UNIDAD N° 3

VARIABLES ALEATORIAS Y SUS DISTRIBUCIONES

UNIDAD N° 3: VARIABLES ALEATORIAS Y SUS DISTRIBUCIONES

MODELOS DE PROBABILIDAD PARA VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS

Una **variable aleatoria continua** tiene una probabilidad cero de tomar exactamente cualquiera de sus valores, en consecuencia, no es posible representar su distribución de probababilidad mediante una tabla.

Al tratar con variables continuas, f(x) se denomina **Función de Densidad de Probabilidad** o **Función de Densidad de x**. La función f(x) es una función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria x definida en el conjunto de números reales R, si:

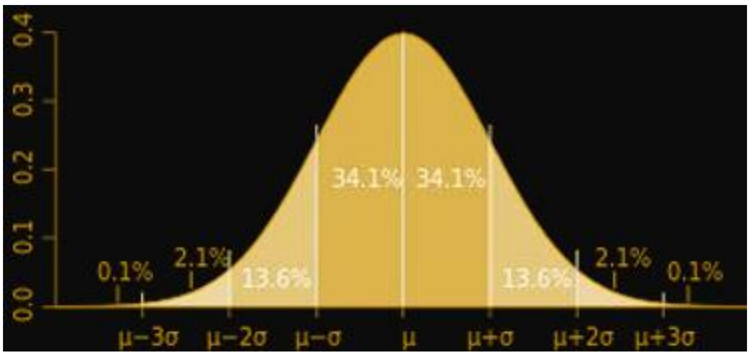
$f(x) \geq 0$ para todo $x \in R$

MODELO NORMAL

La distribución Normal es la distribución continua más importante en todo el campo de la estadística. También conocida como distribución gaussiana, en honor al matemático Karl Gauss.

Muchos fenómenos que ocurren en la industria, en la investigación, en la naturaleza se describen mediante esta distribución que tiene una gráfica en forma de campana y recibe el nombre de **curva normal**.

Una variable aleatoria continua x que tiene la distribución en forma de campana tal como se observa en la figura y se denomina **variable aleatoria normal**



Si una distribución tiene una forma normal, entonces se aplica la siguiente regla: 68-95-99,7 (observe la regla y la gráfica)

- Aproximadamente el 68% de los valores se encuentran dentro de 1 desvío estándar (**σ**) de la media (μ). Es decir una cantidad bastante superior a la mitad de los valores están comprendidos dentro del intervalo $\mu \pm 1$ **σ**.

- Cerca del 95% de los valores están comprendidos dentro del intervalo $\mu \pm 2$ **σ**.

- Cerca del 99,7% de los valores están comprendidos dentro del intervalo μ $\pm$ 3 **σ.**

La **función de densidad** de la variable aleatoria Normal x con media μ y varianza **σ**^{2} es:

f(x)= $\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad -\infty < x < \infty$ Siendo μ y **σ** los parámetros

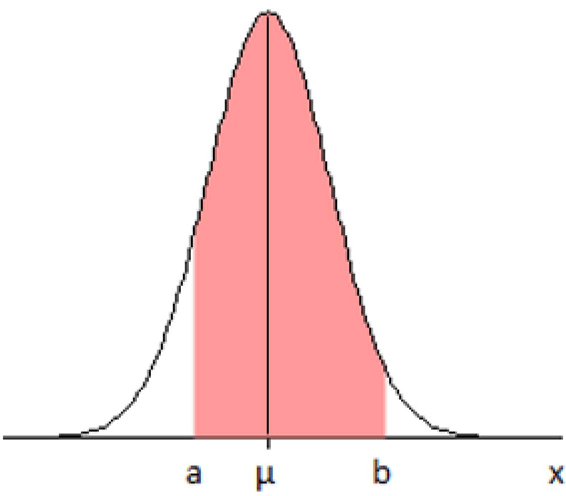
μ y **σ** $\in$ R, **σ** > 0

π = 3,14159 …
e = 2,71828 …

La ecuación matemática para la distribución de probabilidad de la variable normal depende de los parámetros μ (media) y **σ** (desviación estándar)

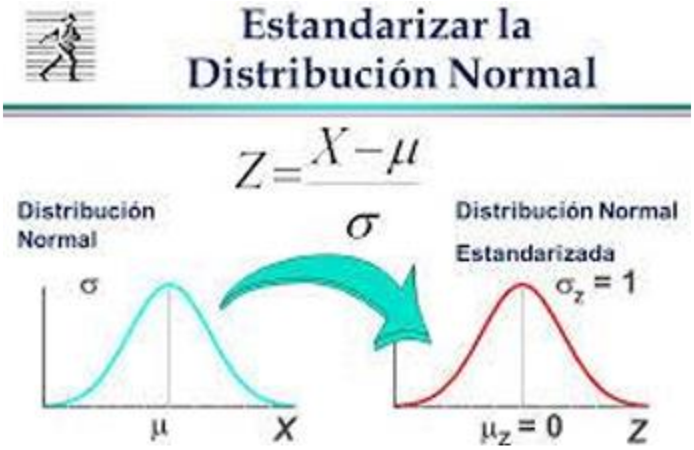
- La moda que es el punto sobre el punto sobre el eje horizontal donde la curva es un máximo ocurre en x = μ
- La curva es simétrica alrededor del eje vertical a través de la media μ
- La curva normal se aproxima al eje horizontal conforme nos alejamos de la media en cualquier dirección.
- El área total bajo la curva y sobre el eje horizontal es igual a 1

La curva de cualquier distribución continua de probabilidad o función de densidad se construye de modo que el **área bajo la curva** limitada por las dos ordenadas correspondientes a x=a y x=b es igual a la probabilidad de que la variable aleatoria x asuma valores entre x=a y x=b



$$P(a \leq x \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)\,dx = \int_{a}^{b} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,dx$$

La dificultad de trabajar con integrales de las funciones de densidad normal se resuelve al tabular las áreas por debajo de la curva normal. Sin embargo serían necesarias infinitas tablas contemplen los diferentes valores de media (μ) y desviación (σ). Para solucionar este inconveniente podemos estandarizar la variable normal x, transformándola en una variable normal estandarizada z cuya gráfica se muestra en la figura:



La distribución de una variable aleatoria normal con media igual a cero (μ=0) y varianza igual a 1 ($\sigma^2 = 1$) se denomina **distribución normal estándar**

Para transformar a la variable normal (**x**) en una variable normal estándar (**z**) se aplica la siguiente fórmula:

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$