特殊矩阵（方阵）

① 数量矩阵

$$\begin{pmatrix} a & & & \\ & a & & \\ & & a & \\ & & & \ddots \; a \end{pmatrix} = aE$$

② 对角形矩阵

$$\begin{pmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_n \end{pmatrix} = diag(a_1 \; a_2 \cdots a_n)$$

③ 上三角形

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ & 1 & 1 \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

④ 下三角形

$$\begin{pmatrix} 1 & & \\ 1 & 1 & \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

⑤ 对称矩阵

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \qquad a_{ij} = a_{ji} \qquad (A^T = A)$$

对称矩阵的加、减、数乘仍然对称，乘法不再对称。

A，B 同阶对称矩阵。

① $(A+B)^T = A^T + B^T = A+B$

② $(A-B)^T = A^T - B^T = A-B$

③ $(KA)^T = KA^T = KA$

④ $(AB)^T = B^T A^T = BA \neq AB$，所以不对称

如果对称，则 A，B 一定可交换

例题①：$A_{m\times n}$，证明 AA^T 和 A^TA 都是对称

$(AA^T)^T = (A^T)^T A^T = AA^T$

$(A^TA)^T = A^T (A^T)^T = A^TA$

例②、A 对称，证明 B^TAB 也是对称。

$(B^TAB)^T = B^T A^T (B^T)^T = B^T A^T B = B^TAB$

⑥ 反对称。

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & -4 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \qquad a_{ij} = -a_{ji}，主对角线都是0， \quad A^T = -A$$

反对称的加、减、数乘，仍然反对称，乘积不反对称。