REVISÃO PARA A PRIMEIRA PROVA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III

PROF. SUZANA MATOS
UECE - 2017.2

1. Funções vetoriais

Exercício 1.
Determine se a afirmação dada é verdadeira ou falsa. Explique sua resposta.

a) O domínio natural de uma função vetorial é a união dos domínios de suas funções componentes.

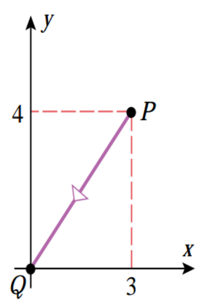
b) Se $\mathbf{r}(t) = \langle x(t), y(t)\rangle$ for uma função vetorial no espaço bidimensional, então o gráfico de $\mathbf{r}(t)$ será uma superfície no espaço tridimensional.

c) Se $\mathbf{r}(t)$ for uma função vetorial que é contínua no intervalo $[a, b]$, então, dado $a < t < b$, teremos

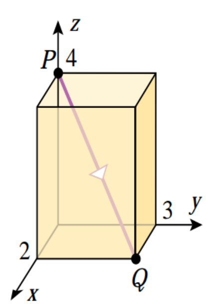
$$\frac{d}{dt}\left[\int_a^t \mathbf{r}(u)du\right] = \mathbf{r}(t)$$

d) Se a reta $y = x$ for parametrizada pela função vetorial $r(t)$, então $r(t)$ será lisa.

Exercício 2.
Escreva uma equação vetorial para o segmento de reta de P a Q.



(A)



(B)

Exercício 3.
Obtenha o limite, se existir.

a) $\lim_{t\to 2}\left((3t-2)\mathbf{i}+t^2\mathbf{j})\right)$

b) $\lim_{t\to +\infty}\langle\frac{t^2+1}{3t^2+2},\frac{\sin(t)}{t}\rangle$

c) $\lim_{t\to -1}\left(e^{t+1}\mathbf{i}+|t+1|\mathbf{j})\right)$

d) $\lim_{t\to 1}\langle\frac{3}{t^2},\frac{\ln(t)}{t^2-1},\sin(2t)\rangle$

Exercício 4.
Calcule as integrais.

a) $\int\langle e^{-t},e^{t},3t^2\rangle dt$

b) $\int_0^1\left(t\mathbf{i}+4\mathbf{j}+t^2\mathbf{k}\right)dt$

c) $\int_0^{\pi/2}\langle\cos 2t,\sin 2t\rangle dt$

d) $\int_{-3}^{3}\langle\frac{(3-t)^3}{2},\frac{(3+t)^3}{2}\rangle dt$

Exercício 5.
Obtenha as derivadas de $\mathbf{r}(t)$, calcule o comprimento de curva no intervalo indicado e esboce o gráfico indicando a derivada no meio do intervalo.

a) $\mathbf{r}(t)=\langle-\sin(t),\cos(t),1\rangle, t\in[0,2\pi]$

b) $\mathbf{r}(t)=\left(t\mathbf{i}+t^2\mathbf{j}\right), t\in[0,1/2]$
DICA: use a mudança de variável: $2t=\tan(u)$ e integral por partes

Exercício 6.
Ache $\mathbf{T}(t)$, $\mathbf{N}(t)$ e $\mathbf{B}(t)$.

a) $\mathbf{r}(t)=\cos(t)\mathbf{i}+\sin(t)\mathbf{j}+\mathbf{k}, t=\pi/4$

b) $\mathbf{r}(t)=e^t\mathbf{i}+e^t\cos(t)\mathbf{j}+e^t\sin(t)\mathbf{k}, t=0$

2. Funções de duas ou mais variáveis

Exercício 7.
Determine se a afirmação dada é verdadeira ou falsa. Explique sua resposta.

a) Se $f(x,y)=y/x$, então uma curva de nível de $f(x,y)=m$ será a reta $y=mx$.

b) Se o gráfico de $z=f(x,y)$ for um plano no espaço, então f_x e f_y serão funções constantes.

c) Se f_x e f_y forem contínuas em (x_0,y_0), então f será contínua nesse ponto.

d) Se $v=2u$, então a derivada direcional de f na direção e sentido de v num ponto (x_0,y_0) será duas vezes a derivada direcional de f na direção e no sentido de u no ponto (x_0,y_0).

Exercício 8.
Represente graficamente o domínio da função.

a) $u^2+v^2+w^2=1, w\geq 0$

b) $f(x,y)=\sqrt{y-x}+\sqrt{1-y}$

Exercício 9.
Calcule o limite ou demonstre porque ele não existe.

a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3}{x^2+y^2}$

Exercício 10.

Calcule as derivadas parciais da função $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3-y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0); \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$.

Exercício 11.
Use a tabela para estimar:

ÂNGULO θ (graus) \ VELOCIDADE v (pés/s)	75	80	85	90
35	165	188	212	238
40	173	197	222	249
45	176	200	226	253
50	173	197	222	249

FIGURA 2. Alcance horizontal r

a) da derivada parcial de r em relação a v quando $v = 85$ pés/s e $\theta = 45°$

b) da derivada parcial de r em relação a θ quando $v = 85$ pés/s e $\theta = 45°$

Exercício 12.
Calcule a diferencial.

a) $z = \arctan(xy)$ b) $w = 4x^2y^3z^7 - 3xy + z + 5$ c) $w = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}$

Exercício 13.
Use a regra da cadeia para determinar as derivadas parciais de f em relação a u e v nos pontos $u = 1$ e $v = -2$, se

$$f(x,y) = x^2y^2 - x + 2y;\ x = \sqrt{u};\ y = uv^3$$

Exercício 14.
Esboce a curva de nível $z = k$ com os valores especificados de k, calcule e desenhe o vetor gradiente para os pontos $p(-1,1)$ e $q(1,2)$.

a) $z = x^2 + y^2, k = 0,1,2,3,4,5$ b) $z = x^2 - y^2, k = -3,-2,-1,0,1,2,3$

Exercício 15.
Resolva o problema a seguir utilizando as duas formas explicadas em sala: achando o ponto crítico e com os multiplicadores de Lagrange:
Determine as dimensões de uma caixa retangular, aberta no topo, tendo volume V e requerendo a menor quantidade de material para sua construção.