

TDAT2005 – Høsten 2019 – Øving 6

Institutt for datateknologi og informatikk, NTNU

Liste med oversettelser

Norsk	Engelsk	Kommentar
Graf, node eller hjørne, kant	Graph, vertex, edge	
Inntil, nabo, nabokanter	Incident, adjacent, adjacent	
Parallelle kanter, løkker	Parallel edges, loops	
Simple graf	Simple graph	
Rettet graf	Directed graph, digraph	
Vei, spor, sti	Walk, trail, path	Noen kaller det vi kaller en vei, for en sti.
Rundtur, (simpel) krets	Closed walk, (simple) circuit	

Generelt, så er ikke navngivning i grafteori helt standardisert.

Oppgave 1

En graf G har hjørner nummerert 1,2,3,4 og 5. Den har følgende kant-til-hjørnefunksjon

$$e_1 \mapsto \{1,2\}, e_2 \mapsto \{2\}, e_3 \mapsto \{1,5\}, e_4 \mapsto \{1,2\}, e_5 \mapsto \{2,4\}$$

- Lag en skisse av grafen.
- Har den parallelle kanter?
- Har den noen løkker?
- Er det en simpel graf?
- Er det en komplett graf?
- Hva er graden til node 2?
- Hva er totalgrafen til grafen?
- Finn en størst mulig simpel delgraf av G . Skriv kant-til-hjørnefunksjonen til denne.

Oppgave 2

En bonde skal frakte en ulv, en geit og en pose kålhoder over en elv med båt. De er først alle på vestbredden, og skal over til østbredden. Bonden kan kun frakte en ting av gangen i tillegg til seg selv, og kan ikke la ulven være alene med geita på noe tidspunkt. Og geita kan ikke være alene med kålhodene på noe tidspunkt, mens ulven kan være med kålhodene uten noen risiko for at den vil spise dem. Hvordan kan han frakte alt trygt over elven?

Bruk grafteori til å løse oppgaven, lignende det som er gjort i eksempel 10.1.7 på side 631-632 i boka.

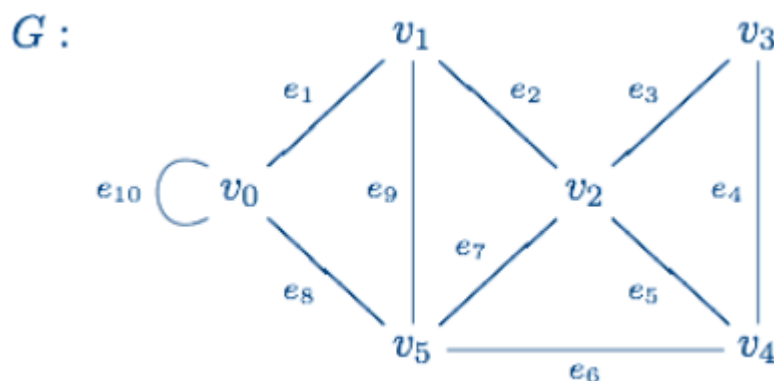
Oppgave 3

For beskrivelsene under, finn en graf som passer eller forklar hvorfor det ikke kan finnes noen slik graf.

- a) En graf med fire hjørner av grad 1, 1, 1 og 4.
- b) En graf med fire hjørner av grad 1, 2, 3 og 4.
- c) En simpel graf med fem hjørner av grad 2, 3, 3, 3 og 5.

Oppgave 4

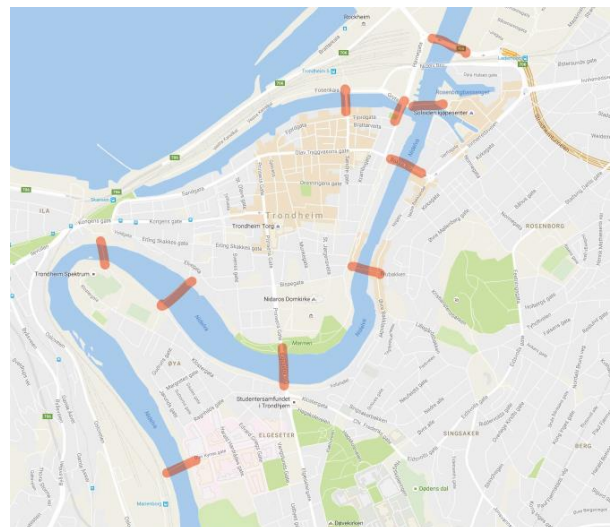
Spørsmålene under refererer til grafen



- a) Er veien $v_1 e_2 v_2 e_3 v_3 e_4 v_4 e_5 v_5 e_6 v_2 e_7 v_1 e_1 v_0$ en krets?
- b) Er veien $v_4 e_5 v_2 e_3 v_3 e_4 v_4 e_6 v_5 e_7 v_2$ et spor?
- c) Er veien $v_2 e_3 v_3 e_4 v_4 e_6 v_5 e_7 v_2$ et spor?
- d) Er veien $v_2 e_3 v_3 e_4 v_4 e_6 v_5 e_7 v_2$ en simpel krets?

Oppgave 5

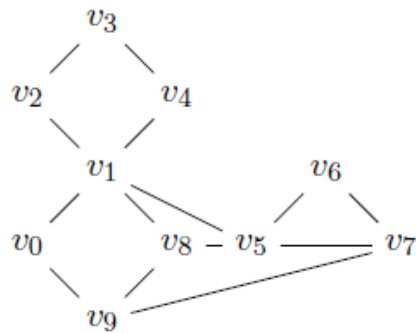
Løs “Broene i Trondheim”-problemet – kan vi på en søndagstur gå alle broene merket med rødt på kartet under nøyaktig en gang og ende opp på samme sted (dvs. landbit) som vi startet? Tegn en graf som representerer problemet, og forklar hvorfor eller hvorfor ikke det er mulig ved å vise til teori om Eulerkretser. (Kartet er ikke helt oppdatert, se bort fra dette.)



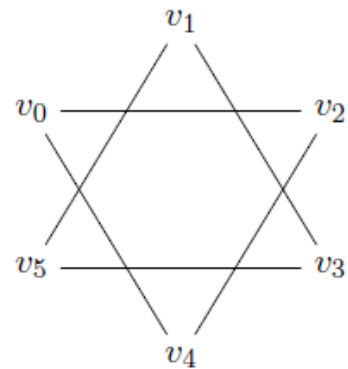
Oppgave 6

Undersøk hvilke av grafene under som har en Eulerkrets eller Eulerspor. For de som ikke har det, forklar hvorfor, og for de som har det, finn en/et.

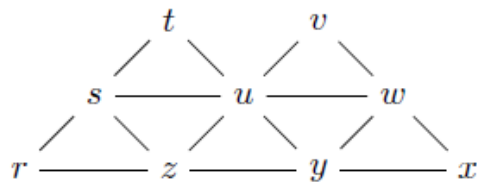
a)



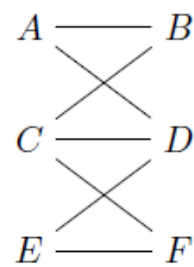
c)



b)



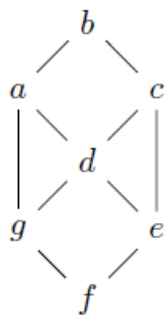
d)



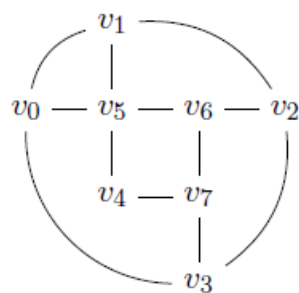
Oppgave 7

Undersøk hvilke av grafene under som har en Hamiltonkrets. For de som ikke har det, forklar hvorfor, og for de som har det, finn en.

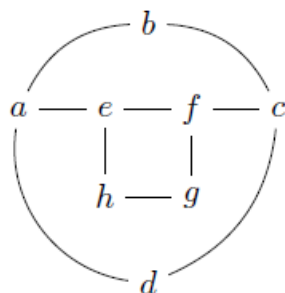
a)



b)

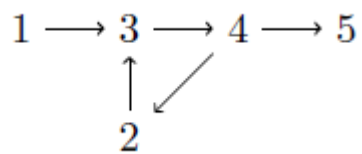


c)



Oppgave 8

a) Finn nabomatrisen til grafen under



b) Bruk matriseregning til å finne ut hvor mange veier av lengde to det finnes i grafen, og hvilke hjørner de går mellom.

c) Finn nabomatrisen til grafen til broene i Königsberg. Bruk ordningen A, B, C, D for nodene.

d) På hvor mange måter kan en person gå fra side A av elven, til side D, via øyene, hvis han skal krysse over broer fire ganger. Bruk matrisemultiplikasjon.

