

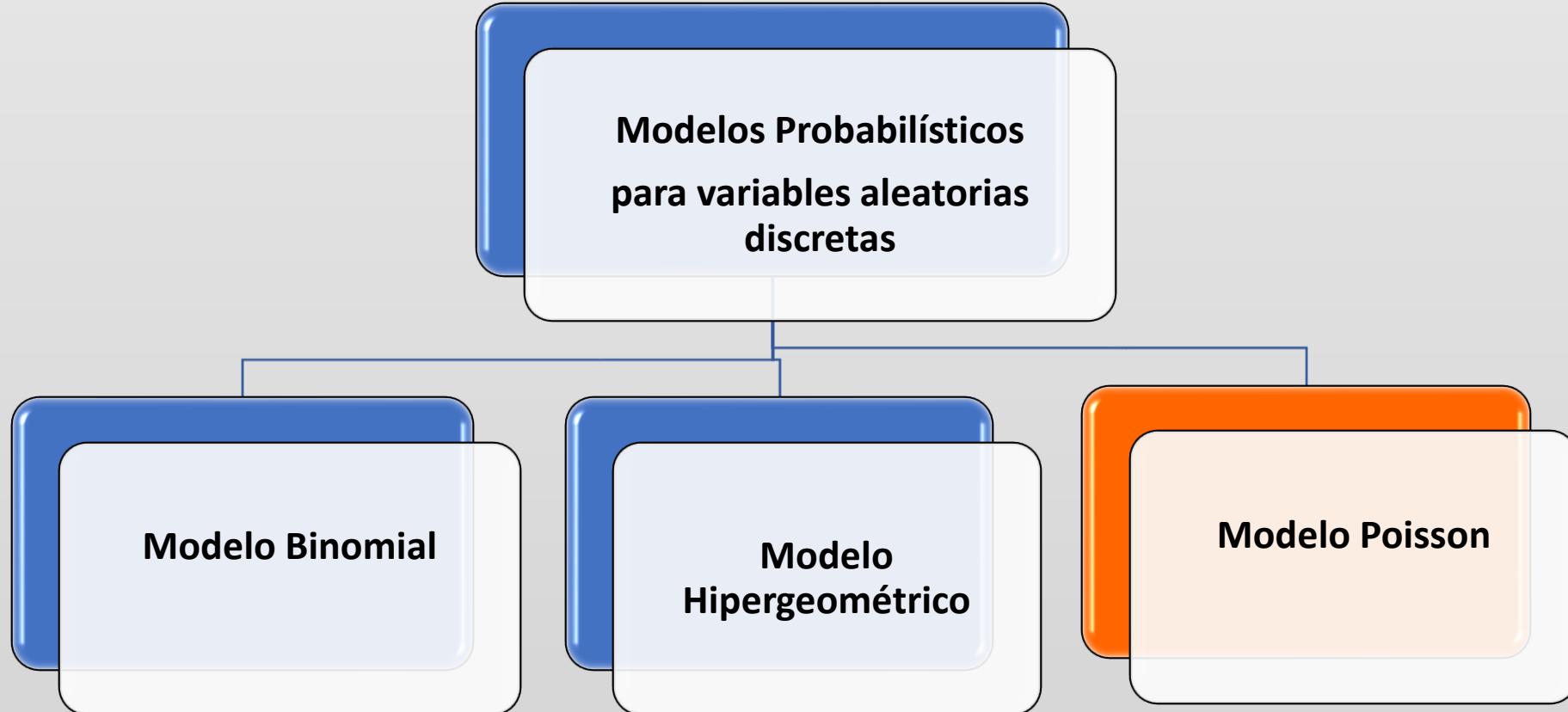
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL



**TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACIÓN
A DISTANCIA**

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

**Unidad 3: Variables Aleatorias y sus distribuciones
Modelo Poisson**



Modelo Poisson

x: cantidad de sucesos u ocurrencias en determinado intervalo de tiempo, de espacio o de distancia

Ejemplos

x: cantidad de llamadas que recibe un centro de atención al cliente en media hora

x: cantidad de tickets reportados en dos horas

x: cantidad de fallas que se presentan en un kilómetro de fibra óptica

x: cantidad de bits corruptos por cada 10000 metros de cable

Modelo Poisson

Función de Cuantía

$$P(x = x_i) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{x_i}}{x_i!}$$

$e = 2,71828$

Parámetro

λ (lambda)

Cantidad promedio de sucesos en determinado intervalo de tiempo, espacio o distancia

Un servidor web recibe en **promedio 4** accesos cada 2 minutos

¿Cuál es la probabilidad de que accedan **8** usuarios en **6 minutos**?

x: cantidad de usuarios que acceden al servidor en 6 minutos  Debe emplearse el **Modelo Poisson**

Dato: $\lambda = 4$ (2 minutos)

Debe calcularse λ para el **intervalo** en el cual se pide la probabilidad

$$2 \text{ minutos} \rightarrow \lambda = 4$$

$$6 \text{ minutos} \rightarrow \lambda = (6 * 4) / 2$$

$$6 \text{ minutos} \rightarrow \lambda = 12 \text{ En promedio acceden 12 usuarios en 6 minutos}$$

Un servidor web recibe en **promedio 4** accesos cada 2 minutos
¿Cuál es la probabilidad de que accedan **8** usuarios en **6 minutos**?

6 minutos → $\lambda = 12$ En **promedio** acceden **12** usuarios en **6 minutos**

$$P(x = x_i) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{x_i}}{x_i!}$$

$$P(x = 8) = \frac{e^{-12} \cdot 12^8}{8!}$$

$$P(x = 8) = 0,0655$$

Un servidor web recibe en **promedio 4** accesos cada 2 minutos

¿Cuál es la probabilidad de que accedan **8** usuarios en **6 minutos**?

6 minutos → $\lambda = 12$



x	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0010	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

13

TECNICATURA UNIVERSITARIA
EN PROGRAMACIÓN
A DISTANCIA

3	0.0037	0.0018	0.0008	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0102	0.0053	0.0027	0.0013	0.0006	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
5	0.0224	0.0127	0.0070	0.0037	0.0019	0.0010	0.0005	0.0002	0.0001	0.0001
6	0.0411	0.0255	0.0152	0.0087	0.0048	0.0026	0.0014	0.0007	0.0004	0.0002
7	0.0646	0.0437	0.0281	0.0174	0.0104	0.0060	0.0034	0.0019	0.0010	0.0005
8	0.0888	0.0655	0.0457	0.0304	0.0194	0.0120	0.0072	0.0042	0.0024	0.0013
9	0.1085	0.0874	0.0661	0.0473	0.0324	0.0213	0.0135	0.0083	0.0050	0.0029

$P(x = 8) = 0,0655$

Un servidor web recibe en **promedio 4** accesos cada 2 minutos

¿Cuál es la probabilidad de que accedan **como mínimo 5** usuarios en **1 minuto**?

x: cantidad de usuarios que acceden al servidor en 1 minuto  Debe emplearse el **Modelo Poisson**

Dato: $\lambda = 4$ (2 minutos)

Debe calcularse λ para el **intervalo** en el cual se pide la probabilidad

2 minutos $\rightarrow \lambda = 4$

1 minuto $\rightarrow \lambda = (1*4) / 2$

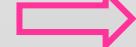
1 minuto $\rightarrow \lambda = 2$ En **promedio** acceden **2** usuarios en **1 minuto**

¿Cuál es la probabilidad de que accedan **como mínimo 5** usuarios en **1 minuto**?

¿Cuál es la probabilidad de que accedan **por lo menos 5** usuarios en **1 minuto**?

¿Cuál es la probabilidad de que accedan **5 o más** usuarios en **1 minuto**?

$$P(x \geq 5)$$

$P(x \leq 4) + P(x \geq 5) = 1$  Probabilidades complementarias

$$P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) + P(x=4) + P(x=5) + P(x=6) + P(x=7) + P(x=8) + P(x=9) = 1$$

$$P(x \leq 4) + P(x \geq 5) = 1 \quad \Rightarrow \quad P(x \geq 5) = 1 - P(x \leq 4)$$

$$P(x \geq a) = 1 - P(x \leq (a-1))$$

¿Cuál es la probabilidad de que accedan **como mínimo 5 usuarios en 1 minuto?**

$$P(x \geq 5)$$

¿Cuál es la probabilidad de que accedan **por lo menos 5 usuarios en 1 minuto?**

$$\lambda = 2$$

¿Cuál es la probabilidad de que accedan **5 o más usuarios en 1 minuto?**



x	Función de Probabilidad Poisson (Acumulada)										$P(x \leq x_i, m=\lambda)$
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679	
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358	
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197	
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810	
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963	
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994	
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	

x	m										$P(x \leq x_i, m=\lambda)$
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	
0	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353	
1	0.6990	0.6626	0.6268	0.5918	0.5578	0.5249	0.4932	0.4628	0.4337	0.4060	
2	0.9004	0.8795	0.8571	0.8335	0.8088	0.7834	0.7572	0.7306	0.7037	0.6767	
3	0.9743	0.9662	0.9569	0.9463	0.9344	0.9212	0.9068	0.8913	0.8747	0.8571	
4	0.9946	0.9923	0.9893	0.9857	0.9814	0.9763	0.9704	0.9636	0.9559	0.9473	
5	0.9990	0.9985	0.9978	0.9968	0.9955	0.9940	0.9920	0.9896	0.9868	0.9834	
6	0.9999	0.9997	0.9996	0.9994	0.9991	0.9987	0.9981	0.9974	0.9966	0.9955	
7	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9994	0.9992	0.9989	
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	

$$\begin{aligned} P(x \geq 5) &= 1 - P(x \leq 4) \\ &= 1 - 0,9473 \end{aligned}$$

$$P(x \geq 5) = 0,0527$$

¡Muchas Gracias!