

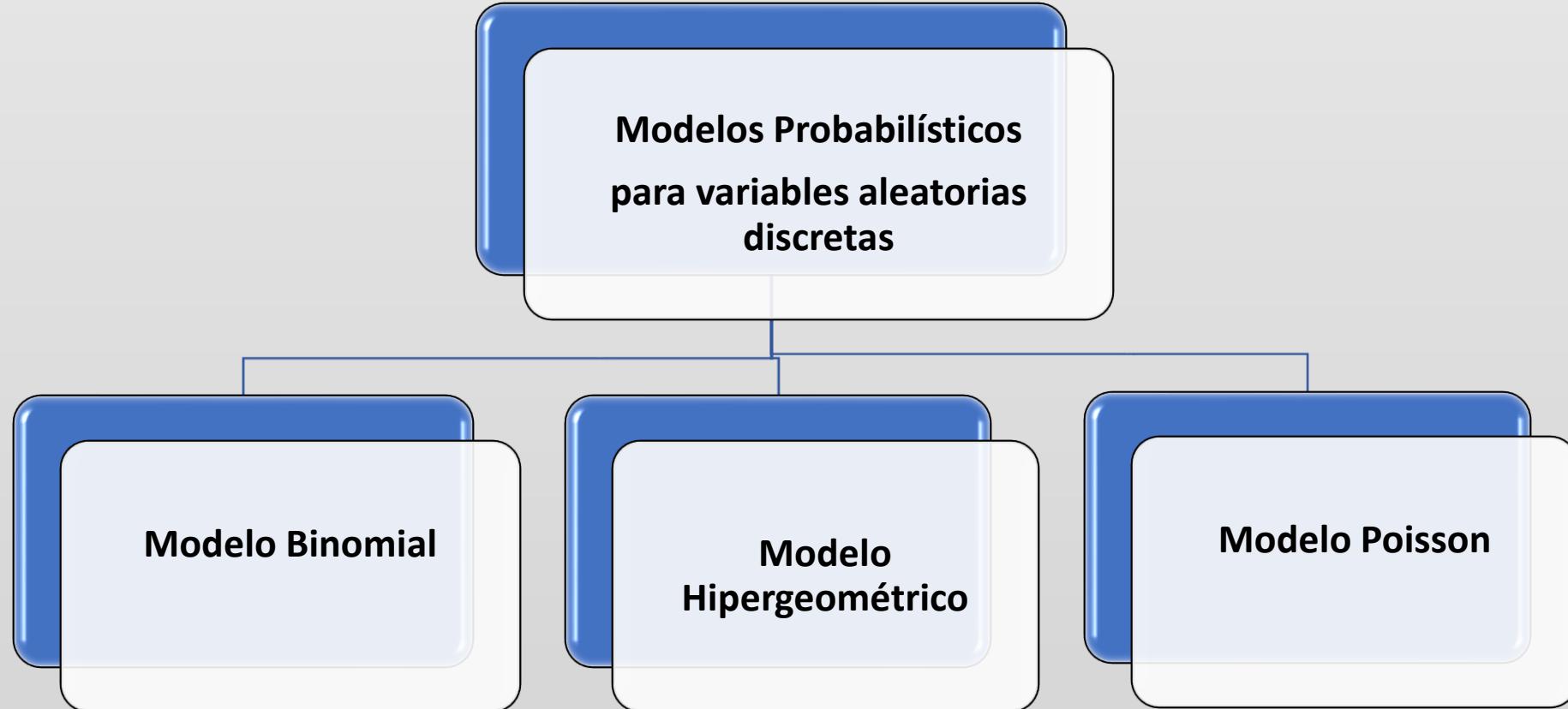
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL



**TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACIÓN
A DISTANCIA**

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Unidad 3: Variables Aleatorias y sus distribuciones



Modelo de Bernoulli o Bipuntual

El experimento aleatorio de Bernoulli o prueba de Bernoulli tiene dos posibles resultados

Éxito: Cuando se presenta la característica bajo estudio

Fracaso: Cuando no se presenta la característica bajo estudio

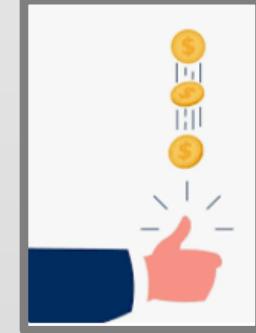
X: cantidad de éxitos

Resultados posibles	$x = \text{cantidad de éxitos}$	Probabilidades $P(x)$
Éxito	$x = 1$	P: probabilidad de éxito
Fracaso	$x = 0$	Q: probabilidad de fracaso

La probabilidad de que la variable x asuma cualquier otro valor distinto de 1 y distinto de 0 es igual a cero.

Modelo Binomial: Características

- El experimento aleatorio o prueba de Bernoulli se repite n veces.
- Prueba: Seleccionar aleatoriamente un elemento de una población dicotomizada.
- Por cada prueba las probabilidades P y Q permanecen **constantes**.
Las probabilidades permanecen **constantes** en los siguientes casos:
 - ✓ Población Infinita o
 - ✓ Muestreo con reposición o
 - ✓ Muestreo sin reposición y en la muestra se incluye a lo sumo al 5% de los elementos que forman la población ($n/N \leq 0,05$)
siendo n : tamaño de la muestra o cantidad de veces que se repite la prueba y
 N : tamaño de la población
en consecuencia las pruebas son independientes.
- X : cantidad de éxitos que pueden obtenerse al repetir n veces la prueba.
- Los posibles valores de la variable aleatoria X varían de 0 a n
- La variable aleatoria X tiene $n + 1$ posibles valores



Modelo Binomial

Función de Cuantía

$$P(x = xi) = C_n^{xi} * P^{xi} * (1 - P)^{n-xi}$$

Parámetros del Modelo Binomial: Dos parámetros

n: cantidad de veces que se repite la prueba

P: probabilidad de éxito

xi: NO es un parámetro, es el valor de la variable para el cual debe calcularse la probabilidad

Modelo Binomial

Parámetros de la Distribución de probabilidades:

x	$P(x = xi) = C_n^x * P^x * (1 - P)^{n-x}$
0	$P(x = 0)$
1	$P(x = 1)$
2	$P(x = 2)$
...
...
...
...	...
n	$P(x = n)$



Fórmulas de cálculo general para cualquier modelo probabilístico de variables discretas:

Esperanza Matemática: $E(x) = \sum xi P(xi)$

Varianza: $V(x) = \sum xi^2 P(xi) - [E(x)]^2$

Desviación Estándar: $DS(x) = \sqrt{V(x)}$

Fórmulas de cálculo en el Modelo Binomial:

Esperanza Matemática: $E(x) = nP$

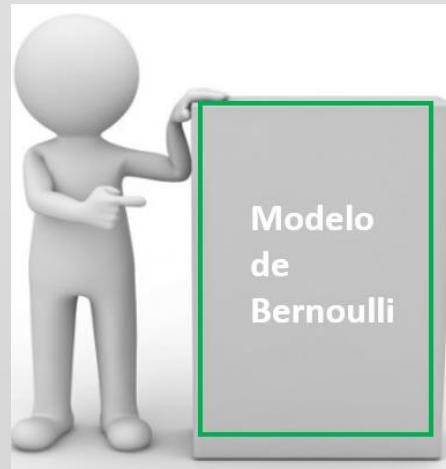
Varianza: $V(x) = nP(1 - P)$

Desviación Estándar: $DS(x) = \sqrt{nP(1 - P)}$

Del total de test case realizados por el equipo de QA de una consultora, el **15% fallan**.
Plantear el **Modelo de Bernoulli** para la variable “cantidad de test case” que fallan.

Experimento aleatorio: Seleccionar aleatoriamente un test case

Característica bajo estudio: **test que falla**



Resultados posibles del experimento aleatorio	$x = \text{cantidad de éxitos}$	Probabilidades $P(x)$
Éxito $\rightarrow F(\text{falla})$	$x = 1$	$P = 0,15$ probabilidad de éxito
Fracaso $\rightarrow F'$ (no falla)	$x = 0$	$Q = 0,85$ probabilidad de fracaso

Del total de test case realizados por el equipo de QA de una consultora, el 15% fallan.

Plantear el Modelo de Bernoulli para la variable “cantidad de test case” que fallan.

Experimento aleatorio o prueba: Seleccionar aleatoriamente un test case

¿Cuál es la probabilidad de que en un lote de 4 test case seleccionado aleatoriamente, exactamente 3 fallen?

Población: Todos los test case

Característica bajo estudio: test que falla (éxito) por lo tanto $P = 0,15$

Experimento aleatorio: Seleccionar aleatoriamente un test

El experimento aleatorio se repite 4 veces por lo tanto $n = 4$

x: cantidad de test case que pueden fallar en la muestra de 4

Población Infinita → P y Q constantes → pruebas independientes → se utilizará el Modelo Binomial

$$P(x=3) = C_n^{xi} * P^{xi} * (1 - P)^{n-xi}$$

$$n = 4 \quad P = 0,15 \quad P(x=3) = C_4^3 * 0,15^3 * (1 - 0,15)^{4-3} \quad P(x=3) = 0,0115$$

¿Cuál es la probabilidad de que en un lote de 4 test case seleccionado aleatoriamente, exactamente 3 fallen?



n	x	Función de Probabilidad Binomial (Puntual)										$P(x=x_i \text{ n } P)$
		0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	
1	0	0.9500	0.9000	0.8500	0.8000	0.7500	0.7000	0.6500	0.6000	0.5500	0.5000	
	1	0.0500	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000	0.3500	0.4000	0.4500	0.5000	
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500	
	1	0.0950	0.1800	0.2550	0.3200	0.3750	0.4200	0.4550	0.4800	0.4950	0.5000	
3	0	0.0025	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600	0.2025	0.2500	
	1	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250	
4	0	0.1354	0.2430	0.3251	0.3840	0.4219	0.4410	0.4436	0.4320	0.4084	0.3750	
	1	0.0071	0.0270	0.0574	0.0960	0.1406	0.1890	0.2389	0.2880	0.3341	0.3750	
5	0	0.0001	0.0010	0.0034	0.0080	0.0156	0.0270	0.0429	0.0640	0.0911	0.1250	
	1	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625	
6	0	0.1715	0.2916	0.3685	0.4096	0.4219	0.4116	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500	
	1	0.0135	0.0486	0.0975	0.1536	0.2109	0.2646	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750	
7	0	0.0005	0.0036	0.0115	0.0256	0.0469	0.0756	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500	
	1	0.0000	0.0001	0.0005	0.0016	0.0039	0.0081	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625	
8	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313	

$$P(x= 3) = 0,0115$$

¡Muchas Gracias!