离散数学第一章作业

常用latex数学公式

符号	代码
$\vee$	`$\vee$`
$\wedge$	`$\wedge$`
$\rightarrow$	`$\rightarrow$`
$\Rightarrow$	`$\Rightarrow$`
$\Rightarrow$	`$\Rightarrow$`
$\Leftrightarrow$	`$\Leftrightarrow$`
$\leftrightarrow$	`$\leftrightarrow$`
$\neg$	`$\neg$`

$$\xrightarrow[R_2 \rightarrow R_2 - R_1]{Substract\ row\ 1\ from\ row\ 2} (A_3)$$

$$A \xrightarrow[\text{下方文字}]{\text{上方文字}} B$$

1.

(12)

p:4是2的倍数 q:4是3的倍数

原命题$\Leftrightarrow$p$\vee$q

是复合命题

(16)

是简单命题

(18)

p:4是素数

Γp是复合命题

4.

(1)

p:今天是1号 q:明天是2号

原命题⇔p→q

1. p为真，q也为真

   p→q为真
2. p为假，q也为假

   p→q为真，p→q为重言式

(2)

p:今天是1号 q:明天是3号

原命题⇔p→q

1. p为真，则q为假

   则p→q为假
2. p为假则

   q无论真假，p→q都为真

5

(1)

p:王威为100米冠军 q:王威为200米冠军

p∧q

(3)

p:天气冷 q:老王来了

p∧q

(6)

p:天下雨 q：他乘车上学

p↔q 或 (p∧q)∧(¬p∧¬q)

(8)

p:经一事 q:长一智

¬p→¬q

6

(1)p∨(q∧r)

q∧r=0

p∨(q∧r)=0

(2)(p↔q)∧(¬q∨s)

p↔q=0

(p↔q)∧(¬q∨s)=0

(3)(p∧(q∨s))→((p∨q)∧(r∧s))

q∨s=1

p∧(q∨s)=0

蕴含式前件为0，整个公式真值为1

(4)¬(p∨(q→(¬p∧r)))→(r∨¬s)

q真值为0

q→(¬p∧r)=1

p∨(q→(¬p∧r)=1

¬(p∨(q→(¬p∧r)))=0

¬(p∨(q→(¬p∧r)))→(r∨¬s)=1

(5)(¬p∧¬q)→(r∧s)

¬p∧¬q=1

r∧s=1

(¬p∧¬q)→(r∧s)=1

7

(2)

p：那房子有三室一厅 q:面积在100m^2以上 r:老王要房子

符号化原命题：p∧q→r

p q r	**p∧q**	**p∧q→r**
0 0 0	0	1
0 0 1	0	1
0 1 0	0	1
0 1 1	0	1
1 0 0	0	1
1 0 1	0	1
1 1 0	1	0
1 1 1	1	1

由真值表可知，除了在房子有三室一厅且面积在100m^2 以上，老王不要房子，其余情况命题为真

9

(2)$((p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p))\leftrightarrow(p\leftrightarrow q)$

$(p\leftrightarrow q)\leftrightarrow(p\leftrightarrow q)$ (等值等价式)

为重言式

10

(3)

$\neg(p\leftrightarrow q)\Leftrightarrow((p\vee q)\wedge\neg(p\wedge q))$

$(p\vee q)\wedge\neg(p\wedge q)$

$\Leftrightarrow\neg(\neg(p\vee q)\vee\neg\neg(p\wedge q))$ (德摩根律)

$\Leftrightarrow\neg(\neg(p\vee q)\vee(p\wedge q))$ (双重否定律)

$\Leftrightarrow\neg(((\neg p\wedge\neg q)\vee p)\wedge((\neg p\wedge\neg q)\vee q)))$ (德摩根律+分配律)

$\Leftrightarrow\neg(((\neg p\vee p)\wedge(\neg q\vee p))\wedge((\neg p\vee q)\wedge(\neg q\vee q)))$ (分配律)

$\Leftrightarrow\neg((1\wedge(\neg q\vee p))\wedge((\neg p\vee q)\wedge 1)))$ (排中律)

$\Leftrightarrow\neg((\neg q\vee p)\wedge(\neg p\vee q))$ (同一律)

$\Leftrightarrow\neg((q\rightarrow p)\wedge(p\rightarrow q))$ (蕴含等值式)

$\Leftrightarrow\neg(p\leftrightarrow q)$ (等价等值式)

11

(1)

已知$A\vee C\Leftrightarrow B\vee C$

则$A\vee C\leftrightarrow B\vee C$为重言式

若 $(A\vee C\leftrightarrow B\vee C)\leftrightarrow(A\leftrightarrow B)$成立

则$A\leftrightarrow B$为重言式，则$A\Leftrightarrow B$成立

$A\vee C\leftrightarrow B\vee C$

$\Leftrightarrow((A\vee C)\rightarrow(B\vee C))\wedge((B\vee C)\rightarrow(A\vee C))$ 等价等值式

$\Leftrightarrow(\neg(A\vee C)\vee(B\vee C))\wedge(\neg(B\vee C)\vee(A\vee C))$ 蕴含等值式

$\Leftrightarrow((\neg A\wedge\neg C)\vee(B\vee C))\wedge((\neg B\wedge\neg C)\vee(A\vee C))$ 德摩根律

$\Leftrightarrow(((B\vee C)\vee\neg A)\wedge((B\vee C)\vee\neg C))\wedge(((A\vee C)\vee\neg B)\wedge((A\vee C)\vee\neg C))$ 分配律

$\Leftrightarrow(B\vee C\vee\neg A)\wedge(B\vee 1)\wedge(A\vee C\vee\neg B)\wedge(A\vee 1)$ 排中律

$\Leftrightarrow (B\vee C\vee\neg A)\wedge(A\vee C\vee\neg B)$ 同一律

$\Leftrightarrow C\vee((B\vee\neg A)\wedge(A\vee\neg B))$ 分配律

$\Leftrightarrow C\vee((A\rightarrow B)\wedge(B\rightarrow A))$ 蕴含等值式

$\Leftrightarrow C\vee(A\leftrightarrow B)$ 等价等值式

与$A\leftrightarrow B$不等值

$A\Leftrightarrow B$不一定成立

(3)

已知$\neg A\Leftrightarrow\neg B$

则$\neg A\leftrightarrow\neg B$为重言式

$\neg A\leftrightarrow\neg B$

$\Leftrightarrow A\leftrightarrow B$

故$A\leftrightarrow B$也为重言式

$A\Leftrightarrow B$成立

13

(2)$(p\to(q\wedge\neg p))\wedge\neg r\wedge q$

$\Leftrightarrow(\neg p\vee(q\wedge\neg p))\wedge\neg r\wedge q$ (蕴含等值式)

$\Leftrightarrow\neg(p\wedge\neg(q\wedge\neg p))\wedge\neg r\wedge q$ (德摩根式)

17

(3)$(p\vee(q\wedge r))\to(p\vee q\vee r)$

$\Leftrightarrow\neg(p\vee(q\wedge r))\vee(p\vee q\vee r)$ (蕴含等值式)

$\Leftrightarrow(\neg p\wedge(\neg q\vee\neg r))\vee p\vee q\vee r$ (两次德摩根式)

$\Leftrightarrow(\neg p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge\neg r)\vee p\vee q\vee r$ (分配律)

$\Leftrightarrow((\neg p\wedge\neg q)\wedge(r\vee\neg r))\vee(\neg p\wedge\neg r)\vee p\vee q\vee r$ (排中律)

$\Leftrightarrow(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg r)\vee p\vee q\vee r$ (分配律)

$\Leftrightarrow(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee p\vee q\vee r$

$\Leftrightarrow(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q)\vee(p\wedge q)\vee(\neg p\wedge q)\vee(q\wedge r)\vee(\neg q\wedge r)$

$\Leftrightarrow(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge\neg r)\vee(p\wedge\neg q\wedge r)\vee(p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee(p\wedge q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)$

$\Leftrightarrow m_{001}\vee m_{000}\vee m_{010}\vee m_{000}\vee m_{111}\vee m_{110}\vee m_{101}\vee m_{100}\vee m_{111}\vee m_{110}\vee m_{011}\vee m_{010}\vee m_{111}\vee m_{011}\vee m_{101}\vee m_{001}$

$\Leftrightarrow m_1\vee m_0\vee m_2\vee m_0\vee m_7\vee m_6\vee m_5\vee m_4\vee m_7\vee m_6\vee m_3\vee m_2\vee m_7\vee m_3\vee m_5\vee m_1$

$\Leftrightarrow 1$

成真赋值为 000 ,001, 010 ,011 ,100,101,110,111

19

(1)

p→(q→r)与q→(p→r)

1. p→(q→r)

   ⇔¬p∨(¬q∨r)

   ⇔(¬p∧q)∨(¬p∧¬q)∨(p∧¬q)∨(¬p∧¬q)∨(q∧r)∨(¬q∧r)

   ⇔(¬p∧q∧r)∨(¬p∧q∧¬r)∨(¬p∧¬q∧r)∨(¬p∧¬q∧¬r)∨(p∧¬q∧r)∨(p∧¬q¬r)∨(¬p∧¬q∧r)∨(¬p∧¬q∧¬r)∨(p∧q∧r)∨(¬p∧q∧r)∨(p∧¬q∧r)∨(¬p∧¬q∧r)

   ⇔$m_{011}\vee m_{010}\vee m_{001}\vee m_{000}\vee m_{101}\vee m_{100}\vee m_{001}\vee m_{000}\vee m_{111}\vee m_{011}\vee m_{101}\vee m_{001}$

   ⇔$m_3\vee m_2\vee m_1\vee m_0\vee m_5\vee m_4\vee m_1\vee m_0\vee m_7\vee m_3\vee m_5\vee m_1$

   ⇔$m_7 m_5\vee m_4\vee m_3\vee m_2\vee m_1\vee m_0$
2. q→(p→r)

   ⇔(¬q∧p∧r)∨(¬q∧p∧¬r)∨(¬q∧¬p∧r)∨(¬q∧¬p∧¬r)∨(q∧¬p∧r)∨(q∧¬p¬r)∨(¬q∧¬p∧r)∨(¬q∧¬p∧¬r)∨(q∧p∧r)∨(¬q∧p∧r)∨(q∧¬p∧r)∨(¬q∧¬p∧r)

   ⇔ $m_{101}\vee m_{100}\vee m_{001}\vee m_{000}\vee m_{011}\vee m_{010}\vee m_{001}\vee m_{000}\vee m_{111}\vee m_{101}\vee m_{011}\vee m_{001}$

   ⇔$m_5\vee m_4\vee m_1\vee m_0\vee m_3\vee m_2\vee m_1\vee m_0\vee m_7\vee m_5\vee m_3\vee m_1$

   ⇔$m_7 m_5\vee m_4\vee m_3\vee m_2\vee m_1\vee m_0$

等值

23

p:赵去 q:钱去 r:孙去 s:李去 t:周去

- p→q
- s∨t
- (q∧¬r)∨(¬q∧r)
- r↔s
- t→(p∧q)

⇔(p→q)∧(s∨t)∧(r↔s)∧(t→(p∧q))∧((q∧¬r)∨(¬q∧r))

⇔ (¬p∨q)∧ (s∨t)∧(r→s)∧(s→r)∧(¬t∨(p∧q))∧((q∧¬r)∨(¬q∧r)) (蕴含等值式 等价等值式 蕴含等值式)

⇔(¬p∨q)∧ (s∨t)∧(¬r∨s)∧(¬s∨ r)∧(¬t∨p)∧(¬t∨q)∧((q∧¬r)∨(¬q∧r)) (蕴含等值式 分配律)

⇔(¬p∨q)∧ (s∨t)∧(¬r∨s)∧(¬s∨ r)∧(¬t∨p)∧(¬t∨q)∧ ((q∧¬r)∨¬q)∧((q∧¬r)∨r) (分配律)

⇔(¬p∨q)∧ (s∨t)∧(¬r∨s)∧(¬s∨ r)∧(¬t∨p)∧(¬t∨q)∧(¬q∨q)∧(¬q∨¬r)∧(r∨q)∧(r∨¬r) (分配律)

⇔ (¬p∨q)∧ (s∨t)∧(¬r∨s)∧(¬s∨ r)∧(¬t∨p)∧(¬t∨q)∧(¬q∨¬r)∧(r∨q) (排中律)

1变8.。。。8*8=64个式子

24

(3)

p:今天是1号 q:明天是5号

前提：p→q，¬q

结论:¬p

((p→q)∧¬q)⇒¬p (拒取式)

推理正确

26

(1)归谬法

前提:¬(p∧¬q),¬q∨r,¬r

结论:¬p

¬(p∧¬q)∧ (¬q∨r)∧¬r∧p

⇔(¬p∨q)∧(¬q∨r)∧¬r∧p (德摩根律)

⇔(¬p∨q∨r)∧(¬p∨q∨¬r)∧(p∨¬q∨r)∧(¬p∨¬q∨r)∧(q∨¬r)∧(¬q∨¬r)∧(p∨q)∧(p∨¬q)

⇔(¬p∨q∨r)∧(¬p∨q∨¬r)∧(p∨¬q∨r)∧(¬p∨¬q∨r)∧(p∨q∨¬r)∧(¬p∨q∨¬r)∧(p∨¬q∨¬r)∧(¬p∨¬q∨¬r)∧(p∨q∨r)∧(p∨q∨¬r)∧(p∨¬q∨r)∧(p∨¬q∨¬r)

⇔m_{100}∧m_{101}∧m_{010}∧m_{110}∧m_{001}∧m_{101}∧m_{011}∧m_{111}∧m_{000}∧m_{001}∧m_{010}∧m_{011}

⇔m_4∧m_5∧m_2∧m_6∧m_1∧m_5∧m_3∧m_7∧m_0∧m_1∧m_2∧m_3

⇔1 故为矛盾式，于是证明了推理的正确性 (2)附加前提证明法 前提:p→(q→s),q,p∨¬ r 结论：r→s p∨¬r(前提引入) r (附加前提引入) p (析取三段论) p→(q→s) (前提引入) q→s (假言推理) q (前提引入) s (假言推理)

(3)附加前提证明法 前提:p→q 结论:p→(p∧q) p→q (前提引入) p (附加前提引入) q (假言推理) q∧p

27

p:他是理科生 q:他学好数学 r:他是文科生
前提:p→q,¬r→p,¬q 结论:p p→q (前提引入) ¬q (前提引入) ¬p (拒取式) ¬r→p (前提引入) ¬¬r (拒取式)