

26. Нелинейная Марковская фильтрация

Практически то же самое что и расширенная фильтрация Калмана.

Матрицы \mathbf{F} и \mathbf{H} рассчитываются при помощи аппроксимации нелинейных функций \mathbf{f} и \mathbf{h} рядами Тейлора и учетом только членов этих рядов, содержащих первые и вторые производные нелинейных уравнений по параметрам.

Уравнения системы и наблюдения в нелинейном случае модифицируются следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) + \mathbf{w}(k) \quad , \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{n}(k) \quad .\end{aligned}$$

Матрицы \mathbf{F} и \mathbf{H} рассчитываются следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= \frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{x}(k)} \\ \mathbf{H} &= \frac{d\mathbf{h}}{d\hat{\mathbf{x}}(k)}\end{aligned}$$

В уравнении предсказания вместо оператора \mathbf{F} используется функция \mathbf{f} , воздействующая на априорную оценку состояния.

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k))$$

В уравнении коррекции вместо оператора \mathbf{H} используется функция \mathbf{h} , воздействующая на априорную оценку состояния.

$$\bar{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{K}(\mathbf{y}(k) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(k)) - \frac{1}{2}\mathbf{B})$$

где

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0, j=0}^{N-1} R_{ij} \frac{d^2 h_0}{d x_i d x_j} \\ \dots \\ \sum_{i=0, j=0}^{N-1} R_{ij} \frac{d^2 h_{M-1}}{d x_i d x_j} \end{bmatrix}$$

где M – размер вектора наблюдения, а в правой части сумм стоят вторые производные m -ого уравнения в векторной функции наблюдения по i и j -ому элементу вектора состояния, умноженные на соответствующие элементы из матрицы ковариаций.

Уравнение расчета коэффициента усиления \mathbf{K} также модифицируется с учетом второй производной из разложения функции наблюдения в ряд Тейлора:

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}(k) \mathbf{H} (\mathbf{H} \mathbf{R}(k) \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_n + \frac{1}{2} \mathbf{C})^{-1}$$

где коэффициенты матрицы \mathbf{C} рассчитываются как

$$C_{ij} = \sum_{p=0, q=0, r=0, l=0}^{N-1} \frac{d^2 h_0}{d x_p d x_q} R_{pr} R_{ql} \frac{d^2 h_j}{d x_r d x_l} \quad .$$

Собственно в этом все отличия. Остается только упомянуть, что все это оптимально в условиях белого Гауссового шума и линейных систем.