UNIDAD N° 3

VARIABLES ALEATORIAS Y SUS DISTRIBUCIONES

UNIDAD N° 3: VARIABLES ALEATORIAS Y SUS DISTRIBUCIONES

Ejercicio N° 1:

En una urna hay 10 bolillas de las cuales 3 son verdes.

1.1. Plantear la Distribución de probabilidades de la variable x: cantidad de bolillas verdes considerando que son seleccionadas aleatoriamente 2 bolillas distintas.
1.2. Plantear la Distribución de probabilidades de la variable x: cantidad de bolillas verdes considerando que son seleccionadas aleatoriamente 3 bolillas distintas.
1.3. Plantear la Distribución de probabilidades de la variable x: cantidad de bolillas verdes considerando que son seleccionadas aleatoriamente 4 bolillas distintas.

Ejercicio N° 2:

En cierta área de una empresa hay cinco técnicos y a nueve licenciados. Si se eligen al azar a cinco personas sin reposición para brindarles un curso de actualización. ¿Cuál es la probabilidad de que el grupo seleccionado incluya a dos técnicos?

Ejercicio N° 3:

Una empresa tiene 15 empleados de los cuales 2 tienen disponibilidad para viajar. Son seleccionados aleatoriamente cinco empleados diferentes para asignarles un proyecto
3.1. ¿Cuál es la probabilidad el proyecto incluya un empleado que tenga disponibilidad para viajar?
3.2. ¿Cuál es la probabilidad de que todos tengan disponibilidad para viajar?

Ejercicio N° 4:

De los 8 comercios ubicados en cierta región, 3 reciben tarjeta de crédito. Un inspector selecciona aleatoriamente 2 comercios diferentes.
4.1. ¿Cuál es la probabilidad de que uno de los comercios reciba tarjeta de crédito?
4.2. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los comercios reciba tarjeta de crédito?

Ejercicio N° 5:

Un bolillero contiene cuatro bolillas verdes y 6 bolillas azules. Se extraen cuatro bolillas del bolillero, sin reposición.

5.1. Calcular la probabilidad de que haya como máximo una bolilla verde en la muestra.
5.2. Obtener la distribución de probabilidad de x (cantidad de bolillas verdes)
5.3. Calcular los Parámetros de la Distribución de Probabilidades (Valor esperado, la varianza y la desviación estándar de la variable aleatoria x)

Ejercicio N° 6:

A un centro de atención al cliente ingresan en promedio 3 consultas en media hora. Calcular la probabilidad de que ingresen:

6.1. Seis consultas en una hora
6.2. Como máximo 3 consultas en diez minutos
6.3. Más de 3 consultas en 20 minutos

Ejercicio N° 7:

El 1% de las piezas que produce cierta máquina deben ser descartadas. Es seleccionada una muestra de 200 piezas. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de cuatro deban ser descartadas?

RESPUESTAS

Ejercicio N° 1:

En una urna hay 10 bolillas de las cuales 3 son verdes (V)

Población: 10 bolillas (**N= 10**)
Cárácterística bajo estudio: bolillas verdes, por lo tanto V es el éxito.
En la población hay 3 bolillas verdes por lo tanto hay **3 éxitos en la población**, en consecuencia **K= 3**

Se extraen **n** bolillas distintas, esto implica que las bolillas extraídas son seleccionadas sin reposición, es decir que se realiza el muestreo sin reposición (MSR)

1.1. Plantear la Distribución de probabilidades de la variable x: cantidad de bolillas verdes considerando que son seleccionadas aleatoriamente 2 bolillas distintas.

Significado de la variable aleatoria en el caso planteado:

x: cantidad de bolillas verdes que podemos obtener al extraer 2 bolillas sin reposición

n/N= 2/10=0,20 > 0,05 y MSR en consecuencia utilizamos Modelo Hipergeométrico

Si extraemos 2 bolillas (**n=2**) entonces la Distribución de Probabilidades queda planteada de la siguiente manera:

x	**P(x)=** $\frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n} = \frac{C_3^x * C_7^{2-x}}{C_{10}^2}$
0	**P(x= 0)=** $\frac{C_3^0 * C_7^{2-0}}{C_{10}^2}$ **=** $\frac{1*21}{45}$ **= 0,4666666666**

1	P(x= 1)= $\frac{C_3^1 * C_7^{2-1}}{C_{10}^2} = \frac{3*7}{45}$ = 0,4666666666
n=2	P(x= 2)= $\frac{C_3^2 * C_7^{2-2}}{C_{10}^2} = \frac{3*1}{45}$ = 0,0666666666

(n=2) < (K=3) por lo tanto los posibles valores de x varían de 0 a n

1.2. Plantear la Distribución de probabilidades de la variable x: cantidad de bolillas verdes considerando que son seleccionadas aleatoriamente 3 bolillas distintas.

Significado de la variable aleatoria en el caso planteado:

x: cantidad de bolillas verdes que podemos obtener al extraer 3 bolillas sin reposición

n/N= 3/10=0,30 > 0,05 y MSR en consecuencia utilizamos Modelo Hipergeométrico

Si extraemos 3 bolillas (**n=3**) entonces la Distribución de Probabilidades queda planteada de la siguiente manera:

x	P(x)= $\frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n} = \frac{C_3^x * C_7^{3-x}}{C_{10}^3}$
0	P(x= 0)= $\frac{C_3^0 * C_7^{3-0}}{C_{10}^3} = \frac{1*35}{120}$ = 0,2916666
1	P(x= 1)= $\frac{C_3^1 * C_7^{3-1}}{C_{10}^3} = \frac{3*21}{120}$ = 0,525
2	P(x= 2)= $\frac{C_3^2 * C_7^{3-2}}{C_{10}^3} = \frac{3*7}{120}$ = 0,175
n=3	P(x= 3)= $\frac{C_3^3 * C_7^{3-3}}{C_{10}^3} = \frac{1*1}{120}$ = 0,0083333

(n=2) = (K=3) por lo tanto los posibles valores de x varían de 0 a n

1.3. Plantear la Distribución de probabilidades de la variable x: cantidad de bolillas verdes considerando que son seleccionadas aleatoriamente 4 bolillas distintas.

Significado de la variable aleatoria en el caso planteado:

x: cantidad de bolillas verdes que podemos obtener al extraer 4 bolillas sin reposición

n/N= 4/10=0,40 > 0,05 y MSR en consecuencia utilizamos Modelo Hipergeométrico

Si extraemos 4 bolillas (**n=4**) entonces la Distribución de Probabilidades queda planteada de la siguiente manera:

x	$P(x)=\frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n} = \frac{C_3^x * C_7^{4-x}}{C_{10}^4}$
0	$P(x = 0)=\frac{C_3^0 * C_7^{4-0}}{C_{10}^4} = \frac{1*35}{210}$ = **0,1666666**
1	$P(x = 1)=\frac{C_3^1 * C_7^{4-1}}{C_{10}^4} = \frac{3*35}{210}$ = **0,5000000**
2	$P(x = 2)=\frac{C_3^2 * C_7^{4-2}}{C_{10}^4} = \frac{3*21}{210}$ = **0,3000000**
K= 3	$P(x = 3)=\frac{C_3^3 * C_7^{4-3}}{C_{10}^4} = \frac{1*7}{210}$ = **0,3333333**
n=4	**P(x= 4) = 0 es imposible que las 4 bolillas seleccionadas sean verdes**

(n=4) > (K=3) por lo tanto los posibles valores de x varían de 0 a K

Ejercicio N° 2:

En cierta área de una empresa hay cinco técnicos y a nueve licenciados. Si se eligen al azar a cinco personas sin reposición para brindarles un curso de actualización. ¿Cuál es la probabilidad de que el grupo seleccionado incluya a dos técnicos?

Se pide calcular la probabilidad de que 2 de los 5 sean técnicos

Éxito: técnico (porque es la característica para la cual se pide la probabilidad)

5 T + 9 L = 14
N=14
n=5

n/N= 5/14 > 0,05 y MSR por lo tanto se utilizará el Modelo Hipergeométrico
= 0,35

Significado de la variable aleatoria en el caso planteado:

x: cantidad de técnicos que podemos obtener en la muestra

Parámetros del Modelo Hipergeométrico: N=14 K=5 n= 5

N: tamaño de la población N=14

K: cantidad de éxitos en la población K=5

N – K: cantidad de fracasos en la población
N - K = 14 - 5 = 9

n: tamaño de la muestra (cantidad de elementos extraidos) n= 5

x= cantidad de éxitos en la muestra
x= 2

n - x = cantidad de fracasos en la muestra
n - x = 5 - 2 = 3

$$P(x) = \frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$$

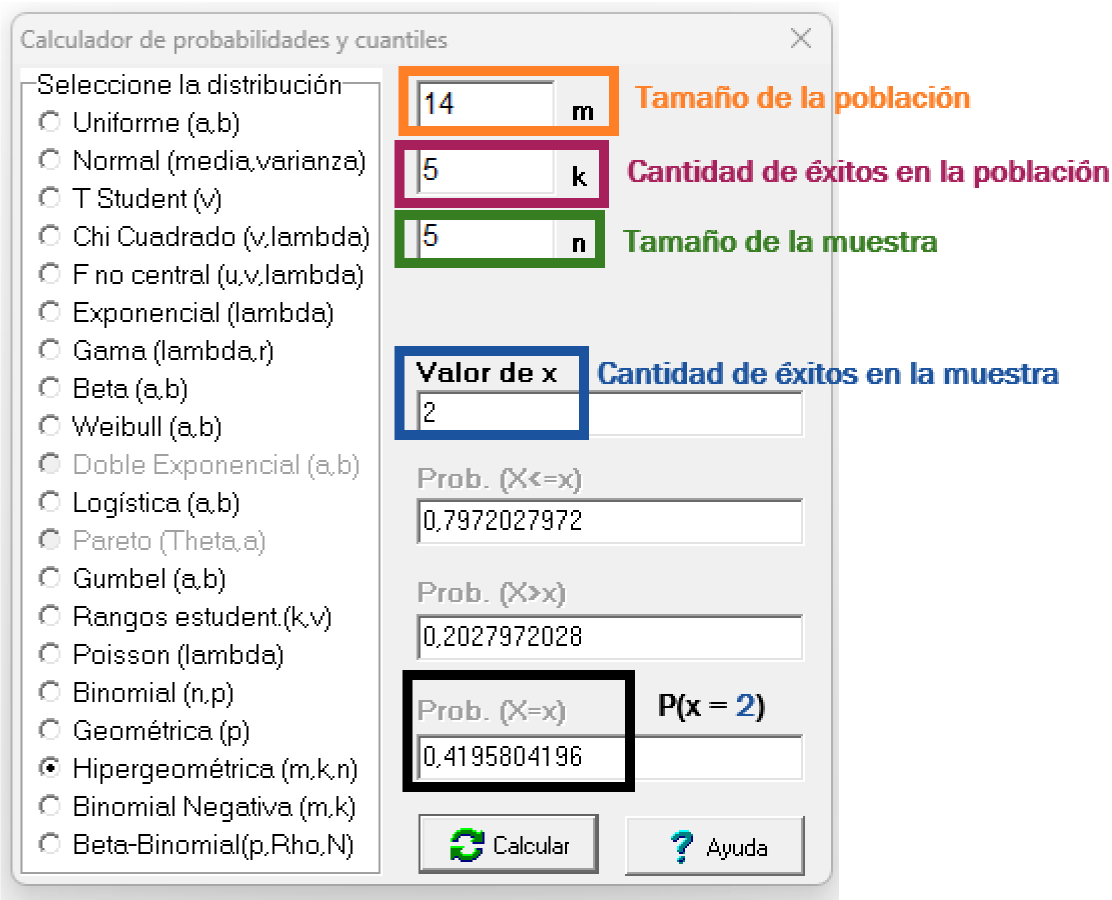
$$P(x = 2) = \frac{C_5^2 * C_{14-5}^{5-2}}{C_{14}^5}$$

$$P(x = 2) = \frac{C_5^2 * C_9^3}{C_{14}^5}$$

$$P(x = 2) = \frac{10 * 84}{2002}$$

P(x= 2) = 0,419580419

La probabilidad también puede obtenerse haciendo uso de Infostat:



Ejercicio N° 3:

Una empresa tiene **15 empleados** de los cuales **2 tienen disponibilidad para viajar**. Son seleccionados aleatoriamente **cinco** empleados diferentes para asignarles un proyecto

Datos:

Población: 15 empleados → N=15
Muestra: 5 empleados diferentes → n= 5 (se utiliza **M**uestreo **S**in **R**eposición):

n/N= 5/15 > 0,05 y MSR por lo tanto se utilizará el Modelo Hipergeométrico

3.1. ¿Cuál es la probabilidad el proyecto incluya **un empleado** que **tenga disponibilidad para viajar**?

La probabilidad se pide para empleado que **tenga disponibilidad para viajar** por lo tanto esa característica constituye el **éxito**. En la población hay 2 empleados que **tienen disponibilidad para viajar** en consecuencia:

K=X=2 cantidad de éxitos en la población

En resumen los valores de los parámetros son los siguientes:

N=15
K=X=2
n= 5

Significado de la variable aleatoria en el caso planteado:

x: cantidad de empleados que tienen disponibilidad para viajar en la muestra de 5

Cálculo de la probabilidad con uso de fórmula:

P(x=**xi**) $= \frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$

P(x=**1**) $= \frac{C_2^1 * C_{15-2}^{5-1}}{C_{15}^5}$

P(x=**1**) $= \frac{C_2^1 * C_{13}^4}{C_{15}^5}$

P(x=**1**)= $\frac{2*715}{3003}$

P(x=**1**)= **0,476190**

Cálculo de la probabilidad con uso de Tabla: La probabilidad se busca en la **última columna** de la Tabla V:

TABLA V: DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

N: tamaño de la población n: tamaño de la muestra K = X: cantidad de éxitos en la población

N	n	K=X	xi	P (x ≤ xi)	P(x = xi)
15	1	1	0	0,933333	0,933333
15	1	1	1	1,000000	0,066667
15	2	1	0	0,866667	0,866667
15	2	1	1	1,000000	0,133333
15	2	2	0	0,742857	0,742857
15	2	2	1	0,990476	0,247619
15	2	2	2	1,000000	0,009524

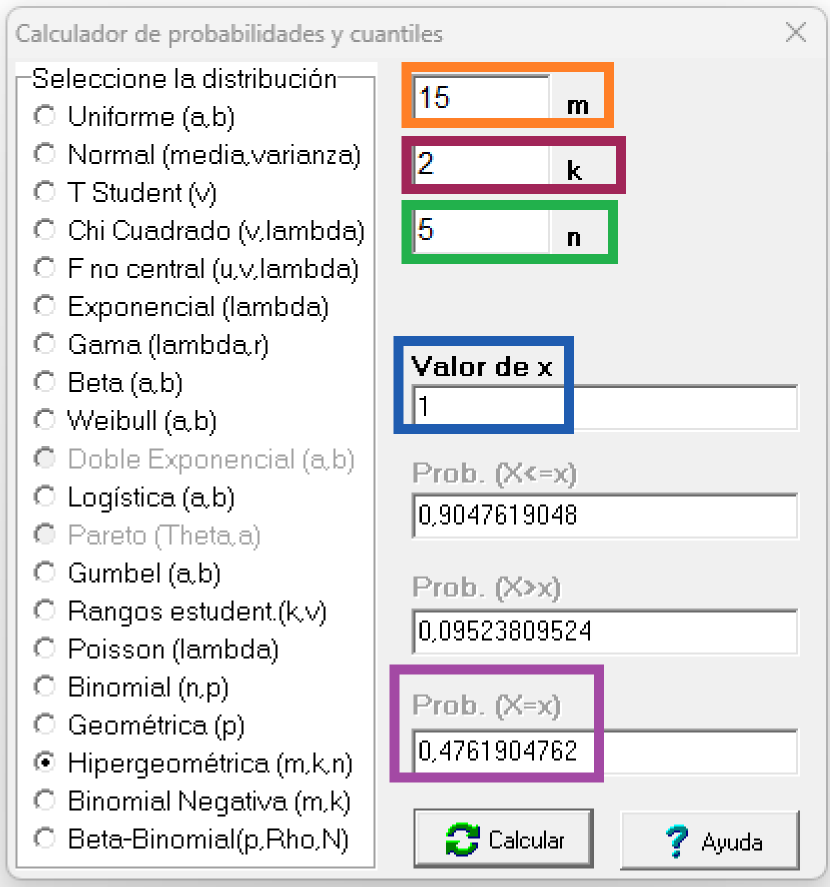
N	n	K = X	xi	P (x ≤ xi)	P(x = xi)
15	5	3	0	0,263736	0,263736
15	5	3	1	0,758242	0,494505
15	5	3	2	0,978022	0,219780
15	5	3	3	1,000000	0,021978
15	5	4	0	0,153846	0,153846
15	5	4	1	0,593407	0,439560
15	5	4	2	0,923077	0,329670
15	5	4	3	0,996337	0,073260

. . . .

15	5	1	0	0,666667	0,666667
15	5	1	1	1,000000	0,333333
15	5	2	0	0,428571	0,428571
15	5	2	1	0,904762	0,476190
15	5	2	2	1,000000	0,095238

15	6	5	4	0,998002	0,044955
15	6	5	5	1,000000	0,001998
15	6	6	2	0,545455	0,377622

Cálculo de la probabilidad con uso de Infostat:



3.2. ¿Cuál es la probabilidad de que todos **tengan disponibilidad para viajar**?

P(x=5)

Se pide la probabilidad de que los **5** los empleados tengan disponibilidad para viajar

(n= 5) > (K=2) en la población hay 2 empleados que tienen disponibilidad para viajar

Si **n > K** entonces los posibles valores de **x** varían de 0 a **2:**

N	n	K=X	xi	P (x ≤ xi)	P(x = xi)
15	1	1	0	0,933333	0,933333
15	1	1	1	1,000000	0,066667
15	2	1	0	0,866667	0,866667
15	2	1	1	1,000000	0,133333
15	2	2	0	0,742857	0,742857
15	2	2	1	0,990476	0,247619
15	2	2	2	1,000000	0,009524
				.	.
				.	.
				.	.
15	5	1	0	0,666667	0,666667
15	5	1	1	1,000000	0,333333
15	5	2	0	0,428571	**0,428571**
15	5	2	1	0,904762	**0,476190**
15	5	2	2	1,000000	**0,095238**

Los posibles valores de x varían de 0 a (K=2) lo tanto es imposible que los 5 empleados tengan disponibilidad para viajar

En la población hay 2 empleados que tienen disponibilidad para viajar por lo tanto es imposible que en la muestra haya 5 empleados que tengan disponibilidad para viajar.

P (x=5; N=15; n=5; K=2)= 0

Ejercicio N° 4:

De los 8 comercios ubicados en cierta región, 3 reciben tarjeta de crédito. Un inspector selecciona aleatoriamente 2 comercios diferentes.

4.1. ¿Cuál es la probabilidad de que uno de los comercios reciba tarjeta de crédito?

Datos:

Población: 8 comercios → N=8
Muestra: 2 empleados diferentes → n= 2 (se utiliza **M**uestreo **S**in **R**eposición):

n/N= 5/15 > 0,05 y MSR por lo tanto se utilizará el Modelo Hipergeométrico

Valores correspondientes a los parámetros del Modelo Hipergeométrico:

$N=8 \quad n=2 \quad K=3$

$$P(x = xi) = \frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$$

4.1. ¿Cuál es la probabilidad de que uno de los comercios reciba tarjeta de crédito?

P(x=1) $= \frac{C_3^1 * C_{8-3}^{2-1}}{C_8^2}$

P(x=1) $= \frac{C_3^1 * C_5^1}{C_8^2}$

P(x=1) $= \frac{3*5}{28}$

P(x=1) $=$ **0,5357**

4.2. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los comercios reciba tarjeta de crédito?

P(x=0) $= \frac{C_3^0 * C_{8-3}^{2-0}}{C_8^2}$

P(x=0) $= \frac{C_3^0 * C_5^2}{C_8^2}$

P(x=0) $= \frac{1*10}{28}$

P(x=0) = 0,3571

Ejercicio N° 5:

Un bolillero contiene cuatro bolillas verdes y 6 bolillas azules. Se extraen cuatro bolillas del bolillero, sin reposición.

Datos:

Población: 10 bolilias → N=10
Muestra: 4 bolillas diferentes → n= 2 (se utiliza **M**uestreo **S**in **R**eposición):

n/N= 4/10 > 0,05 y MSR por lo tanto se utilizará el Modelo Hipergeométrico

5.1. Calcular la probabilidad de que haya como máximo una bolilla verde en la muestra.

Significado de la variable aleatoria en el caso planteado:

x es el número de bolillas verdes que hay en la muestra → **éxito**: **bolillas verdes**

En la población hay 4 bolillas verdes, por lo tanto **K=X= 4**

Valores correspondientes a los parámetros del Modelo Hipergeométrico:

$N=10 \quad n=4 \quad K=4$

P (x ≤ 1) = 0,452381

Buscamos la probabilidad en la penúltima columna (columna ≤) de la Tabla Hipergeométrica (Tabla V):

N	n	X (equivale a K)	x	≤	=
10	4	4	0		
			1	0,452381	
			2		
			3		
			4		0,004762

Uso de la fórmula:

P (x ≤ 1) = P(x=0) + P(x=1)

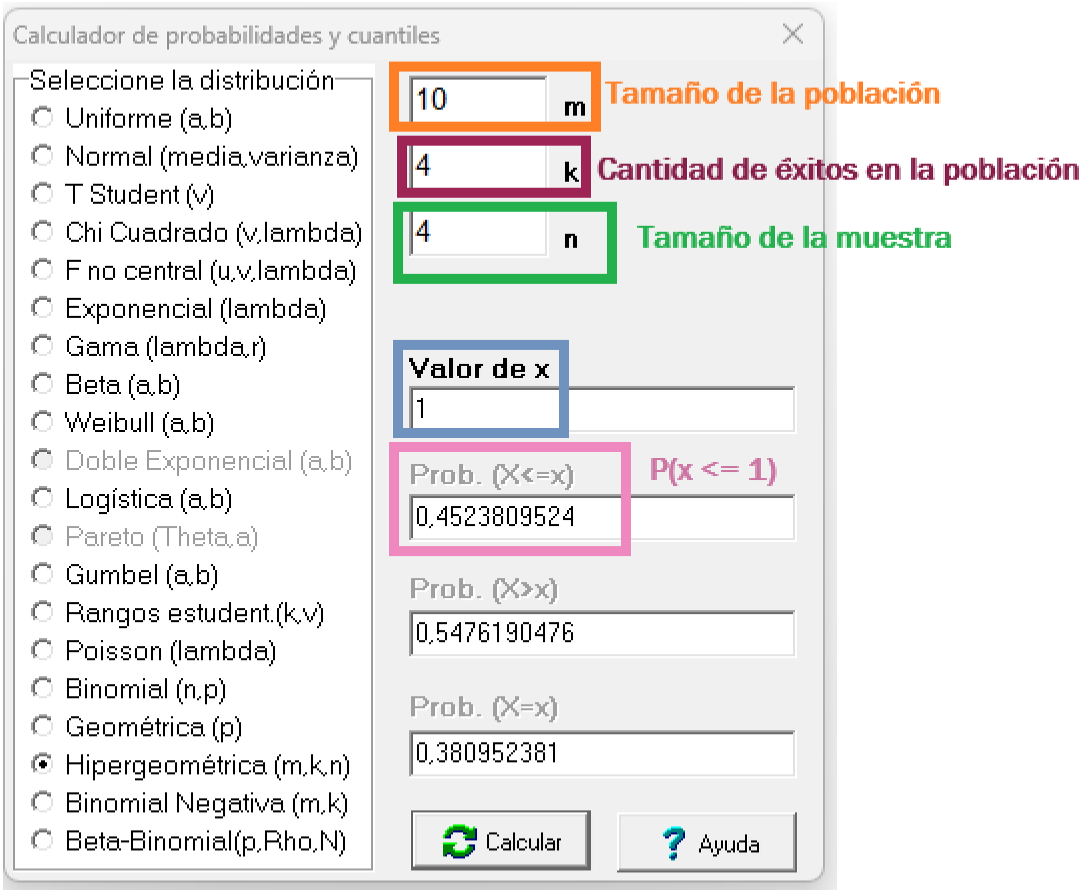
$$P(x \leq 1) = \frac{C_4^0 * C_{10-4}^{4-0}}{C_{10}^4} + \frac{C_4^1 * C_{10-4}^{4-1}}{C_{10}^4}$$

$$P(x \leq 1) = \frac{C_4^0 * C_6^4}{C_{10}^4} + \frac{C_4^1 * C_6^3}{C_{10}^4}$$

P (x ≤ 1) = 0,07142 + 0,38095

P (x ≤ 1) = 0,4523

Uso de Infostat:



P (x ≤ 1) = 0,4523

5.2. Obtener la Distribución de probabilidad de x (Incluye todos los posibles valores de x y sus respectivas probabilidades

x	P(x)
0	0,071429
1	0,380952
2	0,428571
3	0,114286
4	0,004762

Cada probabilidad **P(x)** se busca en la **última columna (columna =)** de la Tabla Hipergeométrica para **N=10 n=4** y **K=X= 4:**

N	n	X (equivale a K)	x	≤	=
10	4	4	0		0,071429
			1		0,380952
			2		0,428571
			3		0,114286
			4		0,004762

Cada probabilidad también puede obtenerse haciendo uso de Infostat.

5.3. Calcular los Parámetros de la Distribución de probabilidades de la variable aleatoria hipergeométrica

Valor esperado de x (Esperanza Matemática de la variable aleatoria x):

Fórmula general:

E(x)= ∑ x P(x)E(x)

= 0(0,071429) +1(0,380952) +2(0,428571) +3(0,114286) +4(0,004762)

E(x)= 1,6

En el Modelo Hipergeométrico la Esperanza Matemática también puede obtenerse a través de la siguiente fórmula:

$$E(x) = n\frac{K}{N}$$

$$= 4\frac{4}{10}$$

E(x)= 1,6

Varianza de la variable aleatoria x:

Fórmula general:

V(x)= $\sum x^2 P(x)$ **– [E(x)]**^{2}

= $[\, 0^2(0{,}071429) + 1^2(0{,}380952) + 2^2(0{,}428571) + 3^2\,(0{,}114286) + 4^2\,(0{,}004762)] - 1{,}6^2$

V(x)= 3,200002 – 2,56

V(x)= 0,64

En el Modelo Hipergeométrico la Varianza también puede obtenerse a través de la

siguiente fórmula:

V(x)= $n\frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

V(x)= $4\,\frac{4}{10}\left(1-\frac{4}{10}\right)\left(\frac{10-4}{10-1}\right)$

= $4(0,40)(0,60)\frac{6}{9}$

V(x)= 0,64

Desviación Standar de la variable aleatoria x:

DS(x)= $\sqrt{V(x)}$

$= \sqrt{0,64}$

DS(x)= 0,80

Ejercicio N° 6:

A un centro de atención al cliente ingresan en promedio 3 consultas en media hora.

Calcular la probabilidad de que ingresen:

6.1. Seis consultas en una hora
6.2. Como máximo 3 consultas en diez minutos
6.3. Más de 3 consultas en 20 minutos

λ= cantidad promedio de consultas que ingresan al centro de atención al cliente en media hora.

Dato: λ=3 para un período de media hora

Significado de la variable aleatoria en el caso planteado:

x: cantidad de consultas que ingresan al centro de atención al cliente en un determinado período.

6.1. Probabilidad de que ingresen seis consultas en una hora

P (x= 6) **Se encuentra en la Tabla III**

La probabilidad se pide para un período de 1 hora por lo tanto: λ= 6

Debemos calcular λ para el período en el cual se pide la probabilidad por regla de tres simple:

En el caso planteado debemos calcular λ para un período de una hora
1/2 hora → 30 minutos → 3 consultas
1 hora → 60 minutos → **λ= (60*3) /30**
60 minutos → **λ = 6**

En la Tabla III, en la columna de λ y la fila de **x** encontramos la probabilidad:

	m = λ									
x	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	6
0	0.0061	0.0055	0.0050	0.0045	0.0041	0.0037	0.0033	0.0030	0.0027	0.0025
1	0.0311	0.0287	0.0265	0.0244	0.0225	0.0207	0.0191	0.0176	0.0162	0.0149
2	0.0793	0.0746	0.0701	0.0659	0.0618	0.0580	0.0544	0.0509	0.0477	0.0446
3	0.1348	0.1293	0.1239	0.1185	0.1133	0.1082	0.1033	0.0985	0.0938	0.0892
4	0.1719	0.1681	0.1641	0.1600	0.1558	0.1515	0.1472	0.1428	0.1383	0.1339
5	0.1753	0.1748	0.1740	0.1728	0.1714	0.1697	0.1678	0.1656	0.1632	0.1606
6	0.1490	0.1515	0.1537	0.1555	0.1571	0.1584	0.1594	0.1601	0.1605	0.1606

P (x= **6**) = **0,1606**

6.2. Probabilidad de que ingresen como máximo 3 consultas en diez minutos (A lo sumo 3 consultas en diez minutos)

Debemos calcular λ para el período en el cual se pide la probabilidad por regla de tres simple:

1/2 hora → 30 minutos → 3 consultas
10 minutos → **λ= (60*3) /30**
10 minutos → **λ = 1**

Planteamos la probabilidad: **P (x ≤ 3)**

En los modelos para variables discretas la probabilidad **"menor o igual que"** se busca directamente en la tabla:

P (x ≤ 3)

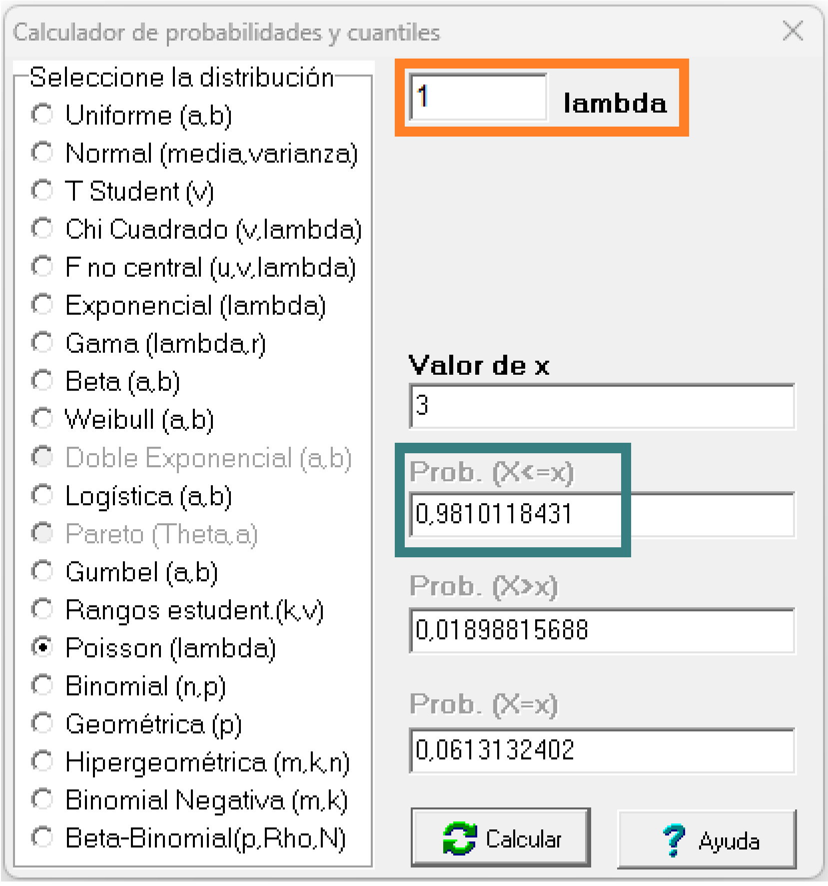
TABLA IV

Función de Probabilidad Poisson (Acumulada) P(x≤xi m=λ=nP)

	m=λ									
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

P (x ≤ 3)= 0,9810

Uso de Infostat:



P (x ≤ 3)= 0,9810118431

6.3. Probabilidad de que ingresen más de 3 consultas en 20 minutos

Debemos calcular λ para el período en el cual se pide la probabilidad por regla de tres simple:

1/2 hora → 30 minutos → 3 consultas
20 minutos → **λ= (60*3) /30**
20 minutos → **λ = 2**

Planteamos la probabilidad:

En los modelos para variables discretas, la probabilidad "mayor que" se transforma en probabilidad **"mayor o igual que"**

P (x > 3) = **P (x ≥ 4)**

TABLA IV

Función de Probabilidad Poisson (Acumulada) $P(x \leq x_i \;\; m=\lambda=nP)$

$m = \lambda$

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

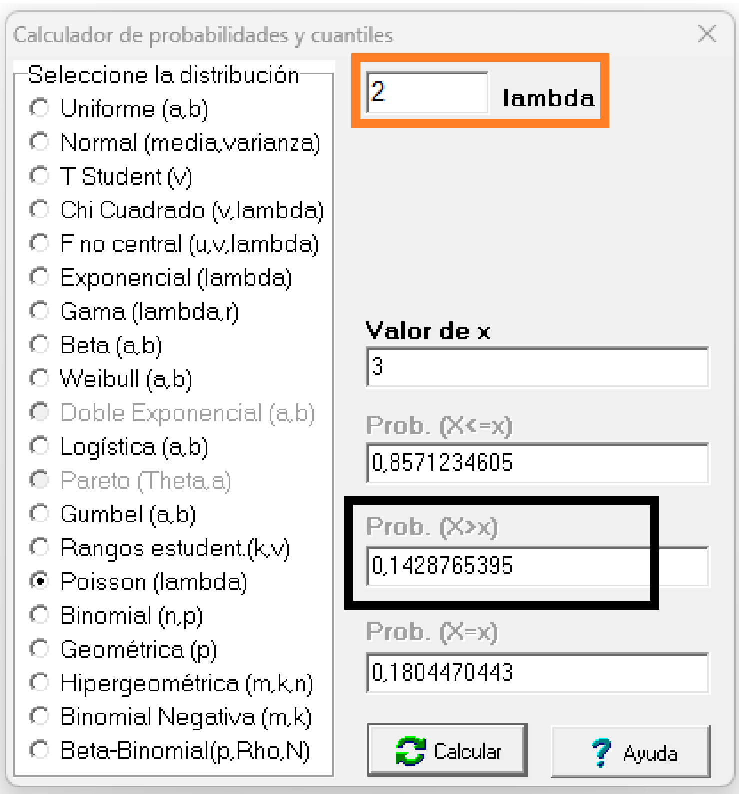
m

x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
0	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353
1	0.6990	0.6626	0.6268	0.5918	0.5578	0.5249	0.4932	0.4628	0.4337	0.4060
2	0.9004	0.8795	0.8571	0.8335	0.8088	0.7834	0.7572	0.7306	0.7037	0.6767
3	0.9743	0.9662	0.9569	0.9463	0.9344	0.9212	0.9068	0.8913	0.8747	0.8571
4	0.9946	0.9923	0.9893	0.9857	0.9814	0.9763	0.9704	0.9636	0.9559	0.9473

P (x > 3) = **P (x ≥ 4)**
= 1 – **P (x ≤ 3)**
= 1- **0,8571**
= **0,1429**

Uso de Infostat:

En Infostat la probabilidad "mayor que" puede obtenerse sin necesidad de transformarla a **"mayor o igual que"**



P (x > 3) = 0,1428765

Ejercicio N° 7:

El 1% de las piezas que produce cierta máquina deben ser descartadas. Es seleccionada una muestra de 200 piezas. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de cuatro deban ser descartadas?

Por defecto consideramos que las 200 piezas son seleccionadas **a partir de una población infinita,** por lo tanto el resultado obtenido al extraer una pieza no afecta las probabilidades al seleccionar las restantes piezas, en consecuencia **P** permanece constante por cada pieza extraída entonces las pruebas son independientes por lo tanto se utiliza el Modelo Binomial.

Los dos parámetros del Modelo Binomial son:

n = 200 porque seleccionamos aleatoriamente 200 piezas (repetimos 200 veces la prueba que consiste en seleccionar aleatoriamente una pieza) por defecto asumimos que fueron seleccionadas con reposición.

P: su valor depende de la característica para la cual se pide la probabilidad.
La probabilidad se pide para piezas que deben ser descartadas por lo tanto el éxito es piezas que deben ser **descartadas**, en consecuencia **P= 0,01**

n = 200 y **P= 0,01**

Cuando en una distribución binomial, los parámetros *n* y *P* cumplen las siguientes condiciones: n es grande **(n >20) y *P* es chico (*P*< 0,05)**; la distribución binomial se aproxima a la distribución poisson, de manera que los valores de las probabilidades obtenidas a través de una u otra distribución serán muy similares.
Cuando se cumplen estas condiciones para n y *P* podemos calcular la probabilidad haciendo una **aproximación del Modelo Binomial al Modelo Poisson**, en tal caso el parámetro a utilizar será $\lambda = nP$, dado que es el promedio de la variable x

$\lambda = n * P$ $\quad \lambda = 200 * 0{,}01$ $\quad \lambda = 2$

Probabilidad de que menos de 4 piezas deban ser descartadas:

P(x < 4)= P (x ≤ 3) Esta probabilidad se busca en Tabla IV

TABLA IV

Función de Probabilidad Poisson (Acumulada) $P(x \le x_i \;\; m=\lambda=nP)$

	m=λ									
x	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**1**
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

	m									
x	**1.1**	**1.2**	**1.3**	**1.4**	**1.5**	**1.6**	**1.7**	**1.8**	**1.9**	**2**
0	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353
1	0.6990	0.6626	0.6268	0.5918	0.5578	0.5249	0.4932	0.4628	0.4337	0.4060
2	0.9004	0.8795	0.8571	0.8335	0.8088	0.7834	0.7572	0.7306	0.7037	0.6767
3	0.9743	0.9662	0.9569	0.9463	0.9344	0.9212	0.9068	0.8913	0.8747	0.8571
4	0.9946	0.9923	0.9893	0.9857	0.9814	0.9763	0.9704	0.9636	0.9559	0.9473

P (x ≤ 3) = 0,8571

Utilizando Modelo Binomial:

n= 200 P= 0,01

$$P\,(x \le 3) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3)$$
$$= C_{200}^{0}\,0,01^{0}(1-0,01)^{200-0} + C_{200}^{1}\,0,01^{1}(0,99)^{200-1} + C_{200}^{2}\,0,01^{2}(0,99)^{200-2} + C_{200}^{3}\,0,01^{3}(0,99)^{200-3}$$
$$= C_{200}^{0}\,0,01^{0}(0,99)^{200} + C_{200}^{1}\,0,01^{1}(0,99)^{199} + C_{200}^{2}\,0,01^{2}(0,99)^{198} + C_{200}^{3}\,0,01^{3}(0,99)^{197}$$

= 1*1*0,1340 +200*0,01*0,1353+19900*0,0001*0,1367+1313400*0,000001*0,1381

P (x ≤ 3)= 0,1340+0,2706+0,2720+0,1814

P (x ≤ 3)=0,8580

Utilizando Modelo Poisson: P (x ≤ 3) = 0,8571
Utilizando Modelo Binomial: P (x ≤ 3) = 0,8580

Hemos comprobado que, si (n >20) y *P* es chico (*P*< 0,05) entonces la probabilidad obtenida a través del Modelo Binomial se aproxima a la probabilidad obtenida a través del Modelo Poisson.