LEHRSTUHL FÜR RECHNERARCHITEKTUR UND PARALLELE SYSTEME

Grundlagenpraktikum: Rechnerarchitektur

Gruppe 102 – Abgabe zu Aufgabe A301
Wintersemester 2020/21

Balkiss Nouri Yesmine Maalej Ismail Ben Ayed

1 Beweis

wir möchten zeigen dass die folgende Gleichung für $n >= 1$ gilt:

$$f^n(x) = u_n \cdot x^{\frac{1}{2}-n} mit f(x) = \sqrt{x}$$

Dafür führen wir eine Induktion über den exponent von x :
InduktionsBasis : sei n=1 mit $f^0(x) = x^{\frac{1}{2}}$

$$f^1(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1}$$

Die Gleichung ist damit für n=1 bewiesen .
Induktionsschritt :wir nehmen an, dass die Behauptung für n gilt . Das heißt dass:

$$f^n(x) = u_n \cdot x^{\frac{1}{2}-n} mit f(x) = \sqrt{x}$$

Wir zeigen, dass die Formel auch für n+1 gilt:

$$f^{n+1}(x) = (f^n(x))' = u_n \cdot (\frac{1}{2} - n) \cdot x^{\frac{1}{2}-n-1}$$

$$= u_n \cdot (\frac{1}{2} - n) \cdot x^{\frac{1}{2}-(n+1)}$$

$$= u_{n+1} \cdot x^{\frac{1}{2}-(n+1)}$$

Damit ist die Gleichung bewisen und wir können die folgende Gleichung davon ableiten:
$f^{n+1}(x) = u_n \cdot (\frac{1}{2} - n) \cdot x^{\frac{1}{2}-(n+1)} = f^n(x) \cdot x^{-1} \cdot (\frac{1}{2} - n) = \frac{(\frac{1}{2}-n) \cdot f^n(x)}{x}$