

AI 第一次作业

July 2018

目录

1 问题一	1
2 Motivation	1

1 问题一

证明 Information gain ≥ 0 (用香农熵): 解: 信息增益表示度量 X 对预测 Y 的能力, 表达式如下:

$$Gain(X, Y) = H(Y) - H(Y|X)$$

条件信息熵为:

$$H(Y|X) = \sum_i p(x_i) H(Y|X = x_i); p(X = x_i) = p(x_i)$$

简单写成:

$$H(Y|X) = \sum_{x \in X} p(x) H(Y|x)$$

已知 Shannon Entropy:

$$H(X) = \sum_{i=1}^m p_i \log_2 \frac{1}{p_i}; p(X = x_i) = p(x_i)$$

简单写成:

$$H(X) = \sum_{x \in X} p(x) \log_2 \frac{1}{p(x)} = - \sum_{x \in X} p(x) \log_2 p(x)$$

所以信息增益为:

$$\begin{aligned} Gain(X, Y) &= H(Y) - H(Y|X) \\ &= H(X) - H(X|Y) \\ &= H(X) + H(Y) - H(X, Y) \end{aligned} \tag{1}$$

2 Motivation