区間の作り方. 中心部分に“当り”の確率 $1 - \alpha$ の領域を置く.

» 区間推定

信頼区間の意味

信頼区間の意味:

- * θ は定数であり、ある一つの標本から得られた信頼区間は
 - * θ を含むか、含まないかのどちらかである
 - * 「 θ がこの区間に入る確率が $1 - \alpha$ 」という言い方は厳密には誤り
- * 正確な意味: 多くの異なる標本から信頼区間を計算したとき、そのうちの $1 - \alpha$ の割合が θ を含む

信頼区間の幅 $d = U - L$ は

- * n (標本サイズ) が大きいほど短くなる ($\frac{1}{\sqrt{n}}$ のオーダーで 0 に近づく)
- * より精度の高い推定が可能に
- * 調査や実験の計画における「必要な標本サイズ的设计」に活用される

» 正規母集団の母平均の区間推定

(1) 母分散 σ^2 が既知の場合, μ の信頼係数 $1 - \alpha$ の信頼区間

$$P\left(-z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha \quad (22)$$

$$\Rightarrow \text{CI} = \left[\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] \quad (23)$$

(2) 母分散 σ^2 が未知の場合, $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2$ 不変分散に対応する t 分布を使う, μ の信頼係数 $1 - \alpha$ の信頼区間

$$P\left(-t_{\alpha/2}(n-1) \leq \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \leq t_{\alpha/2}(n-1)\right) = 1 - \alpha \quad (24)$$

$$\Rightarrow \text{CI} = \left[\bar{X} - t_{\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right] \quad (25)$$

例: $n = 100, \bar{X} = 2.346, s = 0.047, t_{0.05}(99) \simeq 1.645$

$$2.346 \pm 1.645 \cdot \frac{0.047}{\sqrt{100}} = 2.346 \pm 0.0078 \quad \Rightarrow \text{信頼区間: } [2.338, 2.354]$$

» 正規母集団の母分散の区間推定

$(n-1)s^2/\sigma^2$ は自由度 $n-1$ の χ^2 分布 $\chi^2(n-1)$ に従うから、付表 3 の χ^2 分布表より、

$$P\left(\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1) \leq \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \leq \chi_{\alpha/2}^2(n-1)\right) = 1 - \alpha \quad (26)$$

これを σ^2 について解くと、母分散 σ^2 の信頼係数 $1 - \alpha$ の信頼区間：

$$CI = \left[\frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}, \frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)} \right] \quad (27)$$

» 母平均の差の信頼区間: 分散が未知・等しい場合

正規母集団 $N(\mu_1, \sigma^2)$, $N(\mu_2, \sigma^2)$ より独立標本: 母分散を合併分散 s_p^2 で推定

$$s_p^2 = \frac{1}{m+n-2} \left(\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2 + \sum_{j=1}^n (Y_j - \bar{Y})^2 \right)$$

このとき, 2 標本 t 統計量:

$$t = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}} \quad (28)$$

は自由度 $m+n-2$ の t 分布に従う. したがって,

$$P \left(-t_{\alpha/2}(m+n-2) \leq \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}} \leq t_{\alpha/2}(m+n-2) \right) = 1 - \alpha \quad (29)$$

これを $\mu_1 - \mu_2$ について解くと, 信頼区間は:

$$CI = \left[\bar{X} - \bar{Y} \pm t_{\alpha/2}(m+n-2) \cdot s_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}} \right] \quad (30)$$

» 母平均の差の信頼区間: 分散が未知・等しくない (Welch 法)

標本分散と統計量:

$$s_1^2 = \frac{1}{m-1} \sum (X_i - \bar{X})^2, \quad s_2^2 = \frac{1}{n-1} \sum (Y_j - \bar{Y})^2 \quad (31)$$

$$t = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{m} + \frac{s_2^2}{n}}} \quad (32)$$

近似自由度:

$$\nu^* = \frac{\left(\frac{s_1^2}{m} + \frac{s_2^2}{n}\right)^2}{\frac{1}{m-1} \left(\frac{s_1^2}{m}\right)^2 + \frac{1}{n-1} \left(\frac{s_2^2}{n}\right)^2} \quad (33)$$

信頼区間:

$$\text{CI} = \left[\bar{X} - \bar{Y} \pm t_{\alpha/2}(\nu^*) \cdot \sqrt{\frac{s_1^2}{m} + \frac{s_2^2}{n}} \right] \quad (34)$$

» 母分散の比の信頼区間

前回で述べたように,

$$\frac{s_2^2/\sigma_2^2}{s_1^2/\sigma_1^2} = \frac{s_2^2}{s_1^2} \cdot \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad (35)$$

は自由度 $(m-1, n-1)$ の F 分布に従う. よって,

$$P(F_{1-\alpha/2}(m-1, n-1) \leq \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \cdot \frac{s_1^2}{s_2^2} \leq F_{\alpha/2}(m-1, n-1)) = 1 - \alpha \quad (36)$$

これを σ_2^2/σ_1^2 について解くと, 信頼区間は:

$$CI = \left[\frac{s_2^2}{s_1^2} \cdot F_{1-\alpha/2}(m-1, n-1), \frac{s_2^2}{s_1^2} \cdot F_{\alpha/2}(m-1, n-1) \right] \quad (37)$$

» 母分散の比の信頼区間

例

例: 2 種類のマニラ麻の破断強度は異なるかを信頼係数 90% で調べる。
データ:

* 第 1 の種類: 254, 218, 244, 259, 241

* 第 2 の種類: 240, 249, 223, 237, 202, 226, 256

正規母集団を仮定し, まずは母分散の比 σ_2^2/σ_1^2 の信頼区間を求める. 標本分散は,

$$s_1^2 = 251.7, \quad s_2^2 = 326.6$$

$F_{0.05}(4, 6) = 4.53, F_{0.95}(4, 6) = 1/F_{0.05}(6, 4) = 1/6.16$ に注意して,

$$\left[\frac{326.6}{251.7} \cdot \frac{1}{6.16}, \frac{326.6}{251.7} \cdot 4.53 \right] = [0.211, 5.878]$$

これは 1.0 を含むので, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ と仮定することは許される.

» 母分散の比の信頼区間

例 (続き)

次に、 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ を仮定して、母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ の 90% 信頼区間を求める:

$$\bar{X} = 243.2, \quad \bar{Y} = 233.26, \quad t_{0.05}(10) = 1.812$$

なので、合併分散を用いて、信頼区間:

$$CI = 243.2 - 233.26 \pm 1.812 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) \frac{4 \times 251.7 + 6 \times 326.6}{4 + 6}}$$

を計算すればいい. よって、信頼区間は:

$$[-8.34, 28.22]$$

信頼区間が 0 を含むため、統計的には、この 2 種類のマニラ麻の破断強度は異なるとは言えない。つまり、破断強度の観点からは、2 種類のマニラ麻の性能に差はないと判断される。

» 必要な標本サイズの設計の例

- * 研究目的: 新薬による収縮期血圧の平均降下量を推定
- * 要求精度: 95% 信頼区間の幅を $\pm 2\text{mmHg}$ 以内
- * 過去の類似薬のデータ: 標準偏差 $\sigma \approx 8\text{mmHg}$

母平均 μ の 95% 信頼区間は:

$$\bar{X} \pm 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

推定: 95% 信頼区間の半幅:

$$d = 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

要求される精度: $d \leq 2\text{mmHg}$ より

$$d = 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{n}} \leq 2$$

$$\sqrt{n} \geq \frac{15.68}{2} = 7.84$$

$$n \geq 61.47 \Rightarrow \boxed{n = 62\text{人}}$$