確率統計学レポート用紙

| 学籍番号: s1240234 | 氏名: 根本 優太 |
| --- | --- |

問題（3.2.5 ガンマ分布　ページ4）

ガンマ関数のとる値の証明.

まず定義より $\Gamma(a) = \int_0^\infty x^{a-1} e^{-x} dx \quad (a>0)$

$a=1$ のとき,

$$\Gamma(1) = \int_0^\infty x^{1-1} e^{-x} dx \qquad = \int_0^\infty e^{-x} dx$$

$$= \left[-e^{-x}\right]_0^\infty \qquad = -\left[\frac{1}{e^x}\right]_0^\infty$$

$$= -(0-1) \qquad = \underline{1}$$

$a$ が1以上の整数のとき,

$$\Gamma(a+1) = \int_0^\infty x^a e^{-x} dx \quad = \int_0^\infty x^a (-e^{-x})' dx$$

$$= \left[-x^a e^{-x}\right]_0^\infty + \int_0^\infty a x^{a-1} e^{-x} dx$$

$$= 0 + a\int_0^\infty x^{a-1} e^{-x} dx$$

$$= \underline{a\Gamma(a)}$$

以上より, $\Gamma(n+1) = n!\,\Gamma(1) = n!$ となる.

問題（4.2 標本分布　ページ7）

(3) を示してみよ.

$U$ の密度関数を $f(x)$ とおくと,

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad , x>0$$

このとき $U = X + Y$ より,

$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ とおける。

すると

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha_1+\alpha_2)\,\beta^{\alpha_1+\alpha_2}}\, x^{\alpha_1+\alpha_2-1}\, e^{-\frac{x}{\beta}}$$ とでき、

このとき定義より、

Uはガンマ分布$(\alpha_1+\alpha_2, \beta)$に従うといえる。 //

問題（4.2 確率変数の和の分布 ページ3）

平均$\mu=-1$、分散$\sigma^2=20$のとき、

サイズ200の無作為標本による標本平均$\bar{X}$は

近似的に正規分布$\underline{N(-1, 0.1)}$に従う。

中心極限定理より、nがしより十分に大きいとき

$\bar{X}$は近似的に正規分布$N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$に従うから

このとき$\mu=-1$, $\sigma^2=20$, $n=200$とすると

$$N(-1, \frac{20}{200}) = N(-1, 0.1)$$

//