Trabajo Práctico 9

VARIABLES ALEATORIAS Y SUS DISTRIBUCIONES

- **Alumno:** Sussini Patricio
- **Materia:** Estadística y Análisis de Datos
- **Tutor:** Ezequiel Ramirez

Caso 1:

Empresa de comercialización por correo electrónico

Circular con tasa de respuesta p = 0,25. Se envía a n = 15 personas.

a. P(X = 6).
b. P(X <= 4).

Modelo probabilistico.

Binomial. Justificación. Hay un número fijo de ensayos independientes, cada persona responde como éxito o fracaso y la probabilidad de éxito es constante.

Parámetros y significado en el caso:

- **N = 15,** cantidad de personas contactadas.
- **P = 0,25,** probabilidad de que una persona responda la circular.
- **Variable X**, número de personas que responden entre las 15.

Formula binomial:

$$P(X = k) = \left(\frac{n}{k}\right)(p)^{k}(1 - p)^{n-k}$$

a. Probabilidad de exactamente 6 respuestas

$$P(X = 6) = \left(\frac{15}{6}\right)(0,25)^{6}(0,75)^{9}$$

Aprox = 0.09174

b. Probabilidad de cómo máximo 4 respuestas:

$$P(X \leq 4) = \sum_{k=0}^{4}\left(\frac{15}{k}\right)(0,25)^{k}(0,75)^{15-k}$$

Aprox = 0.6864

Su codigo en R:

a) exactamente 6

```
dbinom(6, size = 15, prob = 0.25)
```

b) como máximo 4

```
pbinom(4, size = 15, prob = 0.25)
```

Caso 2:

Empresa de la competencia:

Circular con una población de N = 15 clientes, donde K = 7 "siempre responden". Se seleccionan n = 5 clientes sin reemplazo.
Se pide P(X = 2), es decir, la probabilidad de que exactamente 2 de los 5 seleccionados respondan.

Modelo probabilístico:
Hipergeométrico X ~ Hipergeom(N, K, n).

Justificación: Se realiza un muestreo sin reemplazo de una población finita que contiene K éxitos (clientes que siempre responden) y N-K fracasos.

Parámetros:

- **N = 15:** Cantidad total de clientes.
- **K = 7:** Clientes que siempre responden (éxitos en la población).
- **n = 5:** Tamaño de la selección.
- **Variable X:** Número de "siempre respondedores" dentro de los 5 clientes elegidos.

Fórmula:

$$P(X = x) = \frac{\left(\frac{k}{x}\right)\left(\frac{N-K}{n-x}\right)}{\frac{N}{n}}$$

Cálculo para x = 2:

$$P(X = 2) = \frac{\left(\frac{7}{2}\right)\left(\frac{8}{3}\right)}{\frac{15}{5}}$$

Aprox = 0.3916

Su código en R:
dhyper(2, m = 7, n = 8, k = 5)

Caso 3:

Departamento de reparación de maquinarias

Tasa de defectos:

1 cada 5 metros. Piden la probabilidad de que en 10 metros haya más de 3 defectos.

Modelo probabilístico:

Distribución de Poisson X ~ Poisson(λ·t).

Justificación:

Se trata de un conteo de eventos (solicitudes de servicio) que ocurren en un intervalo de tiempo, de forma independiente y con tasa promedio constante. La distribución de Poisson modela adecuadamente este tipo de procesos.

Parámetros:

λ = 12 solicitudes cada 45 minutos.

Se requiere la tasa para 30 minutos (media hora):

λ_{30} = 12 * (30 / 45) = 8 solicitudes promedio por media hora.

Variable X: Número de solicitudes recibidas en media hora.

Se busca: $P(X < 5) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$

Usando la fórmula de Poisson:

$$P(X=x)= \frac{\lambda^{x} . e^{-\lambda}}{x!} \quad x=0,1,\ldots n$$

Con $\lambda = 8$

La probabilidad es aproximadamente **0.0996**.