UNIDAD N° 3

VARIABLES ALEATORIAS Y SUS DISTRIBUCIONES

UNIDAD N° 3: VARIABLES ALEATORIAS Y SUS DISTRIBUCIONES

MODELO HIPERGEOMÉTRICO

En la distribución hipergeométrica interesa el número de observaciones que pertenecen a una categoría particular, pero no se requiere independencia en los ensayos y se basa en el muestreo sin reemplazo o sin reposición
Las aplicaciones de la distribución hipergeométrica se encuentran en muchas áreas, con mucho uso en pruebas electrónicas y de calidad. En muchas ocasiones el artículo se destruye, por lo tanto, no se lo puede reemplazar en la muestra.

Las características de esta distribución son las siguientes:

- **Consiste en n ensayos de Bernoulli.**
- **Seleccionamos n elementos de una población dicotomizada.**
- **Se selecciona sin reemplazo una muestra aleatoria de tamaño n de una población de N elementos**
- **K de los N elementos se pueden clasificar como éxitos y N-K se clasifican como fracasos.**
- **La variable aleatoria hipergeométrica x es la cantidad de éxitos que pueden obtenerse al seleccionar n elementos**
- **Si K es mayor o igual a n entonces variable aleatoria hipergeométrica x puede asumir valores que van desde 0 a n.**

x	$P(x)=\frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$
0 : : : n	

- **Si K es menor que n entonces la variable aleatoria hipergeométrica x puede asumir valores que van desde 0 a K**

x	$P(x)=\frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$
0 : : : K	

- **En la muestra se incluye a más de un 5% de los elementos que forman población bajo estudio.**

En resumen:

Cuando $\frac{n}{N} > \mathbf{0,05}$ **y** la muestra se obtiene seleccionando los elementos **sin reposición** (deben cumplirse **ambas** condiciones) se aplica el Modelo Hipergeométrico.

- **Los tres parámetros del Modelo Hipergeométrico son**:

N: tamaño de la población
K: cantidad de éxitos en la población (en la tabla se representa con **X mayúscula)**
N: tamaño de la muestra (cantidad de elementos seleccionados)
éxito: característica para la cual se pide la probabilidad

Función de cuantía correspondiente al Modelo Hipergeométrico:

$$P(x)=\frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$$

N – K: cantidad de fracasos en la población
n: tamaño de la muestra (cantidad de elementos extraidos)
x= cantidad de éxitos en la muestra
n - x = cantidad de fracasos en la muestra

Parámetros de la distribución de probabilidades de la variable aleatoria Hipergeométrica:

- **Esperanza Matemática de la variable aleatoria x en el Modelo Hipergeométrico**:

Fórmula general para calcular la Esperanza Matemática de una variable aleatoria discreta:
$E(x) = \sum xP(x)$
En particular, en el Modelo Hipergeométrico la Esperanza Matemática también puede obtenerse de la siguiente manera: **E(x)=** $\boldsymbol{n\frac{K}{N}}$

- **Varianza de la variable aleatoria x en el Modelo Hipergeométrico**:

Fórmula general para calcular la Varianza de una variable aleatoria discreta:

$V(x) = \sum x^2P(x) – [E(x)]^2$

En particular, en el Modelo Hipergeométrico la Varianza también puede obtenerse de la siguiente manera:

$$V(x) = \boldsymbol{n\frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}$$

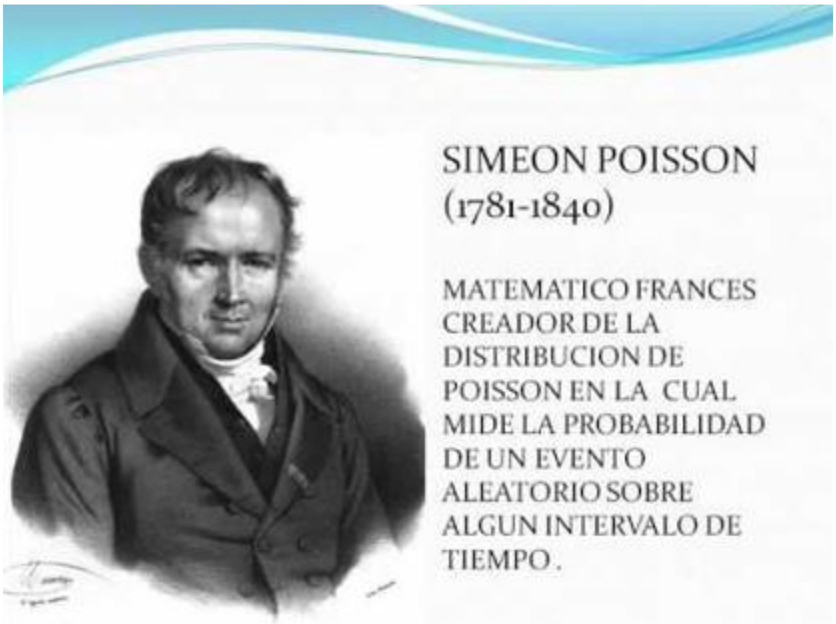
- **Desviación Estándar de la variable aleatoria x en el Modelo Hipergeométrico**:

Fórmula general para calcular la Desviación Estándar de una variable aleatoria discreta:

DS(X) = $\sqrt{\sum x^2 P(x) - [E(x)]^2}$

En particular, en el Modelo Hipergeométrico la Desviación Estándar también puede obtenerse de la siguiente manera: DS(x)= $\sqrt{\boldsymbol{n\frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}}$

MODELO POISSON



Los experimentos que dan valores numéricos de una variable aleatoria x, el número de resultados que ocurren durante un intervalo dado se llama experimento de Poisson. Este intervalo puede ser de cualquier longitud, un minuto, un día, etcétera

El proceso de Poisson tiene las siguientes características:

- El número de resultados que ocurren en un intervalo es independiente del número que ocurre en cualquier otro intervalo. El proceso de Poisson no tiene memoria.
- La probabilidad de que ocurra un éxito en un intervalo de tiempo es demasiado pequeña, generalmente menores a 0,05 y es constante para cada intervalo
- El número x de resultados que ocurren durante un experimento de Poisson se denomina variable aleatoria de Poisson, y su distribución de probabilidad se llama distribución de Poisson

Sin embargo, una aplicación que distingue al modelo Poisson es calcular probabilidades asociadas a la variable aleatoria "cantidad de ocasiones o veces que puede aparecer o observarse un fenómeno o característica particular" en un intervalo continuo de tiempo, de longitud o de superficie; este tipo de variable está ligada a experimentos aleatorios tales como “tarea de observación en el campo de un fenómeno, tarea de realizar una inspección o control”; por ejemplo, las variables aleatorias cantidad de fallas en las máquinas que realiza una empresa por semana, cantidad de errores de escritura por página, cantidad de defectos por metro cuadrado. Por lo tanto, con este modelo es posible calcular la probabilidad de que el fenónemo o característica aparezca o se observe “en x ocasiones o veces” (1, 2, 3, …veces) o no (0 vez).

La función de cuantía de este modelo solamente habilita calcular Pr(x=0), Pr(x=1), Pr(x=2), …. dado el valor del parámetro λ

El parámetro de Modelo Poisson está simbolizado con la letra griega λ y es el promedio de la cantidad de veces (u ocasiones) que aparece (u observa) un fenómeno (o característica) en una unidad de tiempo, de longitud o superficie; esto significa obtener la probabilidad de aparición u observación del fenómenos según su comportamiento promedio anterior; además, dicho promedio es proporcional a la unidad de tiempo (de longitud o de superficie) y asume valores mayores que cero.

La variable aleatoria Poisson x es la cantidad de sucesos que pueden presentarse en determinado período de tiempo o espacio.

Ejemplo:

x: cantidad de vehículos que pasan por una cabina de peaje en 30 minutos
x: cantidad de personas que ingresan a un centro comercial en 2 horas
x: cantidad de plantas que germinan en una hectárea.

La **Función de Cuantía** es la siguiente:

$$P(x = xi) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

λ (lambda) es la cantidad **promedio** de sucesos en cierta unidad de tiempo, de longitud o superficie

Parámetros de la distribución de probabilidades de la variable aleatoria Poisson:

- Esperanza matemática de la variable aleatoria Poisson: E(x) = λ
- Varianza de la variable aleatoria Poisson: V(x) = λ
- Desviación de la variable aleatoria Poisson: DS(x) =$\sqrt{\lambda}$