

UNIDAD N° 3

VARIABLES
ALEATORIAS Y SUS
DISTRIBUCIONES

UNIDAD N° 3: VARIABLES ALEATORIAS Y SUS DISTRIBUCIONES

MODELO NORMAL

Ejercicio N° 1:

Supóngase que el tiempo promedio de permanencia en una determinada localidad turística es de 60 días, con una desviación estándar de 15 días, y que la población tiene forma normal. Calcular la probabilidad de que un turista elegido aleatoriamente tenga una estadía:

- 1.1. Menor que 82 días
- 1.2. Menor que 30 días
- 1.3. Mayor que 90 días
- 1.4. Mayor que 50 días
- 1.5. Mayor que 75 y menor que 80 días
- 1.6. Mayor que 16 y menor que 29 días
- 1.7. Entre 25 y 40 días
- 1.8. Entre 30 y 60 días

Ejercicio N° 2:

Las edades de los alumnos que concurren a determinado establecimiento se distribuyen normalmente con media igual a 24 años y desviación igual a 12 años. Calcular la probabilidad de que la edad de un alumno seleccionada aleatoriamente sea:

- 2.1. Menor que 25
- 2.2. Menor que 29
- 2.3. Menor que 28
- 2.4. Menor que 26
- 2.5. Mayor que 20
- 2.6. Mayor que 17
- 2.7. Mayor que 18
- 2.8. Mayor que 19
- 2.9. Mayor que 16
- 2.10. Menor que 22
- 2.11. Menor que 21
- 2.12. Menor que 17
- 2.13. Menor que 23
- 2.14. Mayor que 25 y menor que 27
- 2.15. Mayor que 26 y menor que 28
- 2.16. Mayor que 27 y menor que 29
- 2.17. Mayor que 22 y menor que 25
- 2.18. Mayor que 18 y menor que 25
- 2.19. Mayor que 20 y menor que 25
- 2.20. Entre 19 y 26
- 2.21. Entre 19 y 21
- 2.22. Entre 17 y 22

- 2.23. Entre 18 y 23
- 2.24. Entre 20 y 24

Ejercicio N° 3:

La longitud de las piezas fabricadas por una máquina se distribuye normal con media igual a 10 mm. y desviación igual a 15 mm. Calcular el porcentaje de piezas con longitud:

- 3.1. Menor que 10
- 3.2. Menor que 14
- 3.3. Mayor que 7
- 3.4. Mayor que 6
- 3.5. Mayor que 5
- 3.6. Mayor que 4
- 3.7. Menor que 12
- 3.8. Menor que 3
- 3.9. Menor que 2
- 3.10. Menor que 8
- 3.11. Menor que 1
- 3.12. Menor que 9
- 3.13. Entre 12 y 15
- 3.14. Entre 14 y 16
- 3.15. Entre 13 y 18
- 3.16. Entre 7 y 9
- 3.17. Entre 6 y 8
- 3.18. Entre 3 y 5
- 3.19. Entre 2 y 4
- 3.20. Entre 1 y 12
- 3.21. Entre 2 y 16
- 3.22. Entre 8 y 11
- 3.23. Entre 7 y 12
- 3.24. Entre 10 y 11
- 3.25. Entre 17 y 19

Ejercicio N° 4:

La vida útil de las piezas producidas por cierta máquina tiene una distribución normal con media igual a 43 y desviación igual a 12 meses.

- 4.1. ¿Cuál debe ser la vida útil de las piezas producidas por cierta máquina para que el 83,4% de las piezas superen esa duración?

- 4.2. Si se pretende que la probabilidad de que la duración de las piezas supere a esa vida útil es de 0,8340. ¿Cuál debe ser la vida útil?

Ejercicio N° 5:

En una distribución normal con una desviación estándar de 5,0 la probabilidad de que una observación elegida al azar exceda 21 es de 0,14. Encontrar la media de la distribución.

Ejercicio N° 6:

Se sabe que el tiempo promedio requerido para terminar un examen es de 70 minutos con una desviación estándar de 12 minutos. ¿Cuánto tiempo debe asignarse si se desea que el 90 % de los estudiantes tengan suficiente tiempo para terminar el examen? (Suponga que el tiempo requerido para terminar el examen tiene una distribución normal).

Ejercicio N° 7:

El retraso en la llegada de ciertos vuelos de cabotaje a un aeropuerto tiene distribución normal con media igual a 21 minutos y desviación igual a 3 minutos. Es seleccionado un vuelo aleatoriamente de los registros. Calcular la probabilidad de que el retraso sea:

- 7.1. Menor que 26 minutos.
- 7.2. Menor que 17 minutos.
- 7.3. Mayor que 29 minutos.
- 7.4. Mayor que 16 minutos.

RESPUESTAS

Ejercicio N° 1:

Supóngase que el tiempo promedio de permanencia en una determinada localidad turística es de 60 días, con una desviación estándar de 15 días, y que la población tiene forma normal.

x: tiempo de permanencia de un turista seleccionado aleatoriamente

Identificamos el valor de los parámetros: $\mu = 60$ (media) $\sigma = 15$ (desviación)

Podemos expresar los parámetros a través de la siguiente notación: $x \approx N(60; 15)$

1.1. Menor que 82 días

$$P(x < 82)$$

En la Tabla Normal la probabilidad solo se encuentra para la variable normal estándar $z \sim N(0; 1)$

Para utilizar la tabla debemos standarizar la variable a través de la siguiente fórmula:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$\begin{aligned} P(x < 82) &= P\left(z < \frac{82 - 60}{15}\right) \\ &= P(z < 1,466666666) \end{aligned}$$

$$= P(z < 1,47)$$

Esta probabilidad se encuentra directamente en la Tabla Normal (Tabla VI)

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
 $P(Z \leq z_i)$

z	Prob.										
0,00	0,5000	0,60	0,7257	1,20	0,8849	1,80	0,9641	2,40	0,9918	3,00	0,9987
0,01	0,5040	0,61	0,7291	1,21	0,8869	1,81	0,9649	2,41	0,9920	3,01	0,9987
0,02	0,5080	0,62	0,7324	1,22	0,8888	1,82	0,9656	2,42	0,9922	3,02	0,9987
0,03	0,5120	0,63	0,7357	1,23	0,8907	1,83	0,9664	2,43	0,9925	3,03	0,9988
0,04	0,5160	0,64	0,7389	1,24	0,8925	1,84	0,9671	2,44	0,9927	3,04	0,9988
0,05	0,5199	0,65	0,7422	1,25	0,8944	1,85	0,9678	2,45	0,9929	3,05	0,9989
0,06	0,5239	0,66	0,7454	1,26	0,8962	1,86	0,9686	2,46	0,9931	3,06	0,9989
0,07	0,5279	0,67	0,7486	1,27	0,8980	1,87	0,9693	2,47	0,9932	3,07	0,9989
0,08	0,5319	0,68	0,7517	1,28	0,8997	1,88	0,9699	2,48	0,9934	3,08	0,9990
0,09	0,5359	0,69	0,7549	1,29	0,9015	1,89	0,9706	2,49	0,9936	3,09	0,9990
0,10	0,5398	0,70	0,7580	1,30	0,9032	1,90	0,9713	2,50	0,9938	3,10	0,9990
0,11	0,5438	0,71	0,7611	1,31	0,9049	1,91	0,9719	2,51	0,9940	3,11	0,9991
0,12	0,5478	0,72	0,7642	1,32	0,9066	1,92	0,9726	2,52	0,9941	3,12	0,9991
0,13	0,5517	0,73	0,7673	1,33	0,9082	1,93	0,9732	2,53	0,9943	3,13	0,9991
0,14	0,5557	0,74	0,7704	1,34	0,9099	1,94	0,9738	2,54	0,9945	3,14	0,9992
0,15	0,5596	0,75	0,7734	1,35	0,9115	1,95	0,9744	2,55	0,9946	3,15	0,9992
0,16	0,5636	0,76	0,7764	1,36	0,9131	1,96	0,9750	2,56	0,9948	3,16	0,9992
0,17	0,5675	0,77	0,7794	1,37	0,9147	1,97	0,9756	2,57	0,9949	3,17	0,9992
0,18	0,5714	0,78	0,7823	1,38	0,9162	1,98	0,9761	2,58	0,9951	3,18	0,9993
0,19	0,5753	0,79	0,7852	1,39	0,9177	1,99	0,9767	2,59	0,9952	3,19	0,9993
0,20	0,5793	0,80	0,7881	1,40	0,9192	2,00	0,9772	2,60	0,9953	3,20	0,9993
0,21	0,5832	0,81	0,7910	1,41	0,9207	2,01	0,9778	2,61	0,9955	3,21	0,9993
0,22	0,5871	0,82	0,7939	1,42	0,9222	2,02	0,9783	2,62	0,9956	3,22	0,9994
0,23	0,5910	0,83	0,7967	1,43	0,9236	2,03	0,9788	2,63	0,9957	3,23	0,9994
0,24	0,5948	0,84	0,7995	1,44	0,9251	2,04	0,9793	2,64	0,9959	3,24	0,9994
0,25	0,5987	0,85	0,8023	1,45	0,9265	2,05	0,9798	2,65	0,9960	3,25	0,9994
0,26	0,6026	0,86	0,8051	1,46	0,9279	2,06	0,9803	2,66	0,9961	3,26	0,9994
0,27	0,6064	0,87	0,8078	1,47	0,9292	2,07	0,9808	2,67	0,9962	3,27	0,9995

$$\begin{aligned} P(-\infty < x < 82) &= P(x < 82) \\ &= P(z < 1,47) \\ &= 0,9292 \end{aligned}$$

1.2. Menor que 30 días

Para obtener la probabilidad en la tabla normal, debemos standarizar la variable es decir que debemos plantear la probabilidad en función de z:

$$\begin{aligned} P(x < 30) &= P\left(z < \frac{30-60}{15}\right) \\ &= P(z < -2) \end{aligned}$$

Esta probabilidad se encuentra directamente en la Tabla Normal (Tabla VI)

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
 $P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.										
-3,59	0,0002	-2,99	0,0014	-2,39	0,0084	-1,79	0,0367	-1,19	0,1170	-0,59	0,2776
-3,58	0,0002	-2,98	0,0014	-2,38	0,0087	-1,78	0,0375	-1,18	0,1190	-0,58	0,2810
-3,57	0,0002	-2,97	0,0015	-2,37	0,0089	-1,77	0,0384	-1,17	0,1210	-0,57	0,2843
-3,56	0,0002	-2,96	0,0015	-2,36	0,0091	-1,76	0,0392	-1,16	0,1230	-0,56	0,2877
-3,55	0,0002	-2,95	0,0016	-2,35	0,0094	-1,75	0,0401	-1,15	0,1251	-0,55	0,2912
-3,54	0,0002	-2,94	0,0016	-2,34	0,0096	-1,74	0,0409	-1,14	0,1271	-0,54	0,2946
-3,53	0,0002	-2,93	0,0017	-2,33	0,0099	-1,73	0,0418	-1,13	0,1292	-0,53	0,2981
-3,52	0,0002	-2,92	0,0018	-2,32	0,0102	-1,72	0,0427	-1,12	0,1314	-0,52	0,3015
-3,51	0,0002	-2,91	0,0018	-2,31	0,0104	-1,71	0,0436	-1,11	0,1335	-0,51	0,3050
-3,50	0,0002	-2,90	0,0019	-2,30	0,0107	-1,70	0,0446	-1,10	0,1357	-0,50	0,3085
-3,49	0,0002	-2,89	0,0019	-2,29	0,0110	-1,69	0,0455	-1,09	0,1379	-0,49	0,3121
-3,48	0,0003	-2,88	0,0020	-2,28	0,0113	-1,68	0,0465	-1,08	0,1401	-0,48	0,3156
-3,47	0,0003	-2,87	0,0021	-2,27	0,0116	-1,67	0,0475	-1,07	0,1423	-0,47	0,3192
-3,46	0,0003	-2,86	0,0021	-2,26	0,0119	-1,66	0,0485	-1,06	0,1446	-0,46	0,3228
-3,45	0,0003	-2,85	0,0022	-2,25	0,0122	-1,65	0,0495	-1,05	0,1469	-0,45	0,3264
-3,44	0,0003	-2,84	0,0023	-2,24	0,0125	-1,64	0,0505	-1,04	0,1492	-0,44	0,3300
-3,43	0,0003	-2,83	0,0023	-2,23	0,0129	-1,63	0,0516	-1,03	0,1515	-0,43	0,3336
-3,42	0,0003	-2,82	0,0024	-2,22	0,0132	-1,62	0,0526	-1,02	0,1539	-0,42	0,3372
-3,41	0,0003	-2,81	0,0025	-2,21	0,0136	-1,61	0,0537	-1,01	0,1562	-0,41	0,3409
-3,40	0,0003	-2,80	0,0026	-2,20	0,0139	-1,60	0,0548	-1,00	0,1587	-0,40	0,3446
-3,39	0,0003	-2,79	0,0026	-2,19	0,0143	-1,59	0,0559	-0,99	0,1611	-0,39	0,3483
-3,38	0,0004	-2,78	0,0027	-2,18	0,0146	-1,58	0,0571	-0,98	0,1635	-0,38	0,3520
-3,37	0,0004	-2,77	0,0028	-2,17	0,0150	-1,57	0,0582	-0,97	0,1660	-0,37	0,3557
-3,36	0,0004	-2,76	0,0029	-2,16	0,0154	-1,56	0,0594	-0,96	0,1685	-0,36	0,3594
-3,35	0,0004	-2,75	0,0030	-2,15	0,0158	-1,55	0,0606	-0,95	0,1711	-0,35	0,3632
-3,34	0,0004	-2,74	0,0031	-2,14	0,0162	-1,54	0,0618	-0,94	0,1736	-0,34	0,3669
-3,33	0,0004	-2,73	0,0032	-2,13	0,0166	-1,53	0,0630	-0,93	0,1762	-0,33	0,3707
-3,32	0,0005	-2,72	0,0033	-2,12	0,0170	-1,52	0,0643	-0,92	0,1788	-0,32	0,3745
-3,31	0,0005	-2,71	0,0034	-2,11	0,0174	-1,51	0,0655	-0,91	0,1814	-0,31	0,3783
-3,30	0,0005	-2,70	0,0035	-2,10	0,0179	-1,50	0,0668	-0,90	0,1841	-0,30	0,3821
-3,29	0,0005	-2,69	0,0036	-2,09	0,0183	-1,49	0,0681	-0,89	0,1867	-0,29	0,3859
-3,28	0,0005	-2,68	0,0037	-2,08	0,0188	-1,48	0,0694	-0,88	0,1894	-0,28	0,3897
-3,27	0,0005	-2,67	0,0038	-2,07	0,0192	-1,47	0,0708	-0,87	0,1922	-0,27	0,3936
-3,26	0,0006	-2,66	0,0039	-2,06	0,0197	-1,46	0,0721	-0,86	0,1949	-0,26	0,3974
-3,25	0,0006	-2,65	0,0040	-2,05	0,0202	-1,45	0,0735	-0,85	0,1977	-0,25	0,4013
-3,24	0,0006	-2,64	0,0041	-2,04	0,0207	-1,44	0,0749	-0,84	0,2005	-0,24	0,4052
-3,23	0,0006	-2,63	0,0043	-2,03	0,0212	-1,43	0,0764	-0,83	0,2033	-0,23	0,4090
-3,22	0,0006	-2,62	0,0044	-2,02	0,0217	-1,42	0,0778	-0,82	0,2061	-0,22	0,4129
-3,21	0,0007	-2,61	0,0045	-2,01	0,0222	-1,41	0,0793	-0,81	0,2090	-0,21	0,4168
-3,20	0,0007	-2,60	0,0047	-2,00	0,0228	-1,40	0,0808	-0,80	0,2119	-0,20	0,4207

$$P(x < 30) = 0,0228$$

1.3. Mayor que 90 días

$$\begin{aligned}
 P(x > 90) &= P\left(z > \frac{90-60}{15}\right) \\
 &= P(z > 2) \\
 &= P(z < -2) \text{ Se encuentra directamente en la Tabla Normal} \\
 P(z > 2) &= P(z < -2)
 \end{aligned}$$

Estas probabilidades son iguales porque las áreas que las representan son iguales:

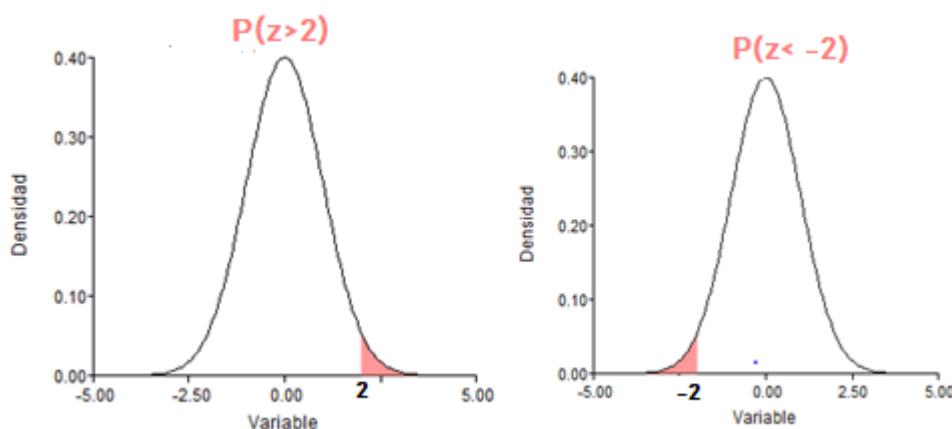


TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
 $P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.										
-3,59	0,0002	-2,99	0,0014	-2,39	0,0084	-1,79	0,0367	-1,19	0,1170	-0,59	0,2776
-3,58	0,0002	-2,98	0,0014	-2,38	0,0087	-1,78	0,0375	-1,18	0,1190	-0,58	0,2810
-3,57	0,0002	-2,97	0,0015	-2,37	0,0089	-1,77	0,0384	-1,17	0,1210	-0,57	0,2843
-3,56	0,0002	-2,96	0,0015	-2,36	0,0091	-1,76	0,0392	-1,16	0,1230	-0,56	0,2877
-3,55	0,0002	-2,95	0,0016	-2,35	0,0094	-1,75	0,0401	-1,15	0,1251	-0,55	0,2912
-3,54	0,0002	-2,94	0,0016	-2,34	0,0096	-1,74	0,0409	-1,14	0,1271	-0,54	0,2946
-3,53	0,0002	-2,93	0,0017	-2,33	0,0099	-1,73	0,0418	-1,13	0,1292	-0,53	0,2981
-3,52	0,0002	-2,92	0,0018	-2,32	0,0102	-1,72	0,0427	-1,12	0,1314	-0,52	0,3015
-3,51	0,0002	-2,91	0,0018	-2,31	0,0104	-1,71	0,0436	-1,11	0,1335	-0,51	0,3050
-3,50	0,0002	-2,90	0,0019	-2,30	0,0107	-1,70	0,0446	-1,10	0,1357	-0,50	0,3085
-3,49	0,0002	-2,89	0,0019	-2,29	0,0110	-1,69	0,0455	-1,09	0,1379	-0,49	0,3121
-3,48	0,0003	-2,88	0,0020	-2,28	0,0113	-1,68	0,0465	-1,08	0,1401	-0,48	0,3156
-3,47	0,0003	-2,87	0,0021	-2,27	0,0116	-1,67	0,0475	-1,07	0,1423	-0,47	0,3192
-3,46	0,0003	-2,86	0,0021	-2,26	0,0119	-1,66	0,0485	-1,06	0,1446	-0,46	0,3228
-3,45	0,0003	-2,85	0,0022	-2,25	0,0122	-1,65	0,0495	-1,05	0,1469	-0,45	0,3264
-3,44	0,0003	-2,84	0,0023	-2,24	0,0125	-1,64	0,0505	-1,04	0,1492	-0,44	0,3300
-3,43	0,0003	-2,83	0,0023	-2,23	0,0129	-1,63	0,0516	-1,03	0,1515	-0,43	0,3336
-3,42	0,0003	-2,82	0,0024	-2,22	0,0132	-1,62	0,0526	-1,02	0,1539	-0,42	0,3372
-3,41	0,0003	-2,81	0,0025	-2,21	0,0136	-1,61	0,0537	-1,01	0,1562	-0,41	0,3409
-3,40	0,0003	-2,80	0,0026	-2,20	0,0139	-1,60	0,0548	-1,00	0,1587	-0,40	0,3446
-3,39	0,0003	-2,79	0,0026	-2,19	0,0143	-1,59	0,0559	-0,99	0,1611	-0,39	0,3483
-3,38	0,0004	-2,78	0,0027	-2,18	0,0146	-1,58	0,0571	-0,98	0,1635	-0,38	0,3520
-3,37	0,0004	-2,77	0,0028	-2,17	0,0150	-1,57	0,0582	-0,97	0,1660	-0,37	0,3557
-3,36	0,0004	-2,76	0,0029	-2,16	0,0154	-1,56	0,0594	-0,96	0,1685	-0,36	0,3594
-3,35	0,0004	-2,75	0,0030	-2,15	0,0158	-1,55	0,0606	-0,95	0,1711	-0,35	0,3632
-3,34	0,0004	-2,74	0,0031	-2,14	0,0162	-1,54	0,0618	-0,94	0,1736	-0,34	0,3669
-3,33	0,0004	-2,73	0,0032	-2,13	0,0166	-1,53	0,0630	-0,93	0,1762	-0,33	0,3707
-3,32	0,0005	-2,72	0,0033	-2,12	0,0170	-1,52	0,0643	-0,92	0,1788	-0,32	0,3745
-3,31	0,0005	-2,71	0,0034	-2,11	0,0174	-1,51	0,0655	-0,91	0,1814	-0,31	0,3783
-3,30	0,0005	-2,70	0,0035	-2,10	0,0179	-1,50	0,0668	-0,90	0,1841	-0,30	0,3821
-3,29	0,0005	-2,69	0,0036	-2,09	0,0183	-1,49	0,0681	-0,89	0,1867	-0,29	0,3859
-3,28	0,0005	-2,68	0,0037	-2,08	0,0188	-1,48	0,0694	-0,88	0,1894	-0,28	0,3897
-3,27	0,0005	-2,67	0,0038	-2,07	0,0192	-1,47	0,0708	-0,87	0,1922	-0,27	0,3936
-3,26	0,0006	-2,66	0,0039	-2,06	0,0197	-1,46	0,0721	-0,86	0,1949	-0,26	0,3974
-3,25	0,0006	-2,65	0,0040	-2,05	0,0202	-1,45	0,0735	-0,85	0,1977	-0,25	0,4013
-3,24	0,0006	-2,64	0,0041	-2,04	0,0207	-1,44	0,0749	-0,84	0,2005	-0,24	0,4052
-3,23	0,0006	-2,63	0,0043	-2,03	0,0212	-1,43	0,0764	-0,83	0,2033	-0,23	0,4090
-3,22	0,0006	-2,62	0,0044	-2,02	0,0217	-1,42	0,0778	-0,82	0,2061	-0,22	0,4129
-3,21	0,0007	-2,61	0,0045	-2,01	0,0222	-1,41	0,0793	-0,81	0,2090	-0,21	0,4168
-3,20	0,0007	-2,60	0,0047	-2,00	0,0228	-1,40	0,0808	-0,80	0,2119	-0,20	0,4207

$$P(z < -2) = 0,0228$$

$$P(x < 90) = 0,0228$$

1.4. Mayor que 50 días

$$P(x > 50) = P\left(z > \frac{50-60}{15}\right)$$

$$\begin{aligned}
 &= P(z > -0,67) \\
 &= \text{P } (z < 0,67) \text{ Se encuentra directamente en la Tabla Normal} \\
 P(z > -0,67) &= \text{P } (z < 0,67)
 \end{aligned}$$

Estas probabilidades son iguales porque las áreas que las representan son iguales:

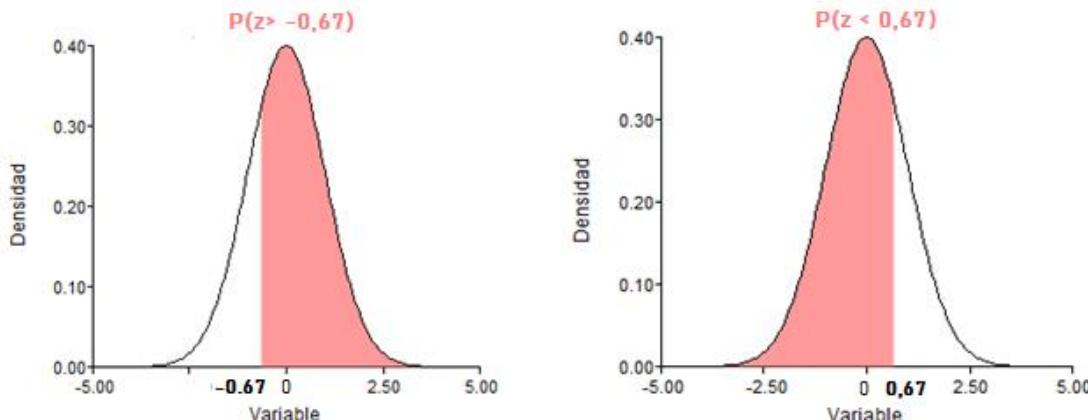


TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
 $P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.
0,00	0,5000	0,60	0,7257	1,20	0,8849	1,80	0,9641	2,40	0,9918	3,00	0,9987
0,01	0,5040	0,61	0,7291	1,21	0,8869	1,81	0,9649	2,41	0,9920	3,01	0,9987
0,02	0,5080	0,62	0,7324	1,22	0,8888	1,82	0,9656	2,42	0,9922	3,02	0,9987
0,03	0,5120	0,63	0,7357	1,23	0,8907	1,83	0,9664	2,43	0,9925	3,03	0,9988
0,04	0,5160	0,64	0,7389	1,24	0,8925	1,84	0,9671	2,44	0,9927	3,04	0,9988
0,05	0,5199	0,65	0,7422	1,25	0,8944	1,85	0,9678	2,45	0,9929	3,05	0,9989
0,06	0,5239	0,66	0,7454	1,26	0,8962	1,86	0,9686	2,46	0,9931	3,06	0,9989
0,07	0,5279	0,67	0,7486	1,27	0,8980	1,87	0,9693	2,47	0,9932	3,07	0,9989
0,08	0,5319	0,68	0,7517	1,28	0,8997	1,88	0,9699	2,48	0,9934	3,08	0,9990

$$P(x > 50) = 0,7486$$

1.5. Mayor que 75 y menor que 80 días

$$\begin{aligned}
 P(75 < x < 80) &= P\left(\frac{75-60}{15} < z < \frac{80-60}{15}\right) \\
 &= \text{P } (1 < z < 1,33) \\
 &= \text{P}(z < 1,33) - \text{P}(z < 1) \text{ Cada probabilidad se encuentra en la Tabla VI}
 \end{aligned}$$

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
 $P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.										
0,00	0,5000	0,60	0,7257	1,20	0,8849	1,80	0,9641	2,40	0,9918	3,00	0,9987
0,01	0,5040	0,61	0,7291	1,21	0,8869	1,81	0,9649	2,41	0,9920	3,01	0,9987
0,02	0,5080	0,62	0,7324	1,22	0,8888	1,82	0,9656	2,42	0,9922	3,02	0,9987
0,03	0,5120	0,63	0,7357	1,23	0,8907	1,83	0,9664	2,43	0,9925	3,03	0,9988
0,04	0,5160	0,64	0,7389	1,24	0,8925	1,84	0,9671	2,44	0,9927	3,04	0,9988
0,05	0,5199	0,65	0,7422	1,25	0,8944	1,85	0,9678	2,45	0,9929	3,05	0,9989
0,06	0,5239	0,66	0,7454	1,26	0,8962	1,86	0,9686	2,46	0,9931	3,06	0,9989
0,07	0,5279	0,67	0,7486	1,27	0,8980	1,87	0,9693	2,47	0,9932	3,07	0,9989
0,08	0,5319	0,68	0,7517	1,28	0,8997	1,88	0,9699	2,48	0,9934	3,08	0,9990
0,09	0,5359	0,69	0,7549	1,29	0,9015	1,89	0,9706	2,49	0,9936	3,09	0,9990
0,10	0,5398	0,70	0,7580	1,30	0,9032	1,90	0,9713	2,50	0,9938	3,10	0,9990
0,11	0,5438	0,71	0,7611	1,31	0,9049	1,91	0,9719	2,51	0,9940	3,11	0,9991
0,12	0,5478	0,72	0,7642	1,32	0,9066	1,92	0,9726	2,52	0,9941	3,12	0,9991
0,13	0,5517	0,73	0,7673	1,33	0,9082	1,93	0,9732	2,53	0,9943	3,13	0,9991
0,14	0,5557	0,74	0,7704	1,34	0,9099	1,94	0,9738	2,54	0,9945	3,14	0,9992
0,15	0,5596	0,75	0,7734	1,35	0,9115	1,95	0,9744	2,55	0,9946	3,15	0,9992
0,16	0,5636	0,76	0,7764	1,36	0,9131	1,96	0,9750	2,56	0,9948	3,16	0,9992
0,17	0,5675	0,77	0,7794	1,37	0,9147	1,97	0,9756	2,57	0,9949	3,17	0,9992
0,18	0,5714	0,78	0,7823	1,38	0,9162	1,98	0,9761	2,58	0,9951	3,18	0,9993
0,19	0,5753	0,79	0,7852	1,39	0,9177	1,99	0,9767	2,59	0,9952	3,19	0,9993
0,20	0,5793	0,80	0,7881	1,40	0,9192	2,00	0,9772	2,60	0,9953	3,20	0,9993
0,21	0,5832	0,81	0,7910	1,41	0,9207	2,01	0,9778	2,61	0,9955	3,21	0,9993
0,22	0,5871	0,82	0,7939	1,42	0,9222	2,02	0,9783	2,62	0,9956	3,22	0,9994
0,23	0,5910	0,83	0,7967	1,43	0,9236	2,03	0,9788	2,63	0,9957	3,23	0,9994
0,24	0,5948	0,84	0,7995	1,44	0,9251	2,04	0,9793	2,64	0,9959	3,24	0,9994
0,25	0,5987	0,85	0,8023	1,45	0,9265	2,05	0,9798	2,65	0,9960	3,25	0,9994
0,26	0,6026	0,86	0,8051	1,46	0,9279	2,06	0,9803	2,66	0,9961	3,26	0,9994
0,27	0,6064	0,87	0,8078	1,47	0,9292	2,07	0,9808	2,67	0,9962	3,27	0,9995
0,28	0,6103	0,88	0,8106	1,48	0,9306	2,08	0,9812	2,68	0,9963	3,28	0,9995
0,29	0,6141	0,89	0,8133	1,49	0,9319	2,09	0,9817	2,69	0,9964	3,29	0,9995
0,30	0,6179	0,90	0,8159	1,50	0,9332	2,10	0,9821	2,70	0,9965	3,30	0,9995
0,31	0,6217	0,91	0,8186	1,51	0,9345	2,11	0,9826	2,71	0,9966	3,31	0,9995
0,32	0,6255	0,92	0,8212	1,52	0,9357	2,12	0,9830	2,72	0,9967	3,32	0,9995
0,33	0,6293	0,93	0,8238	1,53	0,9370	2,13	0,9834	2,73	0,9968	3,33	0,9996
0,34	0,6331	0,94	0,8264	1,54	0,9382	2,14	0,9838	2,74	0,9969	3,34	0,9996
0,35	0,6368	0,95	0,8289	1,55	0,9394	2,15	0,9842	2,75	0,9970	3,35	0,9996
0,36	0,6406	0,96	0,8315	1,56	0,9406	2,16	0,9846	2,76	0,9971	3,36	0,9996
0,37	0,6443	0,97	0,8340	1,57	0,9418	2,17	0,9850	2,77	0,9972	3,37	0,9996
0,38	0,6480	0,98	0,8365	1,58	0,9429	2,18	0,9854	2,78	0,9973	3,38	0,9996
0,39	0,6517	0,99	0,8390	1,59	0,9441	2,19	0,9857	2,79	0,9974	3,39	0,9997
0,40	0,6554	1,00	0,8413	1,60	0,9452	2,20	0,9861	2,80	0,9974	3,40	0,9997

$$\begin{aligned}
 P(75 < x < 80) &= P(z < 1,33) - P(z < 1) \text{ Cada probabilidad se encuentra en la Tabla VI} \\
 &= 0,9082 - 0,8413 \\
 &= 0,0669
 \end{aligned}$$

1.6. Mayor que 16 y menor que 29 días

$$\begin{aligned}
 P(16 < x < 29) &= P\left(\frac{16-60}{15} < z < \frac{29-60}{15}\right) \\
 &= P(-2,93 < z < -2,07) \\
 &= P(z < -2,07) - P(z < -2,93) \text{ Cada probabilidad se encuentra en la Tabla VI}
 \end{aligned}$$

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
 $P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.										
-3,59	0,0002	-2,99	0,0014	-2,39	0,0084	-1,79	0,0367	-1,19	0,1170	-0,59	0,2776
-3,58	0,0002	-2,98	0,0014	-2,38	0,0087	-1,78	0,0375	-1,18	0,1190	-0,58	0,2810
-3,57	0,0002	-2,97	0,0015	-2,37	0,0089	-1,77	0,0384	-1,17	0,1210	-0,57	0,2843
-3,56	0,0002	-2,96	0,0015	-2,36	0,0091	-1,76	0,0392	-1,16	0,1230	-0,56	0,2877
-3,55	0,0002	-2,95	0,0016	-2,35	0,0094	-1,75	0,0401	-1,15	0,1251	-0,55	0,2912
-3,54	0,0002	-2,94	0,0016	-2,34	0,0096	-1,74	0,0409	-1,14	0,1271	-0,54	0,2946
-3,53	0,0002	-2,93	0,0017	-2,33	0,0099	-1,73	0,0418	-1,13	0,1292	-0,53	0,2981
-3,52	0,0002	-2,92	0,0018	-2,32	0,0102	-1,72	0,0427	-1,12	0,1314	-0,52	0,3015
-3,51	0,0002	-2,91	0,0018	-2,31	0,0104	-1,71	0,0436	-1,11	0,1335	-0,51	0,3050
-3,50	0,0002	-2,90	0,0019	-2,30	0,0107	-1,70	0,0446	-1,10	0,1357	-0,50	0,3085
-3,49	0,0002	-2,89	0,0019	-2,29	0,0110	-1,69	0,0455	-1,09	0,1379	-0,49	0,3121
-3,48	0,0003	-2,88	0,0020	-2,28	0,0113	-1,68	0,0465	-1,08	0,1401	-0,48	0,3156
-3,47	0,0003	-2,87	0,0021	-2,27	0,0116	-1,67	0,0475	-1,07	0,1423	-0,47	0,3192
-3,46	0,0003	-2,86	0,0021	-2,26	0,0119	-1,66	0,0485	-1,06	0,1446	-0,46	0,3228
-3,45	0,0003	-2,85	0,0022	-2,25	0,0122	-1,65	0,0495	-1,05	0,1469	-0,45	0,3264
-3,44	0,0003	-2,84	0,0023	-2,24	0,0125	-1,64	0,0505	-1,04	0,1492	-0,44	0,3300
-3,43	0,0003	-2,83	0,0023	-2,23	0,0129	-1,63	0,0516	-1,03	0,1515	-0,43	0,3336
-3,42	0,0003	-2,82	0,0024	-2,22	0,0132	-1,62	0,0526	-1,02	0,1539	-0,42	0,3372
-3,41	0,0003	-2,81	0,0025	-2,21	0,0136	-1,61	0,0537	-1,01	0,1562	-0,41	0,3409
-3,40	0,0003	-2,80	0,0026	-2,20	0,0139	-1,60	0,0548	-1,00	0,1587	-0,40	0,3446
-3,39	0,0003	-2,79	0,0026	-2,19	0,0143	-1,59	0,0559	-0,99	0,1611	-0,39	0,3483
-3,38	0,0004	-2,78	0,0027	-2,18	0,0146	-1,58	0,0571	-0,98	0,1635	-0,38	0,3520
-3,37	0,0004	-2,77	0,0028	-2,17	0,0150	-1,57	0,0582	-0,97	0,1660	-0,37	0,3557
-3,36	0,0004	-2,76	0,0029	-2,16	0,0154	-1,56	0,0594	-0,96	0,1685	-0,36	0,3594
-3,35	0,0004	-2,75	0,0030	-2,15	0,0158	-1,55	0,0606	-0,95	0,1711	-0,35	0,3632
-3,34	0,0004	-2,74	0,0031	-2,14	0,0162	-1,54	0,0618	-0,94	0,1736	-0,34	0,3669
-3,33	0,0004	-2,73	0,0032	-2,13	0,0166	-1,53	0,0630	-0,93	0,1762	-0,33	0,3707
-3,32	0,0005	-2,72	0,0033	-2,12	0,0170	-1,52	0,0643	-0,92	0,1788	-0,32	0,3745
-3,31	0,0005	-2,71	0,0034	-2,11	0,0174	-1,51	0,0655	-0,91	0,1814	-0,31	0,3783
-3,30	0,0005	-2,70	0,0035	-2,10	0,0179	-1,50	0,0668	-0,90	0,1841	-0,30	0,3821
-3,29	0,0005	-2,69	0,0036	-2,09	0,0183	-1,49	0,0681	-0,89	0,1867	-0,29	0,3859
-3,28	0,0005	-2,68	0,0037	-2,08	0,0188	-1,48	0,0694	-0,88	0,1894	-0,28	0,3897
-3,27	0,0005	-2,67	0,0038	-2,07	0,0192	-1,47	0,0708	-0,87	0,1922	-0,27	0,3936

$$\begin{aligned} P(16 < x < 29) &= P(z < -2,07) - P(z < -2,93) \\ &= 0,0192 - 0,0017 \\ &= 0,0175 \end{aligned}$$

1.7. Entre 25 y 40 días

$$\begin{aligned} P(25 \leq x \leq 40) &= P\left(\frac{25-60}{15} \leq z \leq \frac{40-60}{15}\right) \\ &= P(-2,33 \leq z \leq -1,33) \\ &= P(z \leq -1,33) - P(z \leq -2,33) \text{ Cada probabilidad se encuentra en la Tabla} \end{aligned}$$

z	Prob.										
-3,20	0,0007	-2,60	0,0047	-2,00	0,0228	-1,40	0,0808	-0,80	0,2119	-0,20	0,4207
-3,19	0,0007	-2,59	0,0048	-1,99	0,0233	-1,39	0,0823	-0,79	0,2148	-0,19	0,4247
-3,18	0,0007	-2,58	0,0049	-1,98	0,0239	-1,38	0,0838	-0,78	0,2177	-0,18	0,4286
-3,17	0,0008	-2,57	0,0051	-1,97	0,0244	-1,37	0,0853	-0,77	0,2206	-0,17	0,4325
-3,16	0,0008	-2,56	0,0052	-1,96	0,0250	-1,36	0,0869	-0,76	0,2236	-0,16	0,4364
-3,15	0,0008	-2,55	0,0054	-1,95	0,0256	-1,35	0,0885	-0,75	0,2266	-0,15	0,4404
-3,14	0,0008	-2,54	0,0055	-1,94	0,0262	-1,34	0,0901	-0,74	0,2296	-0,14	0,4443
-3,13	0,0009	-2,53	0,0057	-1,93	0,0268	-1,33	0,0918	-0,73	0,2327	-0,13	0,4483
-3,12	0,0009	-2,52	0,0059	-1,92	0,0274	-1,32	0,0934	-0,72	0,2358	-0,12	0,4522

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
 $P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.								
-3,59	0,0002	-2,99	0,0014	-2,39	0,0084	-1,79	0,0367	-1,19	0,1170
-3,58	0,0002	-2,98	0,0014	-2,38	0,0087	-1,78	0,0375	-1,18	0,1190
-3,57	0,0002	-2,97	0,0015	-2,37	0,0089	-1,77	0,0384	-1,17	0,1210
-3,56	0,0002	-2,96	0,0015	-2,36	0,0091	-1,76	0,0392	-1,16	0,1230
-3,55	0,0002	-2,95	0,0016	-2,35	0,0094	-1,75	0,0401	-1,15	0,1251
-3,54	0,0002	-2,94	0,0016	-2,34	0,0096	-1,74	0,0409	-1,14	0,1271
-3,53	0,0002	-2,93	0,0017	-2,33	0,0099	-1,73	0,0418	-1,13	0,1292
-3,52	0,0002	-2,92	0,0018	-2,32	0,0102	-1,72	0,0427	-1,12	0,1314
-3,51	0,0002	-2,91	0,0018	-2,31	0,0104	-1,71	0,0436	-1,11	0,1335
-3,50	0,0002	-2,90	0,0019	-2,30	0,0107	-1,70	0,0446	-1,10	0,1357

$$\begin{aligned} P(25 \leq x \leq 40) &= P(z \leq -1,33) - P(z \leq -2,33) \\ &= 0,0918 - 0,0099 \\ &= 0,0819 \end{aligned}$$

1.8. Entre 30 y 60 días

$$\begin{aligned} P(30 \leq x \leq 60) &= P\left(\frac{30-60}{15} \leq z \leq \frac{60-60}{15}\right) \\ &= P(-2 \leq z \leq 0) \\ &= P(z \leq 0) - P(z \leq -2) \end{aligned}$$

Cada probabilidad se encuentra en la Tabla Normal:

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
 $P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.										
0,00	0,5000	0,60	0,7257	1,20	0,8849	1,80	0,9641	2,40	0,9918	3,00	0,9987
0,01	0,5040	0,61	0,7291	1,21	0,8869	1,81	0,9649	2,41	0,9920	3,01	0,9987
0,02	0,5080	0,62	0,7324	1,22	0,8888	1,82	0,9656	2,42	0,9922	3,02	0,9987
0,03	0,5120	0,63	0,7357	1,23	0,8907	1,83	0,9664	2,43	0,9925	3,03	0,9988
0,04	0,5160	0,64	0,7389	1,24	0,8925	1,84	0,9671	2,44	0,9927	3,04	0,9988
0,05	0,5199	0,65	0,7422	1,25	0,8944	1,85	0,9678	2,45	0,9929	3,05	0,9989
0,06	0,5239	0,66	0,7454	1,26	0,8962	1,86	0,9686	2,46	0,9931	3,06	0,9989
0,07	0,5279	0,67	0,7486	1,27	0,8980	1,87	0,9693	2,47	0,9932	3,07	0,9989

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
 $P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.										
-3,59	0,0002	-2,99	0,0014	-2,39	0,0084	-1,79	0,0367	-1,19	0,1170	-0,59	0,2776
-3,58	0,0002	-2,98	0,0014	-2,38	0,0087	-1,78	0,0375	-1,18	0,1190	-0,58	0,2810
-3,57	0,0002	-2,97	0,0015	-2,37	0,0089	-1,77	0,0384	-1,17	0,1210	-0,57	0,2843
-3,56	0,0002	-2,96	0,0015	-2,36	0,0091	-1,76	0,0392	-1,16	0,1230	-0,56	0,2877
-3,55	0,0002	-2,95	0,0016	-2,35	0,0094	-1,75	0,0401	-1,15	0,1251	-0,55	0,2912
-3,54	0,0002	-2,94	0,0016	-2,34	0,0096	-1,74	0,0409	-1,14	0,1271	-0,54	0,2946
-3,53	0,0002	-2,93	0,0017	-2,33	0,0099	-1,73	0,0418	-1,13	0,1292	-0,53	0,2981
-3,52	0,0002	-2,92	0,0018	-2,32	0,0102	-1,72	0,0427	-1,12	0,1314	-0,52	0,3015
-3,51	0,0002	-2,91	0,0018	-2,31	0,0104	-1,71	0,0436	-1,11	0,1335	-0,51	0,3050
-3,50	0,0002	-2,90	0,0019	-2,30	0,0107	-1,70	0,0446	-1,10	0,1357	-0,50	0,3085
-3,49	0,0002	-2,89	0,0019	-2,29	0,0110	-1,69	0,0455	-1,09	0,1379	-0,49	0,3121
-3,48	0,0003	-2,88	0,0020	-2,28	0,0113	-1,68	0,0465	-1,08	0,1401	-0,48	0,3156
-3,47	0,0003	-2,87	0,0021	-2,27	0,0116	-1,67	0,0475	-1,07	0,1423	-0,47	0,3192
-3,46	0,0003	-2,86	0,0021	-2,26	0,0119	-1,66	0,0485	-1,06	0,1446	-0,46	0,3228
-3,45	0,0003	-2,85	0,0022	-2,25	0,0122	-1,65	0,0495	-1,05	0,1469	-0,45	0,3264
-3,44	0,0003	-2,84	0,0023	-2,24	0,0125	-1,64	0,0505	-1,04	0,1492	-0,44	0,3300
-3,43	0,0003	-2,83	0,0023	-2,23	0,0129	-1,63	0,0516	-1,03	0,1515	-0,43	0,3336
-3,42	0,0003	-2,82	0,0024	-2,22	0,0132	-1,62	0,0526	-1,02	0,1539	-0,42	0,3372
-3,41	0,0003	-2,81	0,0025	-2,21	0,0136	-1,61	0,0537	-1,01	0,1562	-0,41	0,3409
-3,40	0,0003	-2,80	0,0026	-2,20	0,0139	-1,60	0,0548	-1,00	0,1587	-0,40	0,3446
-3,39	0,0003	-2,79	0,0026	-2,19	0,0143	-1,59	0,0559	-0,99	0,1611	-0,39	0,3483
-3,38	0,0004	-2,78	0,0027	-2,18	0,0146	-1,58	0,0571	-0,98	0,1635	-0,38	0,3520
-3,37	0,0004	-2,77	0,0028	-2,17	0,0150	-1,57	0,0582	-0,97	0,1660	-0,37	0,3557
-3,36	0,0004	-2,76	0,0029	-2,16	0,0154	-1,56	0,0594	-0,96	0,1685	-0,36	0,3594
-3,35	0,0004	-2,75	0,0030	-2,15	0,0158	-1,55	0,0606	-0,95	0,1711	-0,35	0,3632
-3,34	0,0004	-2,74	0,0031	-2,14	0,0162	-1,54	0,0618	-0,94	0,1736	-0,34	0,3669
-3,33	0,0004	-2,73	0,0032	-2,13	0,0166	-1,53	0,0630	-0,93	0,1762	-0,33	0,3707
-3,32	0,0005	-2,72	0,0033	-2,12	0,0170	-1,52	0,0643	-0,92	0,1788	-0,32	0,3745
-3,31	0,0005	-2,71	0,0034	-2,11	0,0174	-1,51	0,0655	-0,91	0,1814	-0,31	0,3783
-3,30	0,0005	-2,70	0,0035	-2,10	0,0179	-1,50	0,0668	-0,90	0,1841	-0,30	0,3821
-3,29	0,0005	-2,69	0,0036	-2,09	0,0183	-1,49	0,0681	-0,89	0,1867	-0,29	0,3859
-3,28	0,0005	-2,68	0,0037	-2,08	0,0188	-1,48	0,0694	-0,88	0,1894	-0,28	0,3897
-3,27	0,0005	-2,67	0,0038	-2,07	0,0192	-1,47	0,0708	-0,87	0,1922	-0,27	0,3936
-3,26	0,0006	-2,66	0,0039	-2,06	0,0197	-1,46	0,0721	-0,86	0,1949	-0,26	0,3974
-3,25	0,0006	-2,65	0,0040	-2,05	0,0202	-1,45	0,0735	-0,85	0,1977	-0,25	0,4013
-3,24	0,0006	-2,64	0,0041	-2,04	0,0207	-1,44	0,0749	-0,84	0,2005	-0,24	0,4052
-3,23	0,0006	-2,63	0,0043	-2,03	0,0212	-1,43	0,0764	-0,83	0,2033	-0,23	0,4090
-3,22	0,0006	-2,62	0,0044	-2,02	0,0217	-1,42	0,0778	-0,82	0,2061	-0,22	0,4129
-3,21	0,0007	-2,61	0,0045	-2,01	0,0222	-1,41	0,0793	-0,81	0,2090	-0,21	0,4168
-3,20	0,0007	-2,60	0,0047	-2,00	0,0228	-1,40	0,0808	-0,80	0,2119	-0,20	0,4207

$$\begin{aligned} P(30 \leq x \leq 60) &= P(z \leq 0) - P(z \leq -2) \\ &= 0,50 - 0,0228 \end{aligned}$$

$$= 0,4772$$

En resumen:

En la tabla normal, sólo podemos obtener una probabilidad del tipo “menor que”

$P(z < a)$ Probabilidad de que z sea menor un valor positivo.

$P(z < -a)$ Probabilidad de que z sea menor un valor negativo.

Si luego del proceso de standardización obtenemos otra expresión diferente, debe plantearse otra probabilidad equivalente que contenga $P(z < a)$ o

$P(z < -a)$, esto da lugar a siguientes casos:

1. $P(z < a) = \text{se obtiene directamente de la tabla VI}$
2. $P(z > -a) = P(z < a)$
3. $P(z > a) = P(z < -a) \text{ o } P(z > a) = 1 - P(z < a)$
4. $P(z < -a) = \text{se obtiene directamente de la tabla VI}$
5. $P(a < z < b) = P(z < b) - P(z < a)$
6. $P(-b < z < -a) = P(z < -a) - P(z < -b)$
7. $P(-a < z < b) = P(z < b) - P(z < -a)$

Los casos 5, 6 y 7 pueden considerarse como un mismo caso si se plantean de la siguiente manera:

$P(\text{límite inferior} < z < \text{límite superior}) = P(z < \text{límite superior}) - P(z < \text{límite inferior})$

Importante:

En la probabilidades de variables aleatorias normales:

$P(z < a)$ es lo mismo que $P(z \leq a)$

Ejemplo: $P(z < 2)$ es lo mismo que $P(z \leq 2)$

$P(z > a)$ es lo mismo que $P(z \leq a)$

Ejemplo: $P(z < 2)$ es lo mismo que $P(z \geq 2)$

En los Modelos para Variables Discretas (Binomial, Hipergeométrico y Poisson)

$P(x < a)$ debe transformarse a \leq

Ejemplo: $P(x < 4) = P(x \leq 3)$

$P(x > a)$ debe transformarse a \geq

Ejemplo: $P(x > 4) = P(x \geq 5)$

Ejercicio N° 2:

Las edades de los alumnos que concurren a determinado establecimiento se distribuyen normalmente con media igual a 24 años y desviación igual a 12 años.

Datos: $\mu=24$ $\sigma=12$

Significado de la variable:

x: Edad de una estudiante seleccionado aleatoriamente.

Calcular la probabilidad de que la edad de un alumno seleccionada aleatoriamente sea:

2.1. Menor que 25

$$P(x < 25)$$

Debemos expresar la probabilidad en función de z, para ello al valor x para el cual se plantea la probabilidad le restamos μ y lo dividimos por σ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P(x < 25) &= P\left(z < \frac{25-24}{12}\right) \\ &= P(z < 0,08333) \end{aligned}$$

= **P(z < 0,08)** siempre debemos dejar expresado el valor obtenido en dos decimales porque de esa manera se encuentra en la Tabla Normal

En la Tabla Normal (Tabla VI) buscamos $P(z < 0,08)$ es decir, en tabla encontramos probabilidad de que z sea menor que un valor positivo.

En la primera columna buscamos z (hasta el segundo decimal) y en la segunda columna obtenemos la probabilidad:

z	Prob.
0,08	0,5319

$$\mathbf{P(z < 0,08) = 0,5319}$$

2.2. Menor que 29

$$\begin{aligned} P(x < 29) &= P(z < 0,42) \\ &= 0,6628 \end{aligned}$$

Esta probabilidad se encuentra en tabla de la siguiente manera:

En la primera columna buscamos z (hasta el segundo decimal) y en la segunda columna obtenemos la probabilidad:

z	Prob.
0,42	0,6628

2.3. Menor que 28

$$P(x < 28) = \mathbf{P(z < 0,33)} \\ = \mathbf{0,6293}$$

2.4. Menor que 26

$$P(x < 26) = \mathbf{P(z < 0,17)} \\ = \mathbf{0,5675}$$

2.5. Mayor que 20

$$P(x > 20) = \mathbf{P(z > -0,33)} \\ = \mathbf{P(z < 0,33)} \\ = \mathbf{0,6293}$$

2.6. Mayor que 17

$$P(x > 17) = \mathbf{P(z > -0,58)} \\ = \mathbf{P(z < 0,58)} \\ = \mathbf{0,7190}$$

2.7. Mayor que 18

$$P(x > 18) = \mathbf{P(z > -0,5)} \\ = \mathbf{P(z < 0,5)} \\ = \mathbf{0,6915}$$

2.8. Mayor que 19

$$P(x > 19) = \mathbf{P(z > -0,42)} \\ = \mathbf{P(z < 0,42)} \\ = \mathbf{0,6628}$$

2.9. Mayor que 16

$$P(x > 16) = \mathbf{P(z > -0,67)} \\ = \mathbf{P(z < 0,67)} \\ = \mathbf{0,7486}$$

2.10. Menor que 22

$$P(x < 22) = \mathbf{P(z < -0,17)} \\ = \mathbf{0,4325}$$

2.11. Menor que 21

$$P(x < 21) = P(z < -0,25) \\ = 0,4013$$

2.12. Menor que 17

$$P(x < 17) = P(z < -0,58) \\ = 0,2810$$

2.13. Menor que 23

$$P(x < 23) = P(z < -0,08) \\ = 0,4681$$

2.14. Mayor que 25 y menor que 27

$$P(25 < x < 27) = P(0,08 < z < 0,25) \\ = P(z < 0,05) - P(z < 0,08) \\ = 0,5987 - 0,5319 \\ = 0,0668$$

2.15. Mayor que 26 y menor que 28

$$P(26 < x < 28) = P(0,17 < z < 0,33) \\ = P(z < 0,33) - P(z < 0,17) \\ = 0,6293 - 0,5675 \\ = 0,0618$$

2.16. Mayor que 27 y menor que 29

$$P(27 < x < 29) = P(0,25 < z < 0,42) \\ = P(z < 0,42) - P(z < 0,25) \\ = 0,6628 - 0,5987 \\ = 0,0641$$

2.17. Mayor que 22 y menor que 25

$$P(22 < x < 25) = P(-0,17 < z < 0,08) \\ = P(z < 0,08) - P(z < -0,17) \\ = 0,5319 - 0,4325 \\ = 0,0994$$

2.18. Mayor que 18 y menor que 25

$$P(18 < x < 25) = P(-0,5 < z < 0,08) \\ = P(z < 0,08) - P(z < -0,5) \\ = 0,5319 - 0,3085 \\ = 0,2234$$

2.19. Mayor que 20 y menor que 25

$$P(20 < x < 25) = P(-0,33 < z < 0,08)$$

$$\begin{aligned}
 &= P(z < 0,08) - P(z < -0,33) \\
 &= 0,5319 - 0,3707 \\
 &= 0,1612
 \end{aligned}$$

2.20. Entre 19 y 26

(en Modelo Normal es igual que plantear: mayor que 19 y menor que 26)

$$\begin{aligned}
 P(19 < x < 26) &= P(-0,42 < z < 0,17) \\
 &= P(z < 0,17) - P(z < -0,42) \\
 &= 0,5675 - 0,3372 \\
 &= 0,2303
 \end{aligned}$$

2.21. Entre 19 y 21

(en Modelo Normal es igual que plantear: mayor que 19 y menor que 21)

$$\begin{aligned}
 P(19 < x < 21) &= P(-0,42 < z < -0,25) \\
 &= P(z < -0,25) - P(z < -0,42) \\
 &= 0,4013 - 0,3372 \\
 &= 0,0641
 \end{aligned}$$

2.22. Entre 17 y 22

(en Modelo Normal es igual que plantear: mayor que 17 y menor que 22)

$$\begin{aligned}
 P(17 < x < 22) &= P(-0,58 < z < -0,17) \\
 &= P(z < -0,17) - P(z < -0,58) \\
 &= 0,4325 - 0,2810 \\
 &= 0,1515
 \end{aligned}$$

2.23. Entre 18 y 23

(en Modelo Normal es igual que plantear: mayor que 18 y menor que 23)

$$\begin{aligned}
 P(18 < x < 23) &= P(-0,50 < z < -0,08) \\
 &= P(z < -0,08) - P(z < -0,50) \\
 &= 0,4681 - 0,3085 \\
 &= 0,1596
 \end{aligned}$$

2.24. Entre 20 y 24

(en Modelo Normal es igual que plantear: mayor que 20 y menor que 24)

$$\begin{aligned}
 P(20 < x < 24) &= P(-0,33 < z < 0) \\
 &= P(z < 0) - P(z < -0,33) \\
 &= 0,50 - 0,3707 \\
 &= 0,1293
 \end{aligned}$$

(en Modelo Normal es igual que plantear: mayor que 20 y menor que 24)

Ejercicio N° 3:

La longitud de las piezas fabricadas por una máquina se distribuye normal con

media igual a 10 mm. y desviación igual a 15 mm.

Datos: $x \sim (10; 15)$

Significado de la variable:

x: Longitud de una pieza seleccionada aleatoriamente

Calcular el porcentaje de piezas con longitud:

3.1. Menor que 10

$$P(x < 10) = P(z < 0) \\ = 0,50$$

3.2. Menor que 14

$$P(x < 14) = P(z < 0,27) \\ = 0,6064$$

3.3. Mayor que 7

$$P(x > 7) = P(z > -0,2) \\ = P(z < 0,2) \\ = 0,5793$$

3.4. Mayor que 6

$$P(x > 6) = P(z > -0,27) \\ = P(z < 0,27) \\ = 0,6064$$

3.5. Mayor que 5

$$P(x > 5) = P(z > -0,33) \\ = P(z < 0,33) \\ = 0,6293$$

3.6. Mayor que 4

$$P(x > 4) = P(z > -0,4) \\ = P(z < 0,4) \\ = 0,6554$$

3.7. Menor que 12

$$P(x < 12) = P(z < 0,13) \\ = 0,5517$$

3.8. Menor que 3

$$P(x < 3) = P(z < -0,47)$$

$$= 0,3192$$

3.9. Menor que 2

$$\begin{aligned} P(x < 2) &= P(z < -0,53) \\ &= 0,2981 \end{aligned}$$

3.10. Menor que 8

$$\begin{aligned} P(x < 8) &= P(z < -0,13) \\ &= 0,4483 \end{aligned}$$

3.11. Menor que 1

$$\begin{aligned} P(x < 1) &= P(z < -0,60) \\ &= 0,2743 \end{aligned}$$

3.12. Menor que 9

$$\begin{aligned} P(x < 9) &= P(z < -0,07) \\ &= 0,4721 \end{aligned}$$

3.13. Entre 12 y 15

$$\begin{aligned} P(12 < x < 15) &= P(0,13 < z < 0,33) \\ &= P(z < 0,33) - P(z < 0,13) \\ &= 0,6293 - 0,5517 \\ &= 0,0776 \end{aligned}$$

3.14. Entre 14 y 16

$$\begin{aligned} P(14 < x < 16) &= P(0,27 < z < 0,40) \\ &= P(z < 0,40) - P(z < 0,27) \\ &= 0,6554 - 0,6064 \\ &= 0,049 \end{aligned}$$

3.15. Entre 13 y 18

$$\begin{aligned} P(13 < x < 18) &= P(0,20 < z < 0,53) \\ &= P(z < 0,53) - P(z < 0,20) \\ &= 0,7019 - 0,5793 \\ &= 0,1226 \end{aligned}$$

3.16. Entre 7 y 9

$$\begin{aligned} P(7 < x < 9) &= P(-0,20 < z < -0,07) \\ &= P(z < -0,07) - P(z < -0,20) \\ &= 0,4721 - 0,4207 \\ &= 0,0514 \end{aligned}$$

3.17. Entre 6 y 8

$$\begin{aligned} P(6 < x < 8) &= P(-0,27 < z < -0,13) \\ &= P(z < -0,13) - P(z < -0,27) \\ &= 0,4483 - 0,3936 \\ &= 0,0547 \end{aligned}$$

3.18. Entre 3 y 5

$$\begin{aligned} P(3 < x < 5) &= P(-0,47 < z < -0,33) \\ &= P(z < -0,07) - P(z < -0,20) \\ &= 0,4721 - 0,4207 \\ &= 0,0514 \end{aligned}$$

3.19. Entre 2 y 4

$$\begin{aligned} P(2 < x < 4) &= P(-0,53 < z < -0,40) \\ &= P(z < -0,40) - P(z < -0,53) \\ &= 0,3446 - 0,2981 \\ &= 0,0465 \end{aligned}$$

3.20. Entre 1 y 12

$$\begin{aligned} P(1 < x < 12) &= P(-0,60 < z < 0,13) \\ &= P(z < 0,13) - P(z < -0,60) \\ &= 0,5517 - 0,2743 \\ &= 0,2774 \end{aligned}$$

3.21. Entre 2 y 16

$$\begin{aligned} P(2 < x < 16) &= P(-0,53 < z < 0,40) \\ &= P(z < 0,40) - P(z < -0,53) \\ &= 0,6554 - 0,2981 \\ &= 0,3573 \end{aligned}$$

3.22. Entre 8 y 11

$$\begin{aligned} P(8 < x < 11) &= P(-0,13 < z < 0,07) \\ &= P(z < 0,07) - P(z < -0,13) \\ &= 0,5279 - 0,4483 \\ &= 0,0796 \end{aligned}$$

3.23. Entre 7 y 12

$$\begin{aligned} P(7 < x < 12) &= P(-0,20 < z < 0,13) \\ &= P(z < 0,13) - P(z < -0,20) \\ &= 0,5517 - 0,4207 \\ &= 0,1310 \end{aligned}$$

3.24. Entre 10 y 11

$$\begin{aligned} P(10 < x < 12) &= P(0 < z < 0,13) \\ &= P(z < 0,13) - P(z < 0) \\ &= 0,5517 - 0,50 \end{aligned}$$

$$= 0,0517$$

3.25. Entre 17 y 19

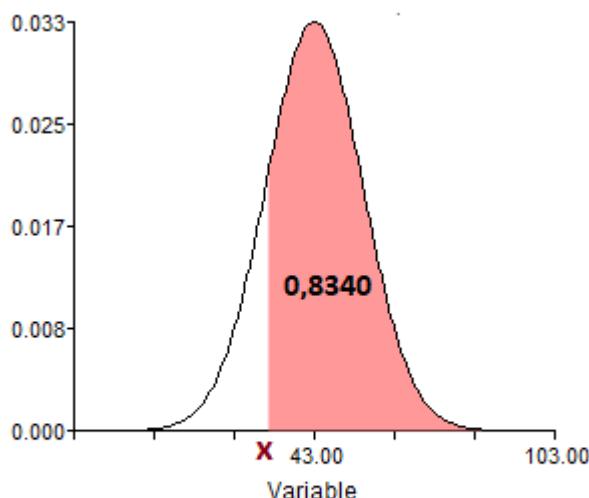
$$\begin{aligned} P(17 < x < 19) &= P(0,47 < z < 0,60) \\ &= P(z < 0,60) - P(z < 0,47) \\ &= 0,7257 - 0,6808 \\ &= 0,0449 \end{aligned}$$

Ejercicio N° 4:

La vida útil de las piezas producidas por cierta máquina tiene una distribución normal con media igual a 43 y desviación igual a 12 meses.

4.1. ¿Cuál debe ser la **vida útil** de las piezas producidas por cierta máquina para que el **83,4%** de las piezas superen esa duración?

Datos: $\mu = 43$ $\sigma = 12$



X: vida útil que debe tener la pieza para que el 83,4% de las piezas tengan una duración mayor.

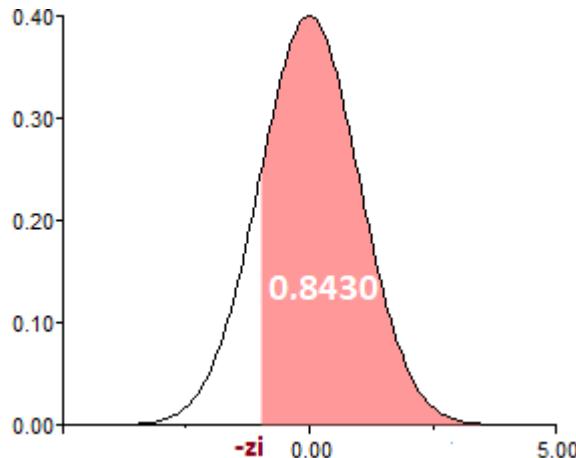
Significado de la variable:

x: duración de una pieza seleccionada aleatoriamente

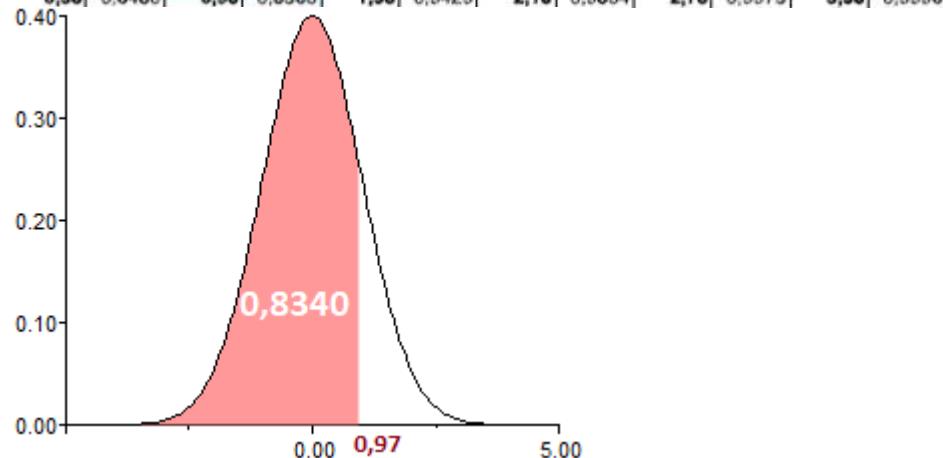
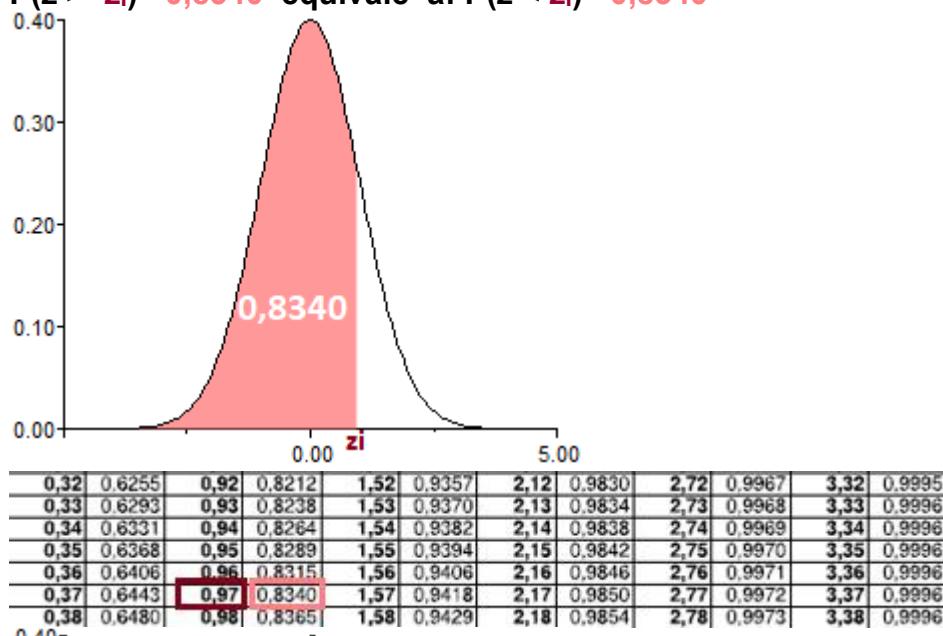
4.2. Si se pretende que la probabilidad de que la duración de las piezas supere a esa **vida útil** es de 0,8340. ¿Cuál debe ser la **vida útil**?

$$P(x > x_i) = 0,8340$$

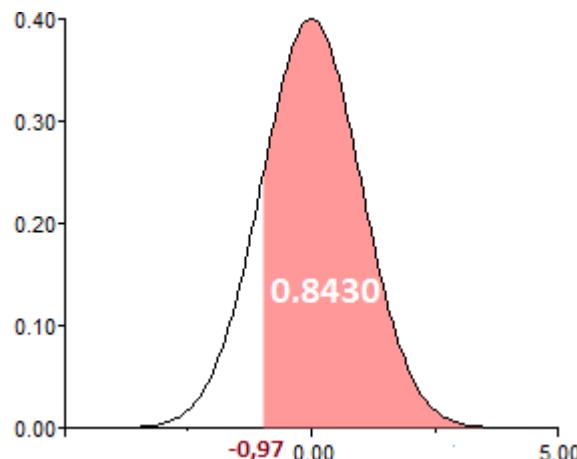
$$P(z > -z_i) = 0,8340$$



$P(z > -z_i) = 0,8340$ equivale a: $P(z < z_i) = 0,8340$



$P(z < z_i) = 0,8340 \rightarrow z_i = 0,97$ por lo tanto $-z_i = -0,97$



Planteamos la fórmula para estandarizar la variable x:

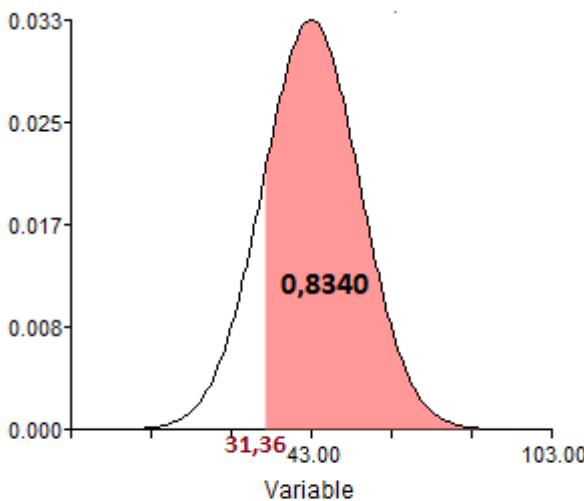
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$-z_i = \frac{xi - 43}{12}$$

$$-0.97 = \frac{xi - 43}{12} \rightarrow xi = -0.97 * 12 + 43$$

xi = 31,36

Respuesta:



31,36: vida útil que debe tener la pieza para que el 83,4% de las piezas tengan una duración mayor.

La vida útil debe ser de 31,36 meses para que el 83,4% de las piezas tengan una duración superior a dicho valor.

Ejercicio N° 5:

En una distribución normal con una desviación estándar de 5,0 la probabilidad de que una observación elegida al azar exceda 21 es de 0,14. Encontrar la **media de la distribución**.

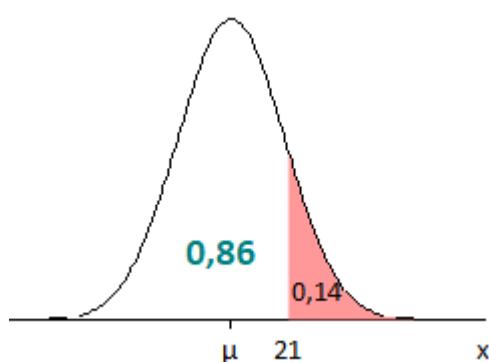
Solución:

$$\sigma = 5,0$$

$$P(x > 21) = 0,14$$

$$\mu = ?$$

Se aconseja realizar el gráfico de distribución normal, por lo tanto, el diagrama para la variable x es:



Para determinar el valor z que corresponde a la variable $x=21$

En tabla encontramos la probabilidad $P(Z < z)$ que gráficamente es el área a la izquierda de z:

$$\begin{aligned} \text{Entonces } P(Z < z) &= 1 - 0,14 \\ &= 0,86 \end{aligned}$$

Para encontrar z ingresamos a tabla con la probabilidad con la probabilidad más cercana a $0,86$ que es $0,8599$ y observamos que el valor de z que corresponde a esta probabilidad, es de $1,08$

0,48	0,6844	1,08	0,8599	1,68	0,9535	2,28	0,9887	2,88	0,9980	3,48	0,9997
0,49	0,6879	1,09	0,8622	1,69	0,9545	2,29	0,9890	2,89	0,9981	3,49	0,9998
0,50	0,6915	1,10	0,8643	1,70	0,9554	2,30	0,9893	2,90	0,9981	3,50	0,9998
0,51	0,6950	1,11	0,8665	1,71	0,9564	2,31	0,9896	2,91	0,9982	3,51	0,9998
0,52	0,6985	1,12	0,8686	1,72	0,9573	2,32	0,9898	2,92	0,9982	3,52	0,9998
0,53	0,7019	1,13	0,8708	1,73	0,9582	2,33	0,9901	2,93	0,9983	3,53	0,9998
0,54	0,7054	1,14	0,8729	1,74	0,9591	2,34	0,9904	2,94	0,9984	3,54	0,9998
0,55	0,7088	1,15	0,8749	1,75	0,9599	2,35	0,9906	2,95	0,9984	3,55	0,9998
0,56	0,7123	1,16	0,8770	1,76	0,9608	2,36	0,9909	2,96	0,9985	3,56	0,9998

$$P(Z < z) = 0,86 \rightarrow z = 1,08$$

Para obtener el valor de μ debemos despejarlo a partir de la fórmula correspondiente a la variable normal estándar (variable z)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$1,28 = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Reemplazamos los valores de x y σ

$$1,28 = \frac{21 - \mu}{5}$$

Despejamos μ :

$$1,28 = \frac{x - \mu}{5} \rightarrow -\mu = 1,28 * 5 - 21$$

$$-\mu = 1,28 * 5 - 21$$

$$\mu = -1,28 * 5 + 21$$

$$\mu = 14,60$$

La media de la distribución es de 14,60

Ejercicio N° 6:

Se sabe que el tiempo promedio requerido para terminar un examen es de 70 minutos con una desviación estándar de 12 minutos. ¿Cuánto tiempo debe asignarse si se desea que el 90 % de los estudiantes tengan suficiente tiempo para terminar el examen? (Suponga que el tiempo requerido para terminar el examen tiene una distribución normal).

Significado de la variable:

x = tiempo empleado en resolver el examen (en minutos) por un estudiante seleccionado aleatoriamente

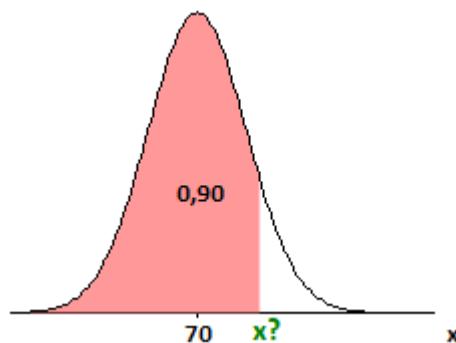
$$\mu = 70 \text{ min}$$

$$\sigma = 12 \text{ min}$$

$x = ?$ Tiempo que debe asignarse al examen

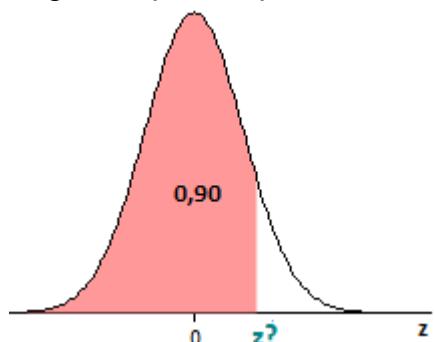
En este problema se pide calcular el **valor de la variable x** .

El gráfico para la probabilidad de la variable x es:



$$P(x < \bar{x}) = 0,90$$

El gráfico para la probabilidad de la variable z es:



$$P(Z < z̄) = 0,90$$

Ingresamos a la tabla con la **probabilidad** para encontrar el valor de z

La probabilidad más próxima a 0,90 es 0,8997

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
 $P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.										
0,00	0,5000	0,60	0,7257	1,20	0,8849	1,80	0,9641	2,40	0,9918	3,00	0,9987
0,01	0,5040	0,61	0,7291	1,21	0,8869	1,81	0,9649	2,41	0,9920	3,01	0,9987
0,02	0,5080	0,62	0,7324	1,22	0,8888	1,82	0,9656	2,42	0,9922	3,02	0,9987
0,03	0,5120	0,63	0,7357	1,23	0,8907	1,83	0,9664	2,43	0,9925	3,03	0,9988
0,04	0,5160	0,64	0,7389	1,24	0,8925	1,84	0,9671	2,44	0,9927	3,04	0,9988
0,05	0,5199	0,65	0,7422	1,25	0,8944	1,85	0,9678	2,45	0,9929	3,05	0,9989
0,06	0,5239	0,66	0,7454	1,26	0,8962	1,86	0,9686	2,46	0,9931	3,06	0,9989
0,07	0,5279	0,67	0,7486	1,27	0,8979	1,87	0,9693	2,47	0,9932	3,07	0,9989
0,08	0,5319	0,68	0,7517	1,28	0,8997	1,88	0,9699	2,48	0,9934	3,08	0,9990

$$P(Z < 1,28) = 0,8997$$

Planteamos la fórmula para estandarizar z :

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$1,28 = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Reemplazamos los valores de μ y σ

$$1,28 = \frac{x - 70}{12}$$

Despejamos x :

$$1,28 = \frac{x - 70}{12} \rightarrow x = 1,28 * 12 + 70$$

$$x = 85,36$$

Al examen deben asignarse 85,36 minutos.

Ejercicio N° 7:

El retraso en la llegada de ciertos vuelos de cabotaje a un aeropuerto tiene distribución normal con media igual a 21 minutos y desviación igual a 3 minutos. Es seleccionado un vuelo aleatoriamente de los registros.

Significado de la variable aleatoria: x : retraso de un vuelo seleccionado aleatoriamente

$$X \sim N(21; 3)$$

Calcular la probabilidad de que el retraso sea:

7.1. Menor que 26 minutos.

$$P(x < 26) = P[z < (26 - 21)/3]$$

= $P(z < 1,67)$ Se encuentra en la Tabla Normal ingresando con 1,67

1,65	0,9505
1,66	0,9515
1,67	0,9525

$$P(z < 1,67) = 0,9525$$

7.2. Menor que 17 minutos.

$$P(x < 17) = P[z < (17 - 21)/3]$$

= $P(z < -1,33)$ Se encuentra en la Tabla Normal ingresando con -1,33

-1,35	0,0885
-1,34	0,0901
-1,33	0,0918
-1,32	0,0934
-1,31	0,0951

$$P(z < -1,33) = 0,0918$$

7.3. Mayor que 29 minutos.

$$P(x > 29) = P[z > (29 - 21)/3]$$

= $P(z > 2,67)$ Cuando la probabilidad es de tipo “mayor que” se encuentra en la Tabla Normal ingresando con el valor opuesto que es **-2,67**

-2,69	0,0036
-2,68	0,0037
-2,67	0,0038
-2,66	0,0039
-2,65	0,0040

$$P(z > 2,67) = \mathbf{0,0038}$$

7.4. Mayor que 16 minutos.

$$P(x > 16) = P[z > (16 - 21)/3]$$

= $P(z > -1,67)$ Cuando la probabilidad es de tipo “mayor que” se encuentra en la Tabla Normal ingresando con el valor opuesto que es **1,67**

1,64	0,9495
1,65	0,9505
1,66	0,9515
1,67	0,9525

$$P(z > -1,67) = \mathbf{0,9525}$$