

# Programmeren met Onzekerheid: Een Case Study

Ondertitel  $S = \pi r^2$  (*facultatief*)

**Sus VERWIMP**

Promotor: Prof. T. Schrijvers

Affiliatie (*facultatief*)

Begeleider: A. Vandenbroucke

(*facultatief*)

Affiliatie (*facultatief*)

Proefschrift ingediend tot het

behalen van de graad van

Master of Science in

Toegepaste Informatica

Academiejaar 2017-2018

© Copyright by KU Leuven Zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van zowel de promotor(en) als de auteur(s) is overnemen, kopiëren, gebruiken of realiseren van deze uitgave of gedeelten ervan verboden. Voor aanvragen tot of informatie i.v.m. het overnemen en/of gebruik en/of realisatie van gedeelten uit deze publicatie, wend u tot de KU Leuven, Faculteit Wetenschappen, Geel Huis, Kasteelpark Arenberg 11 bus 2100, 3001 Leuven (Heverlee), Telefoon +32 16 32 14 01.

Voorafgaande schriftelijke toestemming van de promotor(en) is eveneens vereist voor het aanwenden van de in dit afstudeerwerk beschreven (originele) methoden, producten, schakelingen en programmas voor industrieel of commercieel nut en voor de inzending van deze publicatie ter deelname aan wetenschappelijke prijzen of wedstrijden.

# Voorwoord

# Korte Samenvatting

# Lijst van afkortingen en lijst van symbolen

# Inhoudsopgave

<b>Voorwoord</b>	<b>i</b>
<b>Korte Samenvatting</b>	<b>ii</b>
<b>Lijst van afkortingen en lijst van symbolen</b>	<b>iii</b>
<b>1 Inleiding</b>	<b>1</b>
<b>2 Achtergrond</b>	<b>3</b>
2.1 Redeneren met onzekerheid . . . . .	3
2.2 Probabilistische Programmeertalen . . . . .	6
2.2.1 ProbLog2 . . . . .	6
2.2.2 Anglican . . . . .	8
<b>3 Uitwerking</b>	<b>9</b>
3.1 Probleem verzinnen . . . . .	9
3.1.1 Spel . . . . .	9
3.1.2 Strategien . . . . .	10
<b>4 Evaluatie</b>	<b>14</b>
4.1 ProbLog2 . . . . .	14
4.2 Anglican . . . . .	14
<b>5 Conclusie</b>	<b>15</b>

# Hoofdstuk 1

## Inleiding

De grote interesse in het redeneren met onzekerheid in Artificiële Intelligentie resulteert in de ontwikkeling van verschillende programmeertalen. Deze talen worden probabilistische programmeertalen of PPL (Probabilistic Programming Language) genoemd. Een PPL heeft in grote lijnen 2 hoofddoelen:

- Het modelleren van een wereld met onzekerheid.
- Het redeneren/infereren van vragen over deze wereld met behulp van dit model.

Voorheen was het zeer moeilijk als programmeur om werelden met onzekerheid te modelleren. Probabilistische problemen werden geprogrammeerd aan de hand van grafische modellen zoals onder andere bayesiaanse netwerken. Het redeneren over deze modellen gebeurde met inferentie methodes die speciaal werden opgesteld voor het gemodelleerde probleem. Dit zorgde ervoor dat code voor een model niet herbruikbaar was en elke inferentie methode opnieuw geïmplementeerd moest worden voor elk probleem. Met de komst van PPL's zijn deze problemen opgelost. Elke PPL heeft zijn eigen manier van implementatie en wordt vaak geïmplementeerd als extensie op een general-purpose programmeertaal. Dit zorgt ervoor dat een PPL expressiever wordt. Gebruikers van een PPL kunnen een probabilistisch probleem volledig specificeren in het model en de bestaande inferentie methodes gebruiken om te redeneren over dit probleem. De general-purpose programmeertaal zorgt voor het hergebruiken van bestaande libraries en modellen. Algemene inferentiealgoritmes worden eenmalig gemaakt voor deze PPL zodat deze werkt voor alle modellen. Veel van deze PPLs streven naar een balans tussen performantie en expressiviteit. Het is belangrijk voor een PPL om problemen te kunnen modelleren en tegelijkertijd op een aanvaardbare tijd te kunnen redeneren over vragen over dit model.

Sinds de laatste jaren zijn er veel verschillende PPL's beschikbaar zoals ProbLog2, Anglican,... De url <http://probabilistic-programming.org/wiki/Home> geeft een overzicht van de verschillende PPL's die momenteel beschikbaar zijn. Omdat er zo veel PPL's beschikbaar zijn, is het niet altijd duidelijk wat de voordelen of nadelen ten opzichte van elkaar zijn. Verschillende van deze PPL's zijn in recente artikels vergeleken met elkaar op het vlak van eigenschappen en concepten van de taal [3]. Andere artikels vergelijken vorige iteraties van dezelfde taal of PPL's met hetzelfde programmeerparadigma (bvb. logische of functionele programmeren) [2]. Het probleem bij deze vergelijkingen en evaluaties is dat er nooit evaluaties gedaan worden voor PPL's met een verschillend programmeerparadigma.

In deze thesis ben ik van plan PPL's met verschillende programmeerparadigma zoals ProbLog2 en Anglican te vergelijken en evalueren. het is de bedoeling deze PPL's te evalueren ten opzichte van elkaar aan de hand van kwalitatieve en kwantitatieve criteria zoals: performantie, expressiviteit, geheugengebruik, uitbreidbaarheid, beschikbare tools, moeilijkheidsgraad,... Omdat het niet triviaal is om programmeertalen te vergelijken die totaal anders geïmplementeerd zijn gebeurt de evaluatie aan de hand van een case study. De implementatie van deze case-study in ProbLog2 en Anglican vormt het vertrekpunt voor een vergelijking van deze twee programmeertalen op basis van de hogervernoemde criteria. Uiteindelijk zal deze thesis aantonen welke PPL het best presteert in welke criteria aan de hand van het opgegeven probleem.



# Hoofdstuk 2

## Achtergrond

In deze sectie vindt u de nodige achtergrondinformatie om de rest van deze thesis te begrijpen.

### 2.1 Redeneren met onzekerheid

Redeneren met onzekerheid is één van de invloedrijkste domeinen van Artificiële Intelligentie. De reden hiervoor is omdat het universum van nature veel onzekerheid bevat. Denk aan de volgende punten:

- Kennis (We kunnen niet alles van het toepassingsdomein weten.)
- Onvolledige modellen (verschijnselen die niet onder het model vallen)
- Sensoren (We kunnen de wereld enkel observeren met de tools die geen exacte resultaten geven.)

Er zijn 3 belangrijke kwesties in verband met het werken met onzekerheid:

- Voorstellen van onzekerheid
- Redeneren met onzekerheid
- Leren aan de hand van onzekerheid

Het voorstellen van onzekerheid gebeurt in een model van een onzekerheidsprobleem. Een model is een weergave van een onzekerheidsprobleem waarbij iedere mogelijke wereld kan gesimuleerd worden (zie voorbeeld 2.1.1). Onzekerheidsproblemen zijn problemen waar er weinig of geen zekerheid is over de uitkomst van een actie.

**Voorbeeld 2.1.1.** Een voorbeeld van een onzekerheidsprobleem met weinig zekerheid is het tossen van een eerlijk muntstuk. Hier zijn we zeker dat als we het muntstuk tossen dat het 50% kans heeft om te landen op kop of munt, maar er is geen zekerheid wat het resultaat is. De actie is hier het tossen van een munt. Deze actie heeft twee mogelijke resultaten, of twee mogelijke werelden: namelijk de wereld waar het muntstuk land op kop en de wereld waar het muntstuk land op munt. Bij een eerlijke munt is de kans dat de eerste wereld bestaat 50% en de kans dat de tweede wereld 50%. We weten pas wat het resultaat is als we het resultaat zien. Het resultaat van de actie verandert dan in een gegeven of bewijsmateriaal van het model.

**Voorbeeld 2.1.2.** Een voorbeeld van een onzekerheidsprobleem met geen zekerheid is het tossen van een random muntstuk. Hier weten we niet of het een eerlijk muntstuk is of een muntstuk waar met geknoeid is. In dit onzekerheidsprobleem zijn er nog steeds twee mogelijke werelden die bestaan als de tos actie wordt uitgevoerd. Het verschil met het vorige voorbeeld is dat de munt nu een random munt is, dus de werelden die kunnen bestaan kunnen een andere kansverdeling hebben. Een onzekerheidsprobleem met geen zekerheid wordt zo gemodelleerd dat het model de kansverdeling leert van interpretaties, in dit geval de resultaten van alle tossen. Het leren van interpretaties wordt niet toegepast in deze thesis.

Bij het redeneren over het onzekerheidsprobleem gebruiken we een model waar we vragen kunnen over stellen. Een model modelleert alle mogelijke werelden die kunnen bestaan in het onzekerheidsprobleem. Bij het redeneren zijn we op zoek naar de kans dat de vraag die we stellen waar is in het onzekerheidsprobleem. Voorbeeld 2.1.3 is een simpel voorbeeld voor het tossen van een eerlijk muntstuk.

**Voorbeeld 2.1.3.** We hebben een eerlijk muntstuk. Wat is de kans dat we na 3 keer tossen 3 keer kop verkrijgen. Hier weten we dat het muntstuk eerlijk is dus 50% kans heeft om op kop of munt te landen. De kans dat we 3 keer tossen en 3 keer munt verkrijgen is dus:

$$P(c1 = kop \& c2 = kop \& c3 = kop) = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Stel dat we het resultaat van de eerste tos weten en deze op kop landt. Omdat we dit weten kunnen we dit aan het model meegeven als bewijsmateriaal van het model.

$c1 = kop$

$$P(c1 = kop \& c2 = kop \& c3 = kop) = 1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

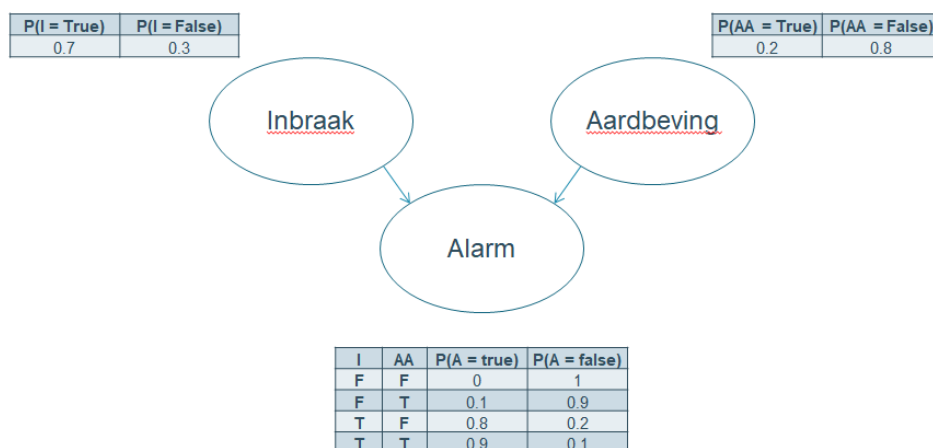
Voor kleine onzekerheidsproblemen als deze is dit nog makkelijk op te lossen met eenvoudige kans regels. Als het onzekerheidsprobleem groter is wordt het al moeilijker om dit te berekenen. In voorbeeld 2.1.4 stellen we een voorbeeld voor dat al moeilijker op te lossen is met simpele kans regels.

**Voorbeeld 2.1.4.** Stel dat we in een huis wonen in een regio waar er 20% kans is op een aardbeving en 70% kans is op een inbraak in het huis. We installeren een alarm in het huis. Op de verpakking van het alarm staan de kansen dat het alarm afgaat:

- 90% van de tijd gaat het alarm af als er een inbraak en een aardbeving is.
- 80% van de tijd gaat het alarm af als er een inbraak is.
- 10% van de tijd gaat het alarm af als er een aardbeving is.
- Als er geen inbraak of aardbeving is gaat het alarm niet af.

Stel dat we het alarm horen afgaan. Wat is de kans dat er een aardbeving is als het alarm afgaat?

Elementen in het onzekerheidsprobleem die onderheven zijn aan kansen noemen we variabelen. In voorbeeld 2.1.4 zijn de variabelen:



Figuur 2.1: Bayesiaans netwerk van een onzekerheidsprobleem. Alarm is conditioneel afhankelijk van Inbraak en Aardbeving.

- Aardbeving
- Inbraak
- Alarm

Aardbeving en Inbraak hebben niets met elkaar te maken en als we iets weten over het één zorgt er niet voor dat we meer weten over het andere. Dit wilt zeggen dat deze variabelen conditioneel onafhankelijk zijn van elkaar. Alarm is conditioneel afhankelijk van Inbraak en Aardbeving. Als we weten dat er inbraak is kunnen we zeggen dat de kans dat het alarm afgaat vergroot. Hetzelfde gebeurt als er een aardbeving is.

Dit probleem kunnen we visueel illustreren met een bayesiaans netwerk. Een bayesiaans netwerk illustreert alle variabelen van een onzekerheidsprobleem in cirkels en de pijlen tussen de cirkels stellen de afhankelijkheid van een variabele ten opzichte van een andere variabele voor. Figuur 2.1 is een voorbeeld van een bayesiaans netwerk voor voorbeeld 2.1.4.

Om het onzekerheidsprobleem uit voorbeeld 2.1.4 op te lossen maken we gebruik van de regel van Bayes.

$$P(\text{Hypothese} | \text{Bewijs}) = \frac{P(\text{Bewijs} | \text{Hypothese})P(\text{Hypothese})}{P(\text{Bewijs})} \quad (2.1)$$

Als we de benamingen van figuur 2.1 gebruiken wordt dit:

$$P(AA = \text{true} | A = \text{true}) = \frac{P(A = \text{true} | AA = \text{true})P(AA = \text{true})}{P(A = \text{true})} \quad (2.2)$$

De regel van Bayes geeft de kans dat een hypothese waar is in het model waar er al dan niet bewijsmateriaal is dat influentie heeft op de kans dat de hypothese waar is. Meer informatie over bayesiaanse netwerken en het redeneren over deze netwerken in het boek “Bayesian Reasoning and Machine Learning” [1].

PPL's berekenen hetzelfde aan de hand van het inferentieproces dat de taal implementeert. Hoe ze dit doen verschilt voor elke PPL en wordt duidelijk uitgelegd in secties 2.2.1 en 2.2.2. Het berekenen van de inferentie is een zeer krachtig, maar een zeer rekenintensief proces. Veel PPL's zoeken een balans tussen hoe efficiënt ze inferentie kunnen berekenen en welke problemen ze kunnen modelleren (hoe expressief de taal is).

## 2.2 Probabilistische Programmeertalen

Probabilistische programmeertalen (of PPL's van Probabilistic Programming Languages) zijn programmeertalen met 2 hoofddoelen:

- Het modelleren van een wereld met onzekerheid.
- Het redeneren/infereren van vragen over deze wereld met behulp van dit model.

PPL's worden meestal geïmplementeerd als extensie op bestaande general-purpose programmeertalen. PPL's zoals Anglican en Church zijn gebaseerd op een dialect van LISP (een functionele programmeertaal). ProbLog2 en PRISM zijn gebaseerd op Prolog (een logische programmeertaal). Voor sommige talen zoals Stan is een speciale taal ontwikkeld die niet gebaseerd is op een bestaande programmeertaal. Deze thesis behandelt 2 PPL's, namelijk: ProbLog2 en Anglican. De secties 2.2.1 en 2.2.2 geven meer informatie over deze twee PPL's en hoe het modelleer- en inferentieproces werkt.

### 2.2.1 ProbLog2

ProbLog2 is een PPL gebaseerd op Prolog en gebruikt dus een logisch programmeerparadigma.

#### Modelleren in ProbLog2

Een ProbLog2 programma maakt, zoals in Prolog, gebruik van feiten en logische regels. Het verschil met Prolog is dat deze feiten en logische regels geannoteerd zijn met kansen. In een prolog programma kunnen we feiten voorstellen als “head(parameters).”. logische regels worden voorgesteld met de volgende syntax: “head(parameters) :- body.”.

```
coin(c1).
head(C) :- coin(C).
```

In bovenstaande code is “coin(c1).” een feit en “head(C) :- coin(C).”. In de bovenstaande code is c1 een muntstuk en als de variabele C een muntstuk is, is de regel head(C) logisch waar in het programma.

In ProbLog2 worden feiten en logische regels geannoteerd met kansen. We stellen feiten voor als “x::head(parameters).” en logische regels als “x::head(parameters) :- body.”. x is hier de kans dat het feit waar is in het model en is een waarde tussen [0,1]. Als we de bovenstaande Prolog code schrijven in ProbLog2 code wordt dit:

```
1::coin(c1).
1::head(C) :- coin(C).
```

Deze code doet hetzelfde als de Prolog code. `c1` is nog steeds een muntstuk en als de variabele `C` een muntstuk is, is `head(C)` logisch waar in het model. Omdat we het feit en de regel beide een kans van 100% geven kunnen we dit weglaten en wordt de code:

```
coin(c1).
head(C) :- coin(C).
```

In ProbLog2 is dit hetzelfde als feiten en regels annoteren met 1.

Een interessanter voorbeeld van een ProbLog2 model is het modelleren van een muntstuk:

```
coin(c1).
0.5::heads(C) :- coin(C).
```

In het bovenstaand programma hebben we het feit: “`coin(c1).`” en de probabilistische regel: “`0.5::heads(C) :- coin(C).`”. In dit model is `c1` nog steeds een muntstuk. Het verschil met de vorige code is dat de regel `heads(C)` waar is in het model met 50% kans voor elke munt `C` als `coin(C)` waar is.

We kunnen ook gebruik maken van “annotated disjunction”. Dit is syntactische suiker om hetzelfde te bereiken. Als we een munt willen modelleren die 45% kans heeft op kop, 45% kans heeft op munt en 10% kans heeft om op zijn rand te landen modelleren we dit als volgt:

```
coin(c1).
0.45::heads(C); 0.45::tails(C); 0.1::side(C) :- coin(C).
```

In de bovenstaande code is `c1` nog steeds een muntstuk. De tweede regel is een voorbeeld van “annotated disjunction”. Deze regel moet gelezen worden als: “`heads(C)` is voor 45% kans waar in het model, `tails(C)` is voor 45% kans waar in het model en `side(C)` is voor 10% kans waar in het model voor elk muntstuk `C` waar `coin(C)` waar is. Er kan altijd maar 1 van de 3 waar zijn in het model.” In dit voorbeeld geeft het de regel `heads(C)` voor een muntstuk `C` waar voor 50% van de tijd en niet waar voor 50% van de tijd. De totale kans voor het predicaat `heads` is 100%. Stel dat we `heads(C,false).` een kans geven van 0.4, dan hebben we 50% kans op `true` als parameter voor `heads`, 40% kans op `false` als parameter voor `heads` en 10% kans dat het predicaat zelf `false` terug geeft. Voor dit klein programma lijkt dit onnodig maar voor grotere probabilistische problemen kan annotated disjunction zeer handig zijn om een beter inzicht te krijgen over wat de probabilistische predicaten doen.

De combinatie van deze regels en het logisch programmeer systeem Prolog geeft ons de mogelijkheid om zeer uitgebreide probabilistische problemen te modelleren. We kunnen vragen stellen aan deze modellen en deze vragen aan de hand van de inferentie machine van ProbLog2 oplossen. De volgende sectie legt uit hoe deze vragen worden opgelost in ProbLog2.

## Inferentie

Om vragen te stellen over het model maken we gebruik van queries en bewijzen. Als we willen berekenen hoeveel kans we hebben dat we 2 munten tossen en ze beiden op hoofd

landen kunnen we dit doen aan de hand van het volgende programma:

```
0.5 :: heads1.
0.5 :: heads2.
two_heads :- heads1, heads2.
query(two_heads).
```

Dit geeft het resultaat 0.25 wat uiteindelijk de kans is van  $( ) ( )$ . We kunnen het resultaat van de query manipuleren door bewijs te geven aan dit model. Stel dat we weten dat de eerste munt zeker hoofd als resultaat heeft, dan kunnen we dit als bewijs meegeven aan het model op de volgende manier: `0.5 :: heads1. 0.5 :: heads2. two_heads :- heads1, heads2. Evidence(heads1, true). query(two_heads).`

Dit geeft het resultaat 0.5. Omdat we weten dat de eerste munt zeker in hoofd resulteert is de uitkomst gewoon de kans dat de tweede munt op hoofd resulteert. Dit is voor de munt in het model 0.5. Voor meer voorbeelden verwijst ik naar de tutorials van de ProbLog2 website: <https://dtai.cs.kuleuven.be/problog/tutorial.html>

De inferentiemachine in ProbLog2 is gebaseerd op Knowledge Compilation. Dit houdt verschillende stappen in:

1. Het gronden van het programma. Dit wil zeggen alle variabelen in het programma vervangen door de termen die deze variabelen kunnen bevatten. Dit houdt enkel rekening met de queries dus predicaten in het systeem die niet aangesproken worden, worden ook niet gegrond.
2. Het gegronde programma converteren naar een equivalente booleaanse formula.
3. Het bewijs en gewogen functies gebruiken om de booleaanse formula te converteren naar een gewogen booleaanse formula.

Om de succes probabiteit (SUCC), de conditionele probabiteit (MARG) en de meest waarschijnlijke probabiteit (MPE) te verkrijgen gebruiken we de gewogen booleaanse formula in combinatie met verschillende algoritmes zoals bijvoorbeeld Weighted Model Counting (WMC) om deze te berekenen. Meer informatie over het ProbLog2 Systeem en de inferentiemachine kunt u terugvinden in het artikel (Inference and Learning in Probabilistic Logic Programs using Weighted Boolean Formulas).

De API van het ProbLog2 systeem kan ook gebruikt worden via Python. Hierdoor kunnen we gebruik maken van Python om het inferentie process te manipuleren. Dit zorgt voor extra uitbreidbaarheid van verschillende problemen en dus extra expressiviteit van het systeem in totaal. De API is beschikbaar via de volgende URL: <https://problog.readthedocs.io/en/latest/ap>

## 2.2.2 Anglican

### Modelleren in Anglican

#### Inferentie

# Hoofdstuk 3

## Uitwerking

### 3.1 Probleem verzinnen

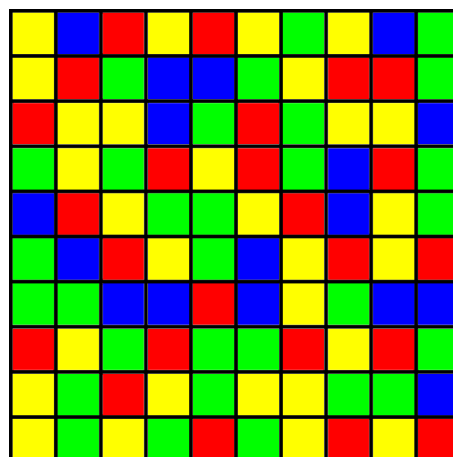
Als onzekerheidsprobleem heb ik gekozen om een spel te modelleren dat onderheven is aan probabilistische aspecten. Om het spel te spelen heb ik 4 spelstrategien ontwikkeld die elks ook onderheven zijn aan probabilistische aspecten.

#### 3.1.1 Spel

Het spel bestaat uit een bord van 10 op 10 blokken. Wanneer het spel gestart wordt krijgen de blokken een random kleur toegewezen maar er kunnen geen 3 van dezelfde blokken op een rij staan (enkel verticaal en horizontaal). Er zijn 4 kleuren in totaal: rood, groen, geel, blauw. In figuur 3.5 ziet u een voorbeeld van een initiële bord.

De speler kan op elk van de blokken op het bord drukken. Als de speler op een blok drukt verandert deze van kleur. De kleur waar de blok in veranderd hangt af van de probabilistische distributie. Om het simpel te houden gebruik ik hier een uniforme distributie:

In woorden betekent dit dat als er op een rode blok wordt gedrukt er  $1/3$  kans is dat deze blok in een groene verandert,  $1/3$  kans in een blauwe verandert en  $1/3$  kans in een



Figuur 3.1: voorbeeld van een initiële bord

<b>Kleur blok \ Verandert in</b>	<b>Rood</b>	<b>Groen</b>	<b>Blauw</b>	<b>Geel</b>
<b>Rood</b>	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
<b>Groen</b>	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
<b>Blauw</b>	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
<b>Geel</b>	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0

Tabel 3.1: Probabilistische distributie voor het veranderen van kleuren.

gele verandert. Voor een groene, blauwe en gele blok is dit analoog.

Als er drie of meer blokken van dezelfde kleur ofwel horizontaal naast elkaar liggen ofwel verticaal naast elkaar liggen verdwijnen ze en dit levert punten op. De blokken die zich boven de verdwenen blokken bevinden vallen naar beneden tot ze op een andere blok belanden ofwel op de bodem van het spelbord belanden. Voor elke blok die verwijderd wordt krijgt de speler 1 punt. De bedoeling van het spel is om in 5 beurten zoveel mogelijk punten te behalen waarin de speler in elke beurt 1 blok van kleur mag veranderen. De beurt eindigt wanneer er geen 3 blokken van dezelfde kleur meer op een rij staan. In figuur 3 ziet u het verloop van een beurt in een 10x10 bord.

### 3.1.2 Strategiën

Ik heb 4 strategien ontwikkeld om het spel te spelen.

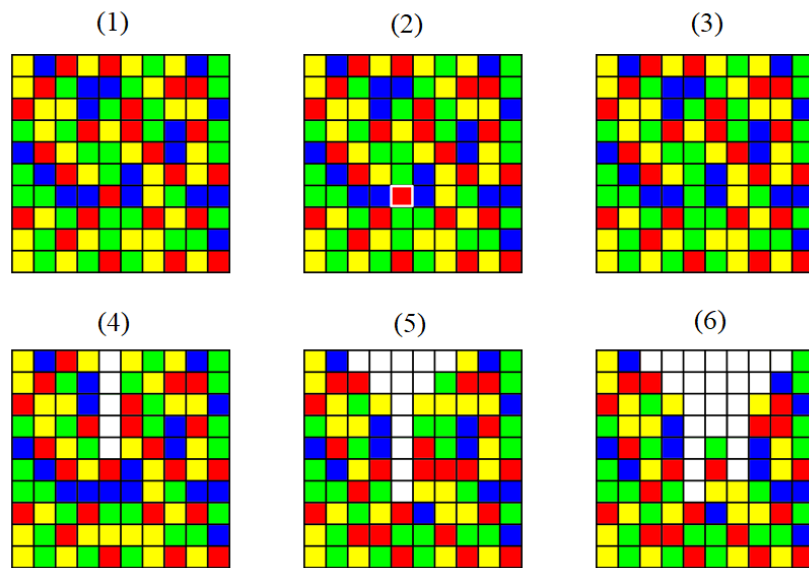
- Uniforme strategie
- Kleuren ratio strategie
- Mogelijke score strategie
- Gewogen score strategie

Deze strategien kunnen gebruikt worden om het spel te spelen op een bepaalde wijze. Elke strategie kiest altijd 1 blok uit de mogelijke blokken die beschikbaar zijn. Welk blok dit is hangt van de strategie af.

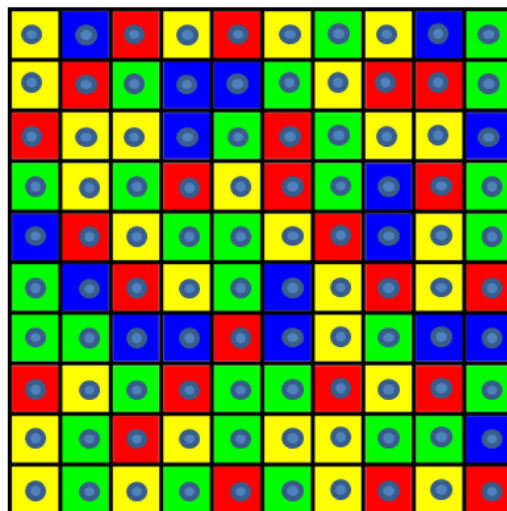
#### Uniforme strategie

Als de uniforme strategie wordt toegepast is de kans dat een blok gekozen wordt uniform voor elk blok in het spelbord. Voor een 10x10 bord is de kans dat een blok wordt gekozen  $\frac{1}{100}$ . In figuur 4 zien we alle mogelijke keuzes die de uniforme strategie kan kiezen in het gegeven bord.

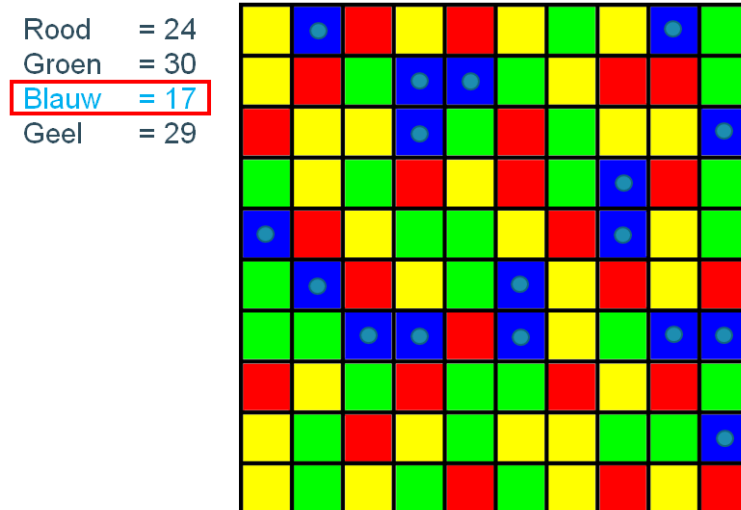




Figuur 3.2: er wordt een blok gekozen om op te drukken, in dit geval een rode blok. De blok verandert met een  $1/3$  kans in een groene blok. Omdat er meer als 2 blokken van dezelfde kleur op een rij staan worden deze verwijderd en de bovenstaande blokken vallen naar beneden. Dit wordt herhaald tot er niet meer als 2 blokken van dezelfde kleur op een rij staan



Figuur 3.3: In de uniforme strategie kunnen alle blokken gekozen worden met een uniforme kans verdeling. De kans is  $1/100$  voor elke blok in dit geval



Figuur 3.4: In bovenstaande figuur is de kleuren ratio voor de blauwe blokken het minst. Hier wordt uniform een blauwe blok gekozen met een  $1/17$  kans voor elke blok

### Kleuren ratio strategie

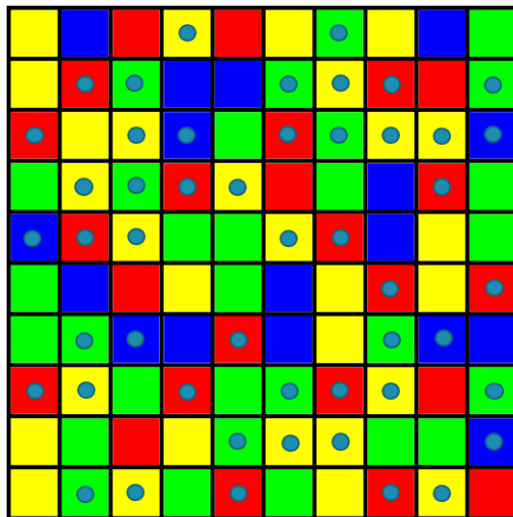
Voor de kleuren ratio strategie worden eerst alle blokken met dezelfde kleur opgeteld. Uit de kleur met het minst aantal blokken wordt uniform een blok gekozen. In figuur 5 zien we dat de blauwe blokken in de minderheid zijn. De strategie zorgt ervoor dat er uniform een blauwe blok wordt gekozen.

### Mogelijke score strategie

In de mogelijke score strategie wordt voor elke blok apart nagegaan of deze een mogelijke score kan hebben. Een blok kan een mogelijke score hebben als deze blok kan veranderen in een kleur die een score oplevert. In figuur 6 ziet u alle blokken aangeduid die een mogelijke score kunnen opleveren. Er wordt 1 blok uit deze blokken gekozen met een uniforme kansverdeling.

### Gewogen score strategie

De gewogen score strategie is een uitbreiding op de mogelijke score strategie waar we niet enkel naar de mogelijke score zien, maar naar de gewogen score. Elke blok kan veranderen van kleur aan de hand van een kansverdeling. De gewogen score strategie houdt rekening met deze kansverdeling. De gewogen score wordt berekend aan de hand van de score als een blok in Rood/Groen/Blauw/Geel verandert gewogen met de kans dat de blok verandert in Rood/Groen/Blauw/Geel.



Figuur 3.5: In een mogelijke score strategie wordt er uniform een blok gekozen uit alle blokken met een mogelijke score. In dit geval zijn er 48 blokken met een mogelijke score dus de kansverdeling is  $1/48$  voor elke blok

# Hoofdstuk 4

## Evaluatie

### 4.1 ProbLog2

### 4.2 Anglican

# Hoofdstuk 5

## Conclusie

### 5.1 Toekomstig werk

# Bibliografie

- [1] D. Barber. *Bayesian Reasoning and Machine Learning*. Cambridge University Press, 2012.
- [2] D. Fierens, G. Van den Broeck, J. Renkens, D. Shterionov, B. Gutmann, I. Thon, G. Janssens, and L. De Raedt. Inference and learning in probabilistic logic programs using weighted boolean formulas. *Theory and Practice of Logic Programming*, 15(3):pp. 358 – 401, 2015.
- [3] L. De Raedt and A. Kimmig. Probabilistic (logic) programming concepts. *Machine Learning*, 100(1):pp. 5 – 47, 2015.

**Faculteit Computerwetenschappen**  
Geel Huis, Kasteelpark Arenberg 11 bus 2100  
3001 LEUVEN, BELGIË  
tel. + 32 16 32 14 01  
[www.kuleuven.be](http://www.kuleuven.be)

