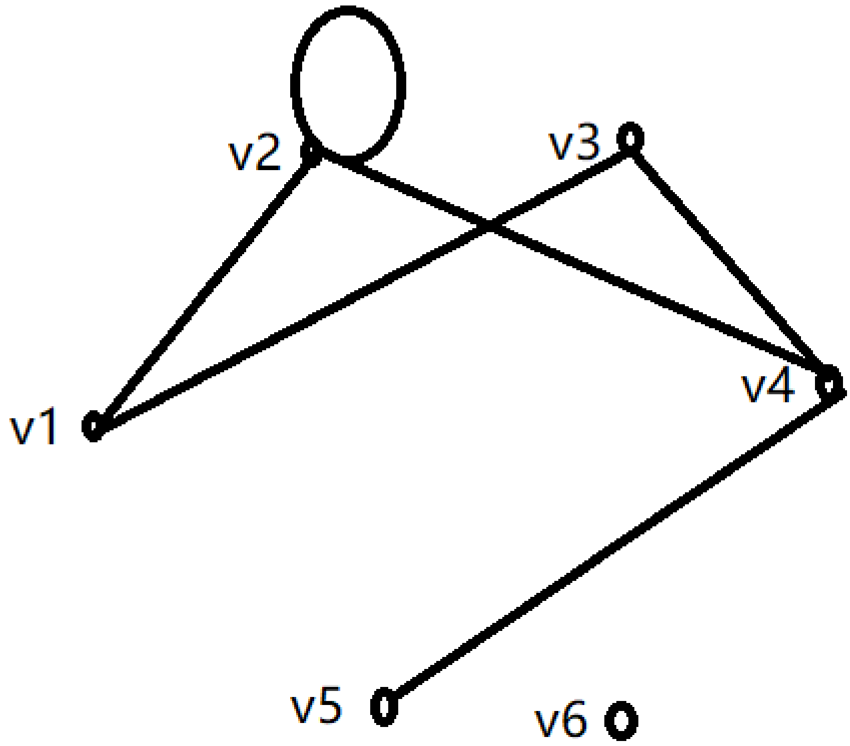
1

(1)



(2)

d(v1)=2

d(v2)=4

d(v3)=2

d(v4)=3

d(v5)=1

d(v6)=0

$\sum_{i=1}^{6} d(v_i) = 2+4+2+3+1+0 = 12 = 2*6 = 2*m$

(3)

奇度顶点的个数为2个。验证了：在任何图中，度数为奇数的顶点个数是偶数

(4)

无平行边。环为e_2 。孤立点为v_6 。悬挂顶点为v_5 。悬挂边为e_4

(5)

多重图：含平行边

简单图：不含平行边也不含环

G无平行边，G不是多重图。G含环，G不是简单图

2

由握手定理。$\sum_{i=1}^{6} d(v_i)=2*m=24$。减去3*6度，还剩下6度，若剩下n-3个顶点均为2度时,n最小。计算可得G中至少有6个顶点

4

设：n阶无向图中，度数为k+1的顶点个数为x,度数为k的顶点个数为y。

由题可得

x+y=n

根据握手定理得

(k+1)*x+k*y=2*m

(k+1)*(x+y)-y=2*m

(k+1)*n-y=2*m

y=(k+1)*n-2*m

7

(1)

4阶自补图有一种非同构

5阶自补图有两种非同构

(2)

不存在3阶自补图：

3阶完全图一共有3条边。其生成子图，与其生成子图的补图，边数不同，不可能同构。

不存在6阶自补图：

6阶完全图一共有6*5/2=15条边。其生成子图，与其生成子图的补图，边数不同，不可能同构。

9

n为奇数，则n阶完全图每个顶点的度数为偶数。

若G中v_i 的度数为奇数。根据补图的定义可得$d_G(vi)+d_{\bar{G}}(v_i)=d_{k_n}(v_i)$，n阶完全图每个顶点的度数为偶数。则若$\bar{G}$中$v_i$ 的度数为奇数。同理可推广至其他的点

可证，G与G的补图的奇度顶点的个数相等

11

(1)

4条不同的初级回路:$ce_3c, ee_2de_1e, bde_1eb, baeb$

5条不同的简单回路:$ce_3c, ede, bdeb, beab, baedeb$

(2)

a到d的短程线为:aee_2d，距离为$d<a,d>=2$

(3)

d到a的短程线为:de_1eba，距离为$d<d,a>=3$

(4)

D是单向连通图

经过每个顶点至少一次的通路:$baee_2dc$

12

D的邻接矩阵为

$$A^1=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&1\\1&1&0&1\\1&0&0&0\end{bmatrix} \tag{1}$$

$$A^2=\begin{bmatrix}0&0&1&1\\2&1&0&1\\1&1&1&1\\0&1&0&0\end{bmatrix} \tag{2}$$

$$A^3=\begin{bmatrix}2&1&0&1\\1&2&1&1\\2&2&1&2\\0&0&1&1\end{bmatrix} \tag{3}$$

$$A^4=\begin{bmatrix}1&2&1&1\\2&2&2&3\\3&3&2&3\\2&1&0&1\end{bmatrix} \tag{4}$$

(1)

D中v_1到v_4长度为4的通路有多少条?

$a_{14}^{(4)}=2$,有两条

(2)

D中v_1到v_1长度为4的通路有多少条?

$a_{11}^{(3)} = 2$，有两条

(3)

D中长度为4通路总数为多少？其中有多少条是回路?

总数为$\sum_{i,j}{}^{4}\ a_{ij}^{(4)} = 29$条通路

其中$\sum_{i,j}{}^{4}\ a_{ii}^{(4)} = 6$条为回路

15

正则图为无向简单图，不可有平行边和环

有2种非同构情况

6和3,3