Øving 9 - TDAT2005 Algoritmer og datastrukturer

IDI – NTNU Høsten 2019

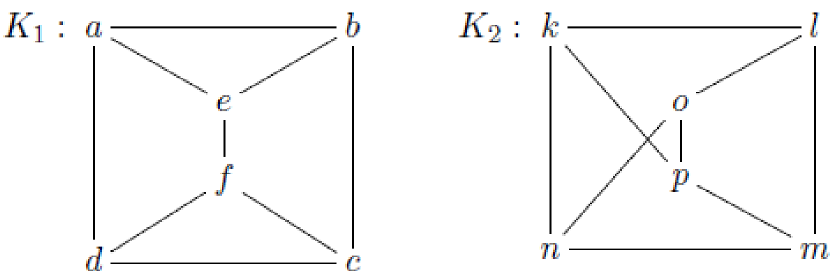
Oppgave 1

a) Finn et tre fra hver isomorfiklasse av trær med fem hjørner

b) Finn et tre fra hver isomorfiklasse av *rotede* trær med fem hjørner.

Oppgave 2

Under er det gitt to simple grafer K_1 og K_2, samt en bijeksjon mellom $V(K_1)$ og $V(K_2)$. Avgjør om denne bijeksjonen gir en isomorfi mellom grafene, og forklar hvorfor eller hvorfor ikke. Du skal altså *ikke* svare på om grafene er isomorfe eller ikke, du skal svare på om den foreslåtte bijeksjonen under gir en isomorfi eller ikke, og hvorfor.



Bijeksjonen $f : V(K_1) \to V(K_2)$ er gitt som følger:

$$a \longmapsto k \qquad d \longmapsto n$$

$$b \longmapsto l \qquad e \longmapsto p$$

$$c \longmapsto m \qquad f \longmapsto o$$

Oppgave 3

Finnes det noen isomorfi mellom grafene i Oppgave 2?

Oppgave 4

Hvis en definerer en likhetsoperator for objekter av en type/klasse i et dataprogram, er det anbefalt at operatoren bør definere slik at det blir en ekvivalensrelasjon.

a) Kan du finne noen gode grunner for det?

Per har definert en klasse hvor objektene representerer punkter i planet. Han definerer p.equals(q) som at avstanden mellom punktene p og q er mindre enn en fast lite tall ϵ, pga avrundingsproblematikk. (Å bruke likhet mellom flyt-tall er lite robust.)

b) Definerer dette en ekvivalensrelasjon på mengden av objekter av klassen?

Oppgave 5

Tegn en graf med egenskapene nedenfor, eller forklar hvorfor en slik graf ikke kan eksistere:

a) Et tre med 6 hjørner og totalgrad 12.
b) En graf med 5 hjørner og 4 kanter som ikke er et tre.
c) Et fullt binærtre med høyde 4 og 18 løvhjørner.
d) Et binærtre med høyde 4 og 15 løvhjørner.

Oppgave 6

Gitt binærrelasjonene under. Begrunn at de er eller ikke er hhv. refleksive, symmetriske og/eller transitive. Er noen av dem en ekvivalensrelasjon? Tegn også grafene til relasjonene.

a) $\mathcal{R}_1$ er relasjonen på $A = \{1, 2, 3, 4\}$ gitt ved at

$$a\mathcal{R}_1 a' \Leftrightarrow a \leqslant a'$$

b) $\mathcal{R}_2$ er relasjonen på $M = \{a, b, c, d\}$ gitt ved at

$$\mathcal{R}_2 = \{(a, a), (a, c), (b, b), (b, c), (b, d), (c, a)(c, b), (d, b), (d, d)\}$$

c) Gitt mengden $A = \{1, 2, 3\}$ og relasjonen $\mathcal{R}_3$ på $\mathcal{P}(A)$ gitt ved at

$$M\mathcal{R}_3 M' \Leftrightarrow M \subsetneq M'$$

(dvs. M er ekte delmengde i M').

Oppgave 7

a) La $A = \{a, b, c, d\}$. Avgjør om relasjonene under er partielle ordninger på A. Hvis du mener at svaret er nei for noen av dem, forklar hvorfor.

i) $R = \{(a, a), (a, c), (b, a), (b, d), (c, c), (d, d), (d, c)\}$
ii) $R = \{(a, a), (b, b), (d, b), (c, c), (d, d), (a, b), (b, d), (a, d)\}$
iii) $R = \{(a, a), (b, b), (d, b), (c, c), (d, d), (a, b), (b, c), (a, c), (d, c)\}$

b) Definer en relasjon R på $\mathbb{Z}$ som følger:

$$m\ R\ n \Leftrightarrow m^2 \leqslant n^2.$$

Vis at dette er en partiell ordning eller gi et moteksempel.

Oppgave 8

a) Gitt "deler"-relasjonen på mengden $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 15, 20\}$.

   i) Tegn Hassediagrammet til relasjonen.
   ii) Hvilke maksimale, minimale, største og minste elementer har ordningen?
   iii) Forklar hvorfor dette ikke er en total ordning, og finn to forskjellige topologiske sorteringer for relasjonen.

b) Gitt relasjonen R på $S \times T$, der $S = \{0, 1, 2\}, T = \{1, 2\}$ og R er definert ved at

$$(a, b)\ R\ (c, d) \Leftrightarrow a \leqslant c \text{ og } b \leqslant d.$$

   i) Tegn Hassediagrammet til relasjonen.
   ii) Hvilke maksimale, minimale, største og minste elementer har ordningen?
   iii) Forklar hvorfor dette ikke er en total ordning, og finn to forskjellige topologiske sorteringer for relasjonen.