

問題7 (ハンドアウト P12, 6. 区間推定と検定の方法)

母平均 μ の 95% 信頼区間は $[\bar{X} - k(0.05) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + k(0.05) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$ である。
 $n=12, \bar{X}=39.5, \sigma=2, k(0.05)=1.96$ より

$$\begin{aligned} \bar{X} \pm k(0.05) \frac{\sigma}{\sqrt{n}} &= 39.5 \pm 1.96 \frac{2}{\sqrt{12}} = 39.5 \pm 1.96 \frac{2}{2\sqrt{3}} \\ &= 39.5 \pm 1.13160652761... = \begin{cases} 40.63 \\ 38.37 \end{cases} \end{aligned}$$

したがって、母平均の 95% 信頼区間は $[38.37, 40.63]$ となる。

問題2

サンプルサイズ $n=100$ より大標本を考えると

母平均の 95% 信頼区間は $[\bar{X} - k(0.05) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + k(0.05) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$ である。
 σ は未知数なので、標本標準偏差 $S=1.8$ を代用すると

$\bar{X}=14.2, S=1.8, k(0.05)=1.96$ より

$$\begin{aligned} \bar{X} \pm k(0.05) \frac{\sigma}{\sqrt{n}} &= 14.2 \pm 1.96 \frac{1.8}{\sqrt{100}} = 14.2 \pm 1.96 \frac{1.8}{10} \\ &= 14.2 \pm 0.3528 = \begin{cases} 14.5528 \\ 13.8472 \end{cases} \end{aligned}$$

したがって中学生の 100m 走の
 平均タイムの 95% 信頼区間は $[13.8472, 14.5528]$

問題 (ハンドアウト P4, 6.3 母平均の検定)

新製品の音の大きさを μ として

帰無仮説 $H_0: \mu = 55$ 対立仮説 $H_1: \mu < 55$

について母平均の片側検定を行う。

仮定より母分散は $\sigma^2 = 10$ であり、音の大きさは正規分布に従うから、仮説 H_0 の下で

標準化 $Z = \frac{\bar{X} - 55}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ は $N(0, 1)$ に従う。

今、標本平均 $\bar{X} = 48$ であり、サンプルサイズ $n = 10$ より、

$$Z = \frac{48 - 55}{\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}} = -7$$

有意水準 $\alpha = 0.05$ のとき、 $k(2 \times 0.05) = k(0.10) = 1.645$ より

$$|Z| = 7 > 1.645 = k(0.1)$$

となり、仮説 H_0 を棄却する。従って

有意水準 5% で新製品は改良された

といえる。

✓