Repaso de modelos Probabilísticos para variables discretas

Ejercicios resueltos con uso de R

Ejercicio N° 1:

De total de usuarios que prueban una nueva app, el **30%** descubren fallas. Son seleccionados **15** usuarios.
Calcular la probabilidad de que exactamente 7 reporten fallas.
Calcular la probabilidad de que más de 10 no reporten fallas.
Calcular Esperanza Matemática, Varianza y Desviación Estándar para la variable "cantidad de usuarios que reportan fallas".

Resolución:

Por defecto: Población infinita entonces se utilizará el Modelo Binomial

Exactamente **7** reporten **fallas**

Definimos la variable:

X: cantidad de usuarios que reportan fallas en la nueva app

n = 15   **P=0,30**

P(x = 7) = dbinom(7,15,0.30)

P(x = 7) = 0,0811

```
> dbinom(7,15,0.30)
[1] 0.08113003
```

Exactamente **4 no reporten fallas**

Definimos la variable:

X: cantidad de usuarios que **no reportan fallas** en la nueva app

n = 15   **P=0,70**

P(x = 4) = dbinom(4,15,0.70)

P(x = 4) = 0,0005805754

```
> dbinom(4,15,0.70)
[1] 0.0005805754
```

Más de 10 **no reporten fallas**

n = 15   P=0,70

P(x > xi) = pbinom(xi, n, P, lower.tail = F)

P(x > 10) = pbinom(10, 15, 0.30, lower.tail = F)

P(x > 10) = 0,5154911

```
> pbinom(10,15,0.70,lower.tail=F)
[1] 0.5154911
```

Calcular Esperanza Matemática, Varianza y Desviación Estándar para la variable “cantidad de usuarios que reportan **fallas**.

Resolución:

n = 15   P = 0,30

Esperanza Matemática:

E(x) = $\mathbf{n * P}$
E(x) = $\mathbf{15 * 0,30}$
E(x) = 4,5

Varianza:

V(x) = $\mathbf{n * P * Q}$
V(x) = $\mathbf{n * P * (1 - P)}$
V(x) = $\mathbf{15 * 0,30 * (1 - 0,30)}$
V(x) = 3,15

Desviación Standar:

DS(x) = $\sqrt{V(x)}$
DS(x) = $\sqrt{\mathbf{n * P * (1 - P)}}$
DS(x) = $\sqrt{\mathbf{15 * 0,30 * (1 - 0,30)}}$
DS(x) = $\sqrt{V(x)}$
DS(x) = $\sqrt{\mathbf{3,15}}$

DS(x) = 1,77

Ejercicio N° 2:

De un total de **50** tests unitarios, **15 fallan**. Se ejecutan **5** tests al azar distintos (sin repetirlos)
Calcular la probabilidad de que **fallen a lo sumo 3** o **como máximo 3** tests.
Calcular Esperanza Matemática, Varianza y Desviación Estándar para la variable “cantidad de test unitarios que **fallan**”.

Resolución:

Definimos la variable:

X: cantidad de test unitarios que fallan

Muestreo sin reposición y n/N > 0,05

N=50 K=15 n=5

P(x ≤ xi) = phyper(xi, K, N-K, n, lower.tail = T)

Es lo mismo que:

P(x ≤ xi) = phyper(xi, K, N-K, n)

P(x ≤ 3) = phyper(3, 15, 50-15, 5, lower.tail = T)

P(x ≤ 3) = 0,9760341

Es lo mismo que:

P(x ≤ 3) = phyper(3, 15, 35, 5)

P(x ≤ 3) = 0,9760341

```
> phyper(3, 15, 35, 5, lower.tail = T)
[1] 0.9760341
> phyper(3, 15, 35, 5)
[1] 0.9760341
```

Calcular Esperanza Matemática, Varianza y Desviación Estándar para la variable “cantidad de test unitarios que **fallan**”.

Resolución:

N=50 K=15 n=5

Esperanza Matemática:

E(x) = $n * \frac{K}{N}$

E(x) = $5 * \frac{15}{50}$

E(x) = 1,5

Varianza:

V(x) = $n\frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

V(x) = $5 * \frac{15}{50}\left(1-\frac{15}{50}\right)\left(\frac{50-5}{50-1}\right)$

V(x) = 0,9643

Desviación Estándar:

DS(x) = $\sqrt{V(x)}$

DS(x) = $\sqrt{n\frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}$

DS(x) = $\sqrt{5 * \frac{15}{50}\left(1-\frac{15}{50}\right)\left(\frac{50-5}{50-1}\right)}$

DS(x) = $\sqrt{0,9643}$

DS(x) = 0,9820

Ejercicio N° 3:

Una función en un servidor falla en **promedio 4** veces **por hora**.

Resolución:

Definimos la variable:

X: cantidad de veces que falla la función en cierto **período**

λ (lambda)= 4 cantidad promedio de fallas en una hora

Se utilizará el Modelo Poisson

Calcular probabilidad de que la función falle en el servidor **menos de 3** veces en **media hora**

X: cantidad de veces que falla la función en **media hora**

1 hora ___ 60 minutos ___ λ = 4

1/2 hora ___ 30 minutos ___ λ = (30*4)/60

1/2 hora ___ 30 minutos ___ λ = 2

λ = 2 cantidad promedio de fallas en media hora

P(x < 3) = **P(x ≤ 2)**

P(x ≤ xi) = **ppois(xi, lambda)**

es lo mismo que ppois(xi, lambda, lower.tail = T))

P(x ≤ 2) = **ppois(2,2)**

P(x ≤ 2) = **0,6766764**

```
> ppois(2,2)
[1] 0.6766764
```

es lo mismo que:

$P(x \leq 2)$ = **ppois(2,2, lower.tail = T))**

$P(x \leq 2)$ = **0,6766764**

```
> ppois(2,2, lower.tail = T)
[1] 0.6766764
```

Calcular probabilidad de que falle más de 5 veces y menos de 12 veces en **75 minutos**

Resolución:

Definimos la variable:

X: cantidad de veces que falla la función en **75 minutos**

60 minutos ___ $\lambda = 4$

75 minutos ___ $\lambda = (75*4)/60$

75 minutos ___ $\lambda = 5$

$\lambda = 5$ **Cantidad promedio de veces que falla la función en 75 minutos**

$P(5 < x < 12) = P(6 \leq x \leq 11)$

$P(a \leq x \leq b) = P(x \leq b) - P[x \leq (a-1))$

$P(6 \leq x \leq 11) = P(x \leq 11) - P(x \leq 5)$

$P(x \leq xi)$ = ppois(xi, λ, lower.tail = T)

$P(x \leq 11)$ = ppois(11,5, lower.tail = T)

```
> ppois(11,5, lower.tail = T)
[1] 0.9945469
```

Es lo mismo que:

$P(x \leq xi)$ = ppois(xi, λ)

$P(x \leq 11)$ = ppois(11,5)

$P(x \leq 11)$ = 0,9945469

```
> ppois(11,5)
[1] 0.9945469
```

$P(x \leq 5)$ = ppois(5,5, lower.tail = T))

$P(x \leq 5)$ = 0,6159607

Es lo mismo que:

$P(x \leq 5)$ = ppois(5,5)

$P(x \leq 5)$ = 0,6159607

```
> ppois(5,5)
[1] 0.6159607
```

$P(6 \leq x \leq 11) = P(x \leq 11) - P(x \leq 5)$

$P(6 \leq x \leq 11)$ = 0,9945469 - 0,6159607

$P(6 \leq x \leq 11)$ = 0,3785862

Ejercicio N° 4:

Las llamadas a una función fallan en un 20% de los casos.

Calcular la probabilidad de que en **50** llamadas el número de **fallos** esté comprendido entre 8 y 12 (ambos inclusive)

Calcular Esperanza Matemática, Varianza y Desviación Estándar para la variable “cantidad de llamadas a una función que **fallan**”.

Resolución:

Por defecto: Población infinita entonces se utilizará el Modelo Binomial

Calcular la probabilidad de que en **50** llamadas el número de **fallos** esté comprendido entre 8 y 12 (ambos inclusive)

n = 50 **P = 0,20**

$P(8 \leq x \leq 12) = P(x \leq 12) - P(x \leq 7)$

P(x ≤ xi) = pbinom(xi,n,P)

P(x ≤ 12) = pbinom(12,50,0.20)

P(x ≤ 12) = 0,813943

```
> pbinom(12,50,0.20)
[1] 0.813943
```

Es lo mismo que:

P(x ≤ 12) = pbinom(12,50,0.20, lower.tail=T)

```
> pbinom(12,50,0.20,lower.tail=T)
[1] 0.813943
```

P(x ≤ 7) = pbinom(7,50,0.20)

P(x ≤ 7) = 0,1904098

```
> pbinom(7,50,0.20)
[1] 0.1904098
```

Es lo mismo que:

P(x ≤ 7) = pbinom(7,50,0.20, lower.tail=T)

P(x ≤ 7) = 0,1904098

```
> pbinom(7,50,0.20, lower.tail = T)
[1] 0.1904098
```

P(8 ≤ x ≤ 12) = P(x ≤ 12) - P(x ≤ 7)

P(8 ≤ x ≤ 12) = 0,813943 - 0,1904098

P(8 ≤ x ≤ 12) = 0,6235332

Calcular la probabilidad de que **por lo menos 18** o **como mínimo 18** de las **50** llamadas **no fallen**

Resolución:

n = 50 **P = 0,80**

P(x ≥ a) = 1- P[x ≤ (a-1)]

P(x ≥ 18) = 1- P(x ≤ 17)

P(x ≤ xi) = pbinom(xi,n,P)

P(x ≤ 17) = pbinom(17,50,0.80)

P(x ≤ 17) = 0,7939153

```
> pbinom(17,20,0.80)
[1] 0.7939153
```

Es lo mismo que:

P(x ≤ 17) = pbinom(xi,n,P, lower.tail=T)

P(x ≤ 17) = pbinom(17,50,0.80, lower.tail=T)

P(x ≤ 17) = 0,7939153

```
> pbinom(17,20,0.80, lower.tail = T)
[1] 0.7939153
```

A continuación resolvemos la probabilidad solicitada: Probabilidad de que **por lo menos 18** o **como mínimo 18** de las **50** llamadas **no fallen**

P(x ≥ 18) = 1- P(x ≤ 17)

P(x ≥ 18) = 1- 0,7939153

P(x ≥ 18) = 0,2060847

Calcular Esperanza Matemática, Varianza y Desviación Estándar para la variable “cantidad de llamadas a una función que **fallan**”.

Resolución:

n = 50 P = 0,20

Esperanza Matemática:

E(x) = $\mathbf{n} * \mathbf{P}$
E(x) = $\mathbf{50} * \mathbf{0,20}$
E(x) = 10

Varianza:

V(x) = $\mathbf{n} * \mathbf{P} * \mathbf{Q}$
V(x) = $\mathbf{n} * \mathbf{P} * (\mathbf{1} - \mathbf{P})$
V(x) = $\mathbf{50} * \mathbf{0,20} * (\mathbf{1} - \mathbf{0,20})$

V(x) = 8

Desviación Standar:

DS(x) = $\sqrt{V(x)}$
DS(x) = $\sqrt{\mathbf{n} * \mathbf{P} * (\mathbf{1} - \mathbf{P})}$
DS(x) = $\sqrt{\mathbf{50} * \mathbf{0,20} * (\mathbf{1} - \mathbf{0,20})}$
DS(x) = $\sqrt{V(x)}$
DS(x) = $\sqrt{\mathbf{8}}$
DS(x) = 2,828

Ejercicio N° 5:

Una app tiene **30** funciones, **6 con vulnerabilidades**. Se revisan **4** funciones al azar distintas (sin repetir)
Calcular la probabilidad de que menos de 2 funciones **tengan vulnerabilidades**
Calcular Esperanza Matemática, Varianza y Desviación Estándar para la variable “x: cantidad de funciones que **tienen vulnerabilidades**

Resolución:

Definimos la variable:

X: cantidad de funciones que **tienen vulnerabilidades**

Muestreo sin reposición y n/N > 0,05

N=30 K=6 n=4

P(x < 2) = P(x ≤ 1)

P(x ≤ xi) = phyper(xi, K, N-K, n, lower.tail = T)

P(x ≤ 1) = phyper(1, 6, 30-6, 4, lower.tail = T)

P(x ≤ 1) = phyper(1, 6, 24, 4, lower.tail = T)

P(x ≤ 1) = 0,8308703

```
> phyper(1, 6, 24, 4, lower.tail = T)
[1] 0.8308703
```

Es lo mismo que:

P(x ≤ xi) = phyper(xi, K, N-K, n)

P(x ≤ 1) = phyper(1, 6, 30-6, 4)

P(x ≤ 1) = phyper(1, 6, 24, 4)

P(x ≤ 1) = 0,8308703

```
> phyper(1, 6, 24, 4)
[1] 0.8308703
```

Calcular Esperanza Matemática, Varianza y Desviación Estándar para la variable "x: cantidad de funciones que **tienen vulnerabilidades**

Resolución:

N=30 K=6 n=4

Esperanza Matemática:

E(x) = $n * \frac{K}{N}$

E(x) = $4 * \frac{6}{30}$

E(x) = 0,8

Varianza:

V(x) = $n\frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

V(x) = $4 * \frac{6}{30}\left(1-\frac{6}{30}\right)\left(\frac{30-4}{30-1}\right)$

V(x) = 0,574

Desviación Estándar:

DS(x) = $\sqrt{V(x)}$

DS(x) = $\sqrt{n\frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}$

DS(x) = $\sqrt{4 * \frac{6}{30}\left(1-\frac{6}{30}\right)\left(\frac{30-4}{30-1}\right)}$

DS(x) = $\sqrt{0,574}$

DS(x) = 0,757

Ejercicio N° 6:

En una aplicación de mensajería, ocurren errores de transmisión de mensajes en **promedio 0,5** errores **por minuto**.

Probabilidad de que ocurran exactamente **2** errores en **5 minutos**.

Resolución:

Definimos la variable:

X: cantidad de errores de transmisión en determinado **intervalo**

λ **(lambda)= 0,5 cantidad promedio de fallas en un minuto**

1 minuto ___ λ **= 0,5**

5 minutos ___ λ **= (5*0,5)/1**

5 minutos ___ λ **= 2,5**

Probabilidad de que ocurran exactamente **2** errores en **5 minutos**.

X: cantidad de errores de transmisión en **5 minutos**

P(x = xi) = dpois(xi, lambda)

P(x = 2) = dpois(2, 2,5)

P(x = 2) = 0,2565156

```
> dpois(2,2.5)
[1] 0.2565156
```