$$\begin{array}{r} 1.369 \\ 73\overline{)100} \\ 73 \\ \hline 270 \\ 219 \\ \hline 510 \\ 438 \\ \hline 72 \end{array}$$

確率統計学レポート用紙

学籍番号: 5124O234	氏名: 根本 優太

過去問2016年度

1.(1) $B(n,p)$ に従うとは、X が確率関数 $\underline{p_k = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}}$ をもつこと。

500人集め4月20日生まれの確率が $\frac{1}{365}$ のとき　$\frac{100}{73} =$

X は2項分布 $\underline{B(500, \frac{1}{365})}$ に従う。

$Po(\lambda)$ に近似するとき、λ の値は $\underline{1.37}$ である。

(2) X が μ, σ^2 をもつとき $X^* = \underline{\frac{X-\mu}{\sigma}}$ は平均 $\underline{0}$, 分散 $\underline{1}$ をもつ。

X が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとき $\underline{N(0,1)}$ に従う。

(3) $X = \underline{X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + \cdots + X_n^2}$ と表される分布はカイ2乗分布

$X_1, \ldots X_n$ が正規分布からの無作為標本のとき

$\sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \mu)^2}{\sigma^2}$ は分布 $\underline{\chi_n^2}$ に従う。

$\frac{nS^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2}$ は分布 $\underline{\chi_{n-1}^2}$ に従う。

(5) (i) $E(\bar{X}) = \mu$, $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

(ii) $\bar{X}$ は $n \to \infty$ のとき μ に確率収束するのが大数の弱法則。

これは標本平均が母平均の$\underline{一致}$推定量であること。

(iii) $n >> 1$ のとき $\bar{X}$ は近似的に分布 $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ に従うのが、中心極限定理

(iv) $\mu = -1, \sigma^2 = 20$ のとき $n = 200$ の $\bar{X}$ は分布 $\underline{N(-1, 0.1)}$ に従う。

(6) $\underline{S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}$, $\underline{U^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}$

$\hat{\theta}$ が θ の不偏推定量であるとは $\underline{E(\hat{\theta}) = \theta}$ を満たすこと。

4. $n=100$, $\overline{X}=5.8$, $S^2=0.16$

95%の信頼区間は $\left[\overline{X}-k(0.05)\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{X}+k(0.05)\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

すなわち $\left[5.8-1.96\cdot\frac{0.4}{10},\ 5.8+1.96\cdot\frac{0.4}{10}\right]$

したがって $[5.72,\ 5.88]$ である。

5. $H_0: \mu=16.1$, $H_1: \mu\neq16.1$

仮説H_0の下で、

$Z=\dfrac{\overline{X}-16.1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ は正規分布$N(0,1)$に従う。

$n=16$, $\overline{X}=17.4$, $\sigma^2=9$より

$Z=\dfrac{4(17.4-16.1)}{3}\fallingdotseq1.73<1.96=k(0.05)$

よって、仮説H_0を採択する。

$H_0: \mu=16.1$, $H_1: \mu>16.1$

について片側検定を行う。

上同様に $Z\fallingdotseq1.73$

$Z=1.73>1.645=k(2\times0.05)$

よって仮説 H_0を棄却する。