

1. Cramer 法则, 克莱姆法则, 适用于方程个数和未知量个数相等.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 6 \\ -x_1 + x_2 + 6x_3 = 9 \end{cases} \quad \text{3个方程, 3个未知量.}$$

系数行列式 = $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & 6 \end{vmatrix}$

① n 个方程, n 个未知量.

② $D \neq 0$, $x_j = \frac{D_j}{D}$, D_j 表示用常数列, 替换系数行列式第 j 列

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & 6 \end{vmatrix} \quad D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & -1 & 5 \\ 9 & 1 & 6 \end{vmatrix} \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 6 & 5 \\ -1 & 9 & 6 \end{vmatrix} \quad D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 6 \\ -1 & 1 & 9 \end{vmatrix}$$

2. 齐次线性方程组, 右边都为 0, 至少有零解.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 + 6x_3 = 0 \end{cases}$$

定理: 如果系数行列式 $D \neq 0$, 则只有零解.

① 齐次 ② 方程个数 = 未知量个数.

定理: 齐次方程 (方程数 = 未知量) 有非零解的必要条件 $\Leftrightarrow D = 0$