

RISET OPERASI - EKMA4413

MODUL 1

PENDAHULUAN, PROBABILITAS, DAN KURVA NORMAL

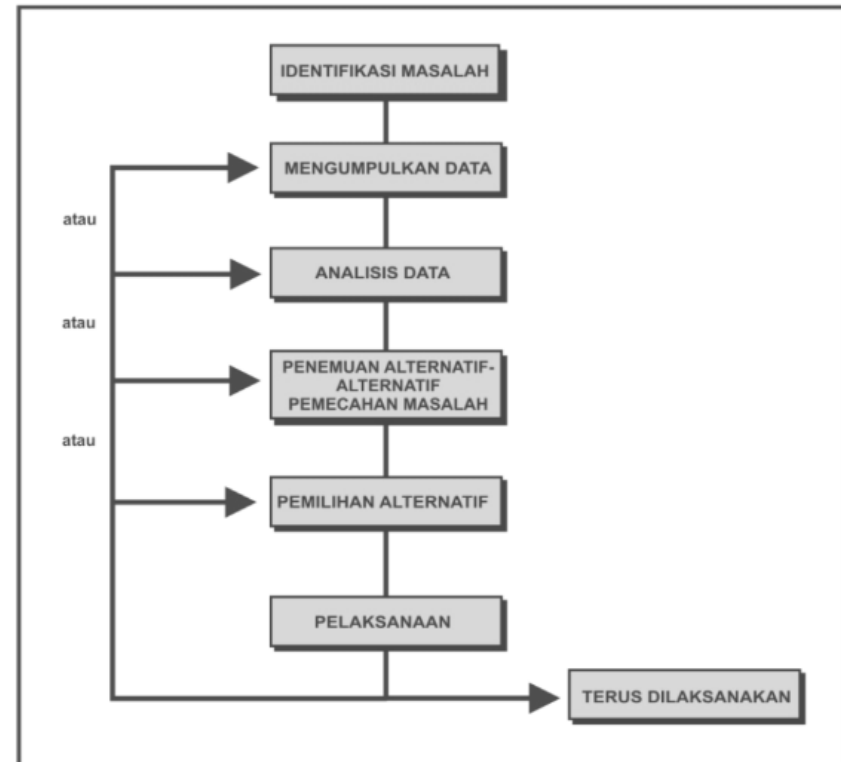
HENDRI SUTRISNO

PENDAHULUAN - 1

A. PENGERTIAN DASAR

- Dalam organisasi, manajemen selalu dihadapkan pada masalah pengambilan keputusan
- Riset Operasi bertujuan untuk mencari solusi dari masalah secara kuantitatif, dengan mempertimbangkan keterbatasan-keterbatasan yang ada

B. PROSES PENGAMBILAN KEPUTUSAN



PENDAHULUAN - 2

C. PERKEMBANGAN *OPERATIONS RESEARCH* (SEBELUM PERANG DUNIA II)

- 1915 – F. W. Harris mengemukakan konsep pengawasan persediaan
- 1931 – Walter Shewart mengemukakan penggunaan statistik untuk pengawasan kualitas
- 1941 – (Perang Dunia II) Ilmuan dan para sarjana Inggris (terutama dari bidang matematika) dilibatkan untuk mengatur strategi perang, yang kemudian dinamakan menjadi operations research

C. PERKEMBANGAN *OPERATIONS RESEARCH* (SETELAH PERANG DUNIA II)

- Pasca perang – operations research diterapkan pada perekonomian, umumnya pada aktifitas perusahaan atau organisasi. Dengan demikian, lahirlah quantitative analysis untuk kegiatan manajemen, atau juga sering disebut management science.

PROBABILITAS – 1

PENDAHULUAN

- Istilah yang digunakan dalam Bahasa Inggris – probability
- Besarnya kemungkinan terjadinya suatu peristiwa
- Dalam rentang 0 (mustahil) sampai dengan 1 (pasti).

- Cara perhitungan

1. Pendekatan teoritis

$$\text{Probability of an event} = \frac{\text{Number of favorable outcomes}}{\text{Total number of possible outcomes}}$$

2. Pendekatan experimental

$$\text{Probability of an event} = \frac{\text{Number of observations}}{\text{Total number of experiments}}$$

Contoh Kasus

Budi melemparkan dadu sebanyak 6,000 kali. Sisi angka 1 muncul sebanyak 1,100 kali. Berapakah kemungkinan (probabilitas) kemunculan sisi angka 1?

PROBABILITAS – 2

CONDITIONAL PROBABILITY

- Mutually Exclusive

$$P(AB) = 0$$

- Dua peristiwa yang tidak mungkin terjadi secara bersamaan
 - Dari kotak berisi bola plastik, diambil bola kaca
 - Melempar koin, sisi gambar dan sisi mata uang muncul secara bersamaan

- Independent

$$P(AB) = P(A) \times P(B)$$

- Dua peristiwa yang dapat terjadi secara bersamaan, tetapi tidak saling berhubungan
 - Budi sedang menonton televisi (A) dan mahasiswa melakukan aksi demonstrasi (B)

- Conditional

$$P(AB) = P(A) \times P(B|A)$$

- Terjadinya suatu peristiwa yang diawali oleh peristiwa lain (prasyarat)
- Probabilitas seorang bayi dilahirkan $P(A) = 0.8$. Probabilitas bayi yang sudah lahir untuk menjadi dewasa $P(B|A) = 0.9$.
- Maka, probabilitas bayi mulai dari lahir, dan menjadi dewasa adalah $P(AB) = P(A) \times P(B|A)$
- $P(AB) = 0.8 \times 0.9 = 0.72$

PROBABILITAS – 3 DISTRIBUTION

CONTOH KASUS

Dalam bagian ini, kita akan membuat distribusi probabilitas. Artinya, kita akan membuat tabel yang berisi kelas-kelas dan probabilitasnya. Untuk mempermudah penjelasannya, kita gunakan contoh sebagai berikut. Kita meneliti keluarga-keluarga yang beranak tiga di suatu daerah. Ternyata, setiap terjadi kelahiran, probabilitas wanita = 0,30 sehingga probabilitas laki-laki = 0,70. Anak yang dimiliki bisa laki-laki semua, mungkin, anak pertama perempuan, lalu anak ke-2 dan ke-3 laki-laki, dan seterusnya.

1. Untuk alternatif pertama, semua anaknya laki-laki (L,L,L) = $P_{1L} \times P_{2L} \times P_{3L} = P$ anak pertama laki-laki x P anak kedua laki-laki x P anak ketiga laki-laki = $0,7 \times 0,7 \times 0,7 = 0,343$.
2. Untuk alternatif kedua, anak pertama perempuan, anak kedua laki-laki, dan anak ketiga laki-laki (P,L,L) = $P_{1P} \times P_{2L} \times P_{3L} = P$ anak pertama perempuan x P anak kedua laki-laki x P anak ketiga laki-laki = $0,3 \times 0,7 \times 0,7 = 0,147$. Begitu seterusnya.

ALTERNATIF - KEMUNGKINAN

Tabel 1.1.
Alternatif Jenis Kelamin Anak yang Dimiliki dan Probabilitasnya

Alter-natif	Anak ke:			Anak wanita	Probabilitas
	I	II	III		
1	L	L	L	0	$0,7 \times 0,7 \times 0,7 = 0,343$
2	L	L	P	1	$0,7 \times 0,7 \times 0,3 = 0,147$
3	L	P	L	1	$0,7 \times 0,3 \times 0,7 = 0,147$
4	P	L	L	1	$0,3 \times 0,7 \times 0,7 = 0,147$
5	L	P	P	2	$0,7 \times 0,3 \times 0,3 = 0,063$
6	P	L	P	2	$0,3 \times 0,7 \times 0,3 = 0,063$
7	P	P	L	2	$0,3 \times 0,3 \times 0,7 = 0,063$
8	P	P	P	3	$0,3 \times 0,3 \times 0,3 = 0,027$
Jumlah					1,000

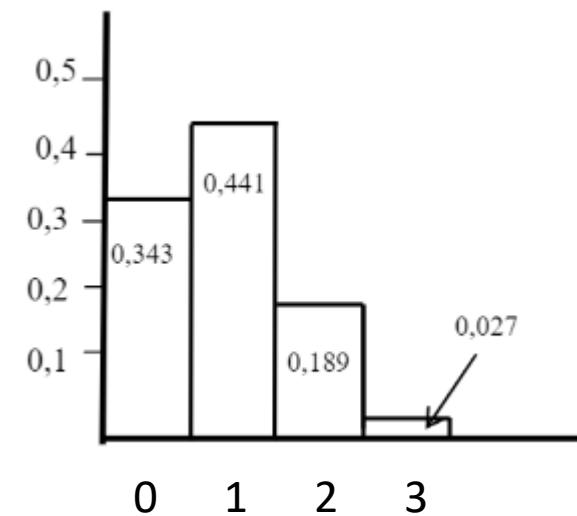
PROBABILITAS – 3 DISTRIBUTION

DISTRIBUSI TEORITIS

Kelas	Jumlah anak perempuan	Probabilitas
1	0	0,343
2	1	0,441
3	2	0,189
4	3	0,027
		1,000

HISTOGRAM

- Histogram distribusi probabilitas memiliki anak wanita dari keluarga dengan tiga anak



PROBABILITAS – 4 POISSON DISTRIBUTION

DISTRIBUSI POISSON

Rumus binomial yang sudah kita kenal hanya dapat dipakai bila probabilitas kejadian itu tidak terlalu kecil (misalnya 0,20; 0,25; 0,40) dan tidak terlalu besar (misalnya 3, 4, 5, 10). Apabila probabilitasnya sangat kecil (misalnya 0,005; 0,0001) dan n -nya banyak sekali (misalnya 1000; 10000), sebaiknya kita gunakan rumus poisson. Ini dilakukan karena sangat sulit menghitungnya jika menggunakan rumus binomial, misalnya perkalian dan perpangkatannya rumit. Rumus poisson sebagai berikut.

$$P(x) = \frac{\mu^x \cdot e^{-\mu}}{X!}$$

$$\mu = n \cdot p$$

$$e = \text{bilangan naperian} = 2,71828$$

CONTOH – SOAL A

Dalam suatu kecamatan, terdapat 5000 orang penduduk dewasa. Probabilitas seorang penduduk yang memiliki bibit penyakit malaria = 0,001.

- a. Berapa probabilitas jika empat orang penduduk di kecamatan itu memiliki bibit penyakit malaria?

Jawab:

$$\mu = 5\,000 \times 0,001 = 5$$

$$P_{(4)} = \frac{5^4 \cdot e^{-5}}{4!} = \frac{625 \times 0,00674}{24} = 0,175521$$

Jadi, probabilitas empat orang penduduk yang memiliki bibit penyakit malaria = 0,175521.

PROBABILITAS – 4 POISSON DISTRIBUTION

CONTOH – SOAL B

- b. Hitunglah probabilitas—paling banyak dua orang—yang memiliki bibit penyakit malaria!

Jawab:

Probabilitas paling banyak dua orang yang memiliki bibit penyakit malaria = $P_0 + P_1 + P_2 =$

$$P_{(0)} = \frac{5^0 \cdot e^{-5}}{0!} = \frac{1 \times 0,00674}{1} = 0,0067$$

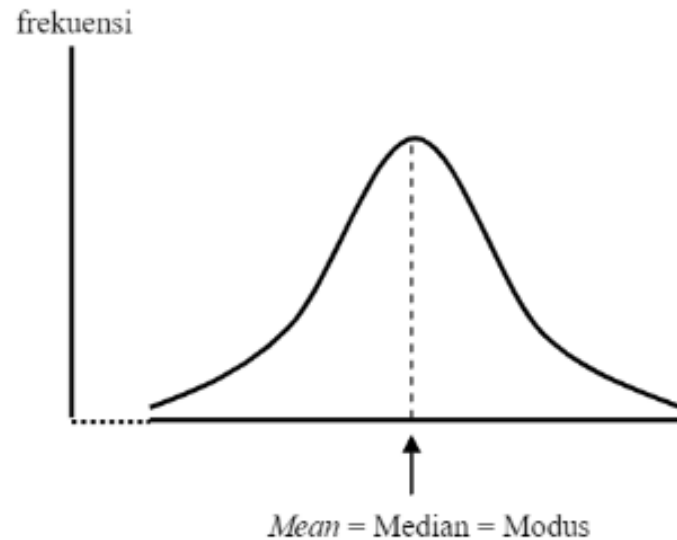
$$P_{(1)} = \frac{5^1 \cdot e^{-5}}{1!} = \frac{5 \times 0,00674}{1} = 0,0337$$

$$P_{(2)} = \frac{5^2 \cdot e^{-5}}{2!} = \frac{25 \times 0,00674}{2} = 0,08425$$

Probabilitas paling banyak dua orang yang memiliki bibit penyakit malaria = $0,0067 + 0,0337 + 0,08425 = 0,12469$.

KURVA NORMAL – 1

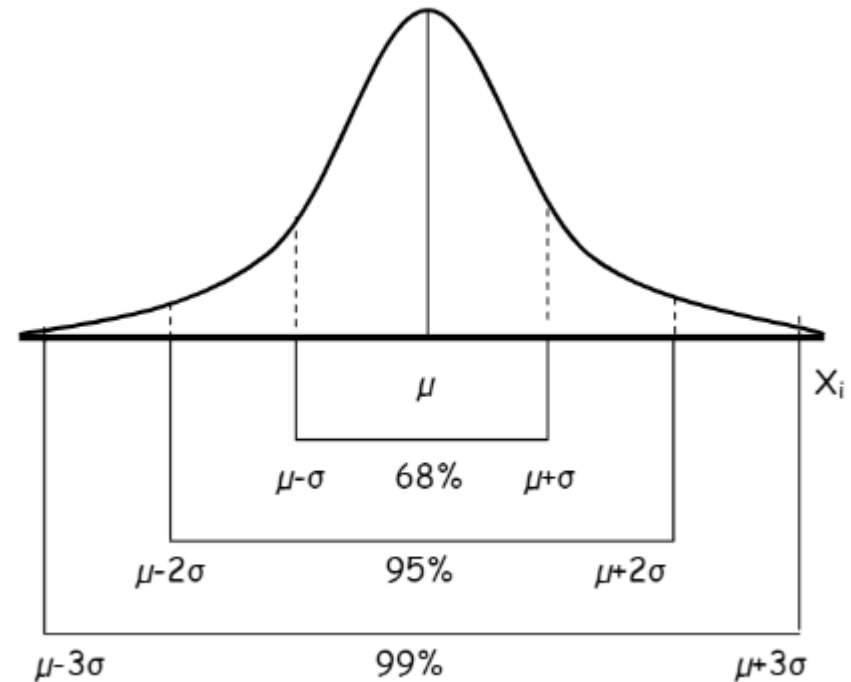
KURVA NORMAL



Lengkung atau kurva normal memiliki persamaan sebagai berikut.

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(X-\mu)}{\sigma}\right]^2}$$

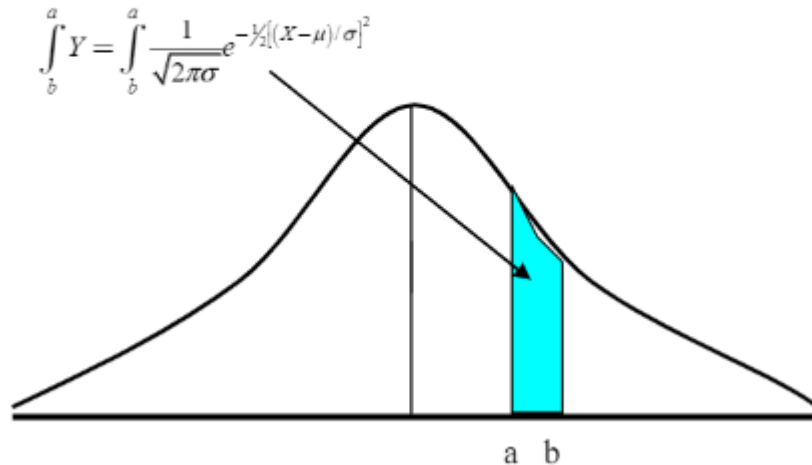
CONFIDENCE INTERVAL



KURVA NORMAL – 1

LUAS BAGIAN

Luas antara titik a dan titik b dapat dicari dengan integral antara titik a dan titik b.

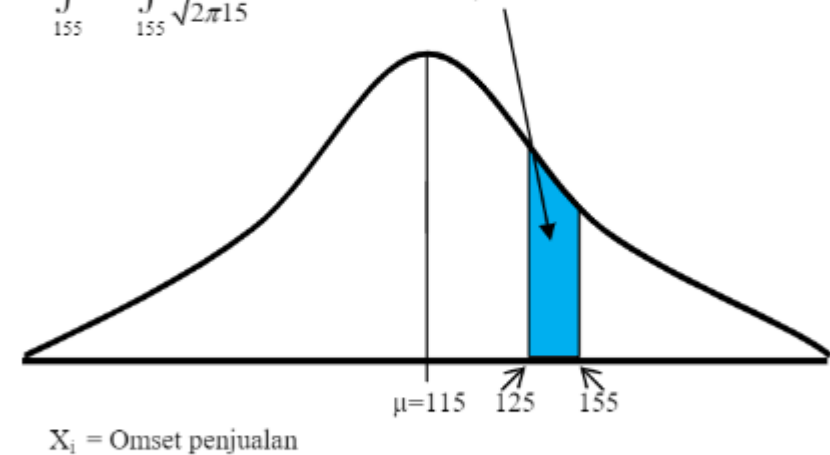


Misalnya, suatu perusahaan memiliki pelanggan yang jumlahnya sangat banyak. Omzet penjualan kepada setiap pelanggan itu setiap beli rata-rata Rp115.000.000 dengan deviasi standarnya Rp15.000.000.

Kita akan mencari berapa persenkah pelanggan yang dapat menghasilkan omzet antara Rp125.000.000 sampai dengan Rp155.000.000?

Gunakan data dalam contoh untuk membuat persamaan garis Y dan mencari luas di bawah lengkung dengan menggunakan integral terbatas antara Rp125.000.000 sampai dengan Rp155.000.000 (untuk mempermudah, disingkat menjadi 125 sampai dengan 155) dari persamaan itu.

$$\int_{155}^{125} Y = \int_{155}^{125} \frac{1}{\sqrt{2\pi}15} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x-115)}{15}\right]^2} = 0,2476$$



Gambar 1.7.

Persentase pelanggan yang omzetnya antara Rp125.000.000 sampai dengan Rp155.000.000 dicari dengan integral. Berarti pelanggan yang menghasilkan omzet penjualan perusahaan antara Rp125.000.000 sampai dengan Rp155.000.000 sebanyak 0,2476 atau 24,76%.

KURVA NORMAL – 2

TABEL Z

- Nilai X dirubah menjadi nilai Z dengan menggunakan rumus

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

z-table.com

CONTOH SOAL

- Rata-rata omzet = 115
 - Deviasi standar omzet = 15
1. Probabilitas omzet dibawah atau sama dengan 115
 2. Probabilitias omzet dibawah atau sama dengan 125
 3. Probabilitas omzet diantara 125 sampai dengan 145
 4. Probabilitas omzet lebih dari 145

SOAL #1

$$Z_{115} = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{115 - 115}{15} = 0$$

$$\Pr(X \leq 115) = 0.500$$

[illegible]

SOAL #2

$$Z_{125} = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{125 - 115}{15} = 0.67$$

$$\Pr(X \leq 125) = 0.7486$$

[illegible]

SOAL #3

$$Z_{125} = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{125 - 115}{15} = 0.67$$

$$Z_{145} = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{145 - 115}{15} = 2$$

$$\Pr(X \leq 125) = 0.7486$$

$$\Pr(X \leq 145) = 0.9772$$

$$\Pr(125 \leq X \leq 145) = 0.9772 - 0.7486 = 0.2286$$

[illegible]

SOAL #3

$$Z_{145} = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{145 - 115}{15} = 2$$

$$\Pr(X > 145) = 1 - \Pr(X \leq 145)$$

$$\Pr(X > 145) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$

[illegible]

RISET OPERASI - EKMA4413

MODUL 1

PENDAHULUAN, PROBABILITAS, DAN KURVA NORMAL

HENDRI SUTRISNO