

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**

**федеральное государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования.**

**Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет  
информационных технологий, механики и оптики**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**СД.04– Компьютерная обработка и распознавание изображений**

**Санкт-Петербург  
2013**

Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Компьютерная обработка и распознавание изображений»/В.Т. Фисенко, Т.Ю. Фисенко; НИУ ИТМО.-Санкт-Петербург, 2013

Составлены для проведения студентами лабораторных работ по исследованию методов квантования изображений, их восстановлению и масштабированию с помощью методов интерполяции, улучшению изображений с помощью методов линейной и нелинейной пространственной и частотной фильтрации, сокращению избыточности изображений с помощью методов сжатия изображений на основе дискретного косинусного и вейвлетного преобразований. Работы позволяют студентам глубже понять современные методы компьютерной обработки изображений, методы анализа изображений и оптимизации параметров разрабатываемых опτικο-электронных систем.

# 1 Лабораторная работа № 1

## Исследование методов квантования цифровых сигналов изображений

Цель работы – ознакомиться с методами квантования цифровых изображений, исследовать влияние нелинейных предскажений на результаты квантования, определить число полезных разрядов при квантовании сигнала, пораженного шумом.

### Задание по работе:

- Изучить теоретическую часть работы.
- Промоделировать квантование цифрового изображения, оценить субъективные и объективные ошибки квантования.
- Выполнить расчет зависимости качества изображения при квантовании от числа уровней квантования, нелинейного предсказания и наличия шума в сигнале.

## 1.1 Теоретическая часть

### 1.1.1 Введение

Для получения цифрового сигнала из непрерывного сигнала необходимо кроме дискретизации по времени произвести квантование по амплитуде. Квантование состоит в том, что непрерывному по амплитуде сигналу ставится в соответствие конечное множество целочисленных значений сигнала, пропорциональных непрерывному значению.

Для этого динамический диапазон сигнала  $f = [f_{min} \dots f_{max}]$  разбивается на конечное число интервалов - интервалов квантования. Каждому интервалу ставится в соответствие одно значение, называемое уровнем квантования, кодируемое двоичным кодом. Все значения сигнала, попадающие в некоторый интервал, обозначаются одним числом, определенным для данного интервала.

Пусть  $f^q$  - амплитуда сигнала в дискретном представлении,  $f$  - значение сигнала, принадлежащее  $q$ -му интервалу квантования. При использовании  $L$ -разрядного кода число уровней квантования равно  $2^L$ . Ошибка квантования (шум квантования) может характеризоваться величиной:

$$\varepsilon = f - f^q. \quad (1.1)$$

Дисперсия ошибки  $\sigma_q^2$  отклонения  $f$  от его квантованного представления  $f^q$ :

$$\sigma_q^2 = \int_{f_q}^{f_{q+1}} \varepsilon^2 p(f) df, \quad (1.2)$$

где  $f_q, f_{q+1}$  - границы  $q$ -го интервала квантования,  $p(f)$  - плотность вероятности распределения входного сигнала.

### 1.1.2 Оптимальное квантование

Оптимальным будем считать такой выбор интервалов квантования и значений их представителей, при котором  $\sigma_q^2$  минимальна.

Пусть плотность вероятности значений исходного сигнала постоянна в пределах интервала квантования, тогда

$$\sigma_q^2 = p_q \int_{f_q}^{f_{q+1}} (f - f^q)^2 df = p_q \frac{(f - f^q)^3}{3} \Big|_{f_q}^{f_{q+1}} = \frac{p_q}{3} \left[ (f_{q+1} - f^q)^3 - (f_q - f^q)^3 \right] \quad (1.3)$$

Оптимальное положение уровня квантования  $f^q$  в интервале  $(f_q, f_{q+1})$  можно найти, решая задачу о минимуме ошибки как функции от  $f^q$ . Приравнявая нулю производную от  $\sigma_q^2$  по  $f^q$

$$\frac{\partial \sigma_q^2}{\partial f^q} = 0,$$

получаем

$$f^q = \frac{f_{q+1} + f_q}{2}. \quad (1.4)$$

Из (1.4) оптимальное значение уровня квантования соответствует середине интервала квантования, при этом максимальная ошибка квантования внутри интервала составляет не более половины интервала квантования.

Подставив выражения (1.4) в (1.3), получим

$$\sigma_q^2 = \frac{p_q}{12} (f_{q+1} - f_q)^3 \quad (1.5)$$

Дисперсия ошибки квантования

$$\sigma_Q^2 = \sum_{q=1}^{2^L} \sigma_q^2 = \frac{1}{12} \sum_{q=1}^{2^L} p_q (f_{q+1} - f_q)^3 \quad (1.6)$$

В общем случае оптимальное положение пороговых уровней и уровней квантования получают из точного уравнения ошибки квантования, полученного с учетом (1.2):

$$\sigma_Q^2 = \sum_{q=1}^{2^L} \int_{f_q}^{f_{q+1}} (f - f^q)^2 p(f) df \quad (1.7)$$

Дифференцируя  $\sigma_Q^2$  по переменным  $f_q$  и  $f^q$  и приравнявая производные нулю, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_Q^2}{\partial f_q} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_Q^2}{\partial f^q} = 0 \end{cases}$$

После преобразований, приходят к системе уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} f^q = 2f_q - f^{q-1} \quad a) \\ f^{q+1} = \frac{\int_{f_q}^{f_{q+1}} f p(f) df}{\int_{f_q}^{f_{q+1}} p(f) df} \quad б) \end{array} \right. , \quad (1.8)$$

где  $q=1..2^L$ .

Решая эти уравнения рекуррентным способом, для заданной плотности вероятностей находят оптимальные значения пороговых уровней и уровней квантования. Макс решил такую задачу для гауссовой плотности и составил таблицы размещения пороговых уровней, в зависимости от числа уровней квантования. На рис. 1 представлена амплитудная характеристика квантователя Макса [1] для трехразрядного представления сигнала.

Дисперсия ошибки квантования для оптимального квантователя уменьшается до значения:

$$\sigma_Q^2 = M\{f^2\} - \sum_{q=1}^{2^L} (f^q)^2 \int_{f_q}^{f_{q+1}} p(f) df \quad (1.9)$$

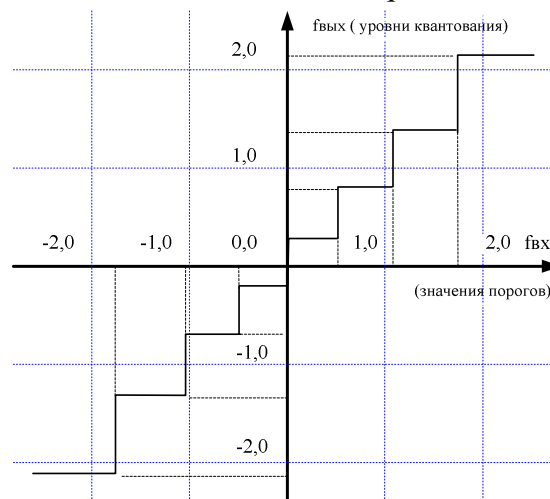


Рисунок 1.1 Амплитудная характеристика оптимального квантователя Макса для трехразрядного кодирования при нормальном законе распределения амплитуды сигнала.

Для частного случая равномерной плотности распределения сигнала, при которой

$$p(f) = \frac{1}{f_{max} - f_{min}} = \text{const},$$

оптимальные значения уровней квантования из (1.8 б) определяются в соответствии с выражением:

$$f^q = (f_{q+1} + f_q) / 2.$$

Оптимальные значения пороговых уровней в соответствии с (1.8 а)

$$f_q = (f^q + f^{q-1}) / 2.$$

Следовательно, при равномерной плотности сигнала изображения оптимальным является равномерное квантование, при котором интервал квантования:

$$\Delta f = (f_{\max} - f_{\min}) / 2^L. \quad (1.10),$$

А плотность распределения:

$$p(f) = 1 / (2^L \Delta f).$$

Дисперсия шума квантования в этом случае из (1.9):

$$\sigma_Q^2 = (\Delta f)^2 / 12 \quad (1.11)$$

Отношение сигнала к среднеквадратическому значению шума квантования в этом случае составляет

$$\psi_{\text{кв}} = 20 \lg \frac{(f_{\max} - f_{\min})}{\sigma_Q} = 20 \lg \frac{(f_{\max} - f_{\min}) 2^L \sqrt{12}}{(f_{\max} - f_{\min})} = 10,79 + 6,02L, \quad \text{дБ} \quad (1.12)$$

Из (1.12) следует, что увеличение числа разрядов квантования на 1 приводит к повышению отношения сигнал/шум примерно на 6 дБ.

Существующие устройства осуществляют обычно равномерное квантование сигналов. Используя такие устройства, оптимальное квантование можно осуществить, если перед равномерным квантованием сигнал подвергнуть нелинейному преобразованию (предыскажению), формирующему сигнал с равномерной плотностью вероятности.

### 1.1.3 Квантование сигнала при наличии шумов

Рассмотрим воздействие аддитивного шума на процесс квантования при равномерной амплитудной характеристике квантователя.

Входной сигнал представим в виде

$$u(t) = f(t) + n(t),$$

где  $f(t)$  - входной полезный сигнал;  $n(t)$  - аддитивный шум.

Квантование считается безошибочным, если сигнал  $u(t)$  попадает в тот же интервал квантования, что и сигнал  $f(t)$ . Если же сигнал  $u(t)$  попадает в другие интервалы квантования, то возникают дополнительные ошибки квантования, вызванные шумом. Количественную оценку влияния шума на

квантование дал Фридман [2]. Построенная им кривая представлена на рисунке как кривая 0.

При построении этой кривой предполагается, что значения сигнала равновероятны в пределах диапазона квантования. Шум нормальный со среднеквадратическим значением  $\sigma$ . Кривая соответствует вероятности правильного присвоения двоичного числа, соответствующего незашумленному сигналу с ошибкой  $\pm 0\Delta f$  в зависимости от  $\beta$ , равного отношению шага квантования  $\Delta f$  к  $\sigma$  шума. Фульц расширил рамки анализа, определив вероятность присвоения данного двоичного числа уровню, отличающемуся на величину  $\pm n\Delta f$  от правильного уровня.

Формула интегрального распределения ошибок квантования, обусловленных шумом, имеет вид:

$$P_n = 2(n+1)\Phi_u[(n+1)\beta] - 2n\Phi_u(n\beta) - 1 + \\ 1/(\beta\sqrt{\pi/2})[\exp(-(n+1)^2\beta^2/2) - \exp(-n^2\beta^2/2)]',$$

где  $\beta = \Delta f / \sigma$ ,

$$\Phi_u(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^U e^{-t^2/2} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^U e^{-t^2/2} dt + 0,5 = \Phi(U) + 0,5, \quad (1.13)$$

$\Phi(U)$  - интеграл вероятностей.

Определим понятие  $L$  полезных разрядов. Если имеется  $L$  полезных разрядов, то это означает, что в результате действия шума вероятность правильного формирования  $(L+1)$  разряда составляет 0,5. То есть, если мы выбираем 8 полезных разрядов, то это означает, что 9-й разряд правильно не опознается, т.е. вероятность правильного прочтения этого разряда равна 0,5. Кривая  $\pm 0$  на рис. 2 показывает, что разряду  $L + 1$  (вероятность 0,5) соответствует значение  $\beta = 1,47$ . Значит, при  $L$  полезных разрядах  $((L + 1)$ -й не нужен)  $\beta = 1,47 \times 2 = 2,94$ , т.е. шаг квантования должен быть в 2,94 раза больше среднеквадратического значения шума.

Качество работы системы можно оценивать также по уровню шума, вводимого квантователями (аналого-цифровыми преобразователями). Мощность шума ( $\sigma_Q$ ), вносимого процессом квантования, определяется в соответствии с (1,11). Будем называть систему уравновешенной, если дисперсия шума квантования равна сумме дисперсий всех шумовых сигналов любого происхождения, генерируемых в системе до квантования, т.е.

$$\sigma_{до\_квантования}^2 = \frac{\Delta f^2}{12} \text{ или } \beta = \sqrt{12} = 3,464.$$

Таким образом, на основе двух критериев можно пользоваться общим правилом, согласно которому отношение шага квантования к среднеквадратическому значению шума примерно равно 3.

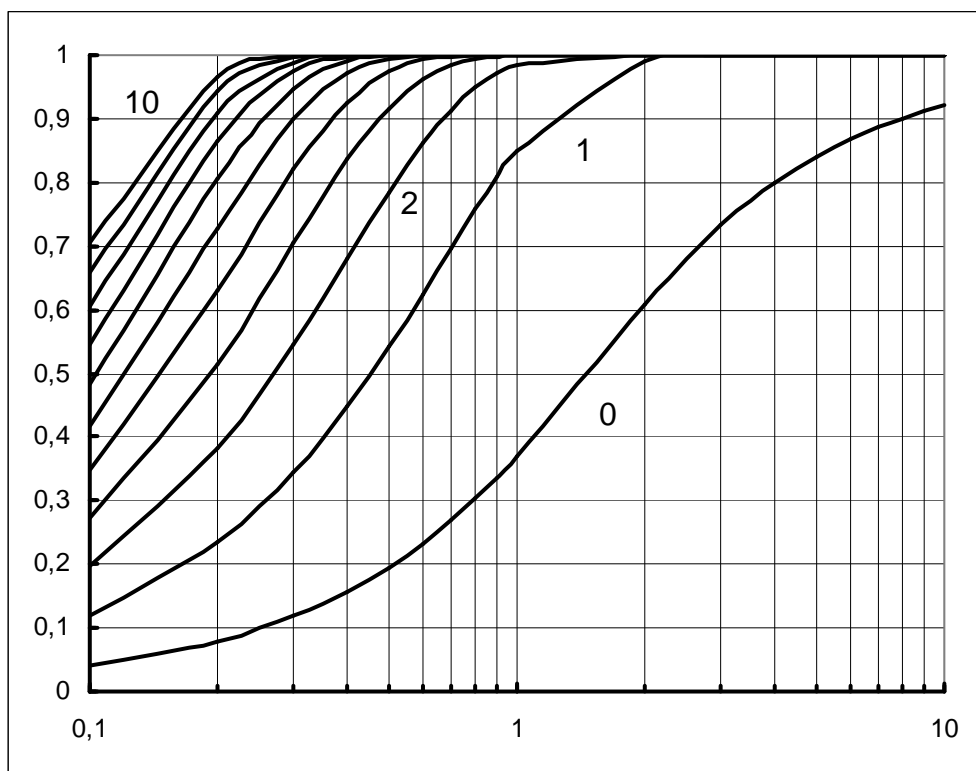


Рисунок 1.2 График зависимости вероятности квантования с точностью до  $\pm n$  интервалов квантования от отношения интервала квантования к среднеквадратическому значению аддитивного шума  $\beta$ . Кривая 0 соответствует ошибке  $\pm 0$ , кривая 1 соответствует ошибке  $\pm 1$  и т.д. справа налево.

При  $n=0$  кривая соответствует вероятности безошибочного квантования при наличии шума. Ее можно использовать для выбора числа уровней квантования при заданной мощности шума и требуемой достоверности отсчета.

## 1.2 Экспериментальная часть

В данной работе исследуют равномерное квантование изображений. Оценивают зависимость эффективности квантования от числа уровней квантования, предискажения изображения и наличия шума в изображении. Для выполнения работы необходимо промоделировать процессы квантования изображения и произвести оценку качества квантования.

### Порядок выполнения работы

- 1 Выбрать исходное 8-ми разрядное изображение. В качестве изображения можно взять изображение «Лена» или другое портретное изображение.
- 2 Выполнить квантование этого изображения на 16, 32, 64 и 128 уровней.
  - а) Оценить размах сигнала  $\Delta u = u_{\max} - u_{\min}$ , его математическое ожидание  $m_u$  и среднеквадратическое значение  $\sigma_u$ .



б) Вычислить теоретическое значение  $\sigma_Q$ , руководствуясь уравнением (1.11) для оптимального квантователя. При этом  $\Delta f = 2^8 / 2^L$ , где L-число разрядов, например, при квантовании на 64 уровня (L=6)  $\Delta f = 4$ .

с) Оценить отношение сигнал/шум для оптимального квантования в соответствии с уравнением (1.12), учитывая реальный размах сигнала

$$\Psi_{KB} = 20 \lg \frac{(\Delta u)}{\sigma_Q}, \text{ дБ} \quad (1.14)$$

д) Оценить среднеквадратическое значение шума квантования как среднеквадратическое значение сигнала разности изображений квантованного и исходного  $\sigma_{KB}$ .

е) Оценить относительную среднеквадратическую ошибку в соответствии с формулой:

$$K_{KB} = \sigma_{KB} / \sigma_u \quad (1.15)$$

ф) Определить отношение дисперсии сигнала к дисперсии шума квантования по формуле:

$$K_c = \sigma_u^2 / \sigma_{KB}^2 = 2^L \sqrt{12} / k, \quad (1.16)$$

где  $k = \Delta u / \sigma_u$ .

г) Оценить отношение сигнал/шум для квантованных изображений в соответствии с формулой (1.14).

h) На основании эксперимента построить графики зависимости отношения сигнал/шум и относительной среднеквадратической ошибки от числа уровней квантования и сравнить их с теоретическими оценками.

3 Наложить на исходное изображение реализацию нормального шума  $(0, \sigma_n)$  [3].

4 Выполнить пункт 2 для этого изображения.

5 Выполнить квантование исходного изображения и изображения с шумом на 8 уровней. Оценить, как влияет шум на формирование ложных контуров на изображении.

6 Выполнить эквализацию гистограмм изображений. Выполнить квантование исходного и нелинейно преобразованного изображения на 8 уровней. Сравнить полученные изображения.

7 Проанализировать полученные результаты, составить отчет о моделировании и выполненных исследованиях, сделать выводы по работе.

### 1.3 Библиографический список

1) Прэтт, У. Цифровая обработка изображений; Пер. с англ. — М.: Мир, 1982.-Кн. 1-312с.

- 2) Горелик С.Л., Кац Б.М., Киврин В.И. Телевизионные измерительные системы.-М.:Связь,1980.-168с. (с.113-118)
- 3) Прэтт, У. Цифровая обработка изображений; Пер. с англ. — М.: Мир,1982.-Кн. 2-480 с. (с. 145-150) (с.641-651)

#### **1.4Вопросы для самопроверки:**

- 1) Охарактеризуйте ошибки квантования.
- 2) Что такое оптимальное квантование? Приведите амплитудную характеристику оптимального квантователя.
- 3) Для чего осуществляется нелинейное предискажение сигналов перед квантованием?
- 4) Выведите формулу для оценки дисперсии ошибки квантования.
- 5) Что собой представляет кривая Фридмана?
- 6) Смысловое значение кривых Фульца.
- 7) В чем смысл понятия о полезных разрядах? Как использовать кривую Фридмана для выбора числа разрядов квантования?
- 8) Что такое уравновешенная система квантования?

## 2 Лабораторная работа № 2

### Исследование методов интерполяции цифровых сигналов изображений

Цель работы – ознакомиться с методами интерполяции цифровых изображений. Выполнить сравнение методов интерполяции изображений на примере масштабирования изображений.

#### Задание по работе:

- Изучить теоретическую часть работы.
- Промоделировать методы интерполяции цифрового изображения.
- Сравнить эффективность работы локальных алгоритмов с нулевой, линейной интерполяцией, глобального кубического сплайна и sinc интерполяции.

### 2.1 Теоретическая часть

#### 2.1.1 Введение

Интерполяция предназначена для восстановления непрерывных значений амплитуды сигнала изображения по ее дискретным значениям. При масштабировании изображения необходимо заменить двумерный массив амплитуд сигнала, заданный на сетке отсчетов, некоторым другим массивом, положения отсчетов которого определяются коэффициентами масштабирования. Эта задача решается методами интерполяции. Широко применяется разделение интерполяционного преобразования на два независимых - сначала производится интерполяция по строкам, а затем по столбцам. Поэтому рассмотрим интерполяцию изображения по строкам, интерполяция по столбцам производится по аналогичным формулам.

В идеальном случае дискретизация сигнала  $f(x)$  выполняется с частотой Котельникова, вдвое превышающей наивысшую частоту спектра исходного изображения:

$$\omega_{xc} = \omega_{xs} / 2,$$

где  $\omega_{xs}$  - частота дискретизации по  $x$ ,  $\omega_{xc}$  - максимальная частота спектра сигнала по оси  $x$ . При этом исходный непрерывный сигнал может быть точно восстановлен путем пространственной фильтрации отсчетов с помощью соответствующего фильтра. Так, например, фильтр, частотная характеристика которого приведена на рисунке 2.1 и описывается выражением:

$$R(\omega_x) = \begin{cases} K, & \text{если } (-\pi/\Delta x \leq \omega_x \leq \pi/\Delta x) \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (2.1)$$

где  $\omega_x$  - частота сигнала по оси  $x$ ,

$K$  - масштабирующая постоянная, равная  $\Delta x$ .

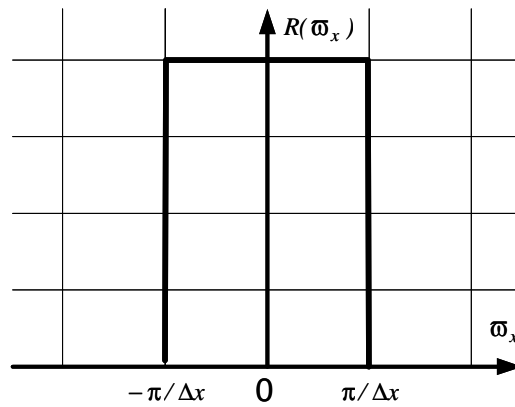


Рисунок 2.1 Частотная характеристика идеального восстанавливающего фильтра.

Функция рассеяния точки, или импульсный отклик, данного восстанавливающего фильтра определяется обратным Фурье-преобразованием и имеет вид (рис.2.2):

$$r(x) = \frac{\sin(\pi x / \Delta x)}{\pi x / \Delta x}.$$

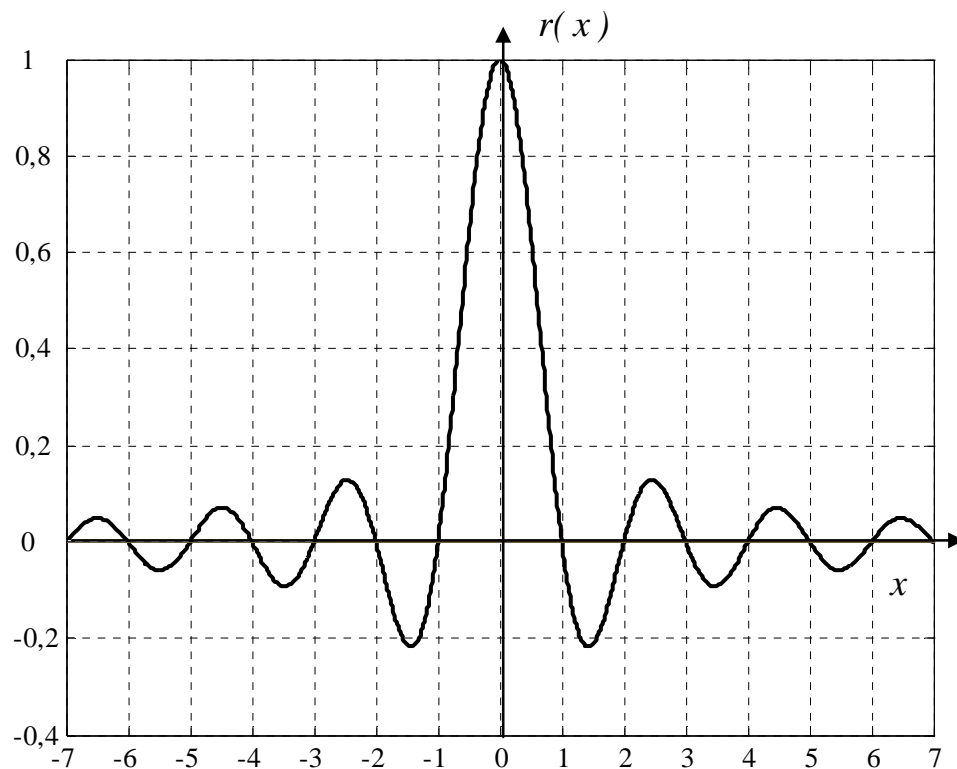


Рисунок 2.2 Импульсная характеристика идеального восстанавливающего фильтра.

На рис.2 по оси абсцисс отложены значения  $i$ , соответствующие значениям  $i\Delta x$ .

Значение амплитуды вычисляется по формуле:

$$f(x) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f[i] r_x(x-i\Delta x) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f[i] \frac{\sin(\pi(x-i\Delta x)/\Delta x)}{\pi(x-i\Delta x)/\Delta x}.$$

При использовании этого фильтра изображение восстанавливается с помощью бесконечной суммы функций вида  $\text{sinc}(x)$ . На практике применяются более простые методы интерполяции. Наиболее распространенным видом интерполяции является полиномиальная интерполяция. При интерполяции полиномами нулевой степени значение  $f(x)$  определяется значением функции в ближайшем отсчете.

При линейной интерполяции (рис.2.3) значение функции интерполируется полиномом первой степени  $\varphi(x)$

$$\varphi_i(x) = f[i] + (f[i+1] - f[i]) / (x[i+1] - x[i]) \times (x - x[i]). \quad (2.1)$$

Функция должна быть непрерывной:

$$\varphi_i(x[i]) = \varphi_{i+1}(x[i]), \quad i=0,1,\dots,N-1 \quad (2.2)$$

Чтобы убедиться в этом, достаточно подставить в (2.1)  $x=x[i]$  для вычисления  $\varphi_i(x)$  и  $\varphi_{i+1}(x)$ . Если положить  $\Delta x = x[i+1] - x[i] = 1$ , то

$$\varphi_i(x) = (1-x) \times f[i] + x \times f[i+1], \quad i\Delta x \leq x \leq (i+1)\Delta x.$$

Использование полиномов низкой степени позволяет избежать многочисленных нестабильностей, возникающих при применении полиномов высоких степеней. Но они не являются гладкими кривыми. Полином третьей степени, называемый кубическим сплайном, описывает кривую наиминимальшей степени, имеющую точку перегиба и имеющую возможность изгибаться. Обозначим  $f[i] = y_i$ . Глобальный кубический сплайн должен удовлетворять следующим условиям:

$$\varphi(x_i) = y_i, \quad i=0,\dots,N-1. \quad (2.3)$$

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3, & x \in [x_i; x_{i+1}] \\ 0, & x \notin [x_i; x_{i+1}] \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\varphi = \sum_{i=0}^{N-2} \varphi_i$$

На каждом  $i$ -том отрезке  $[x_i; x_{i+1}]$  коэффициенты полинома  $a_i, b_i, c_i, d_i$  разные. Условие непрерывности функции:

$$\varphi_i(x_{i+1}) = \varphi_{i+1}(x_{i+1}), \quad i=1,\dots,N-3 \quad (2.5)$$

Условие непрерывности первой производной функции  $\varphi(x)$ :

$$\varphi'_i(x_{i+1}) = \varphi'_{i+1}(x_{i+1}), \quad i=0,\dots,N-3 \quad (2.6)$$

Условие непрерывности второй производной функции  $\varphi(x)$ :

$$\varphi''_i(x_{i+1}) = \varphi''_{i+1}(x_{i+1}), \quad i=0,\dots,N-3 \quad (2.7)$$

Условие равенства нулю вторых производных функции на концах отрезка  $[x_0; x_{N-1}]$ , т.е.

$$\varphi''(x_0) = 0, \quad (2.8)$$

$$\varphi''(x_{N-1}) = 0. \quad (2.9)$$

Величины коэффициентов  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  находятся из решения системы, составленной из уравнений (2.3)-(2.9)

Из (2.4) производные функции  $\varphi_i$  равны

$$\begin{aligned}\varphi'_i(x) &= b_i + 2c_i(x - x_i) + 3d_i(x - x_i)^2, \\ \varphi''_i(x) &= 2c_i + 6d_i(x - x_i).\end{aligned}$$

Обозначим значение интервала

$$h_i = x_{i+1} - x_i, \quad i=0, \dots, N-2. \quad (2.10)$$

Уравнение (2.4) при  $x=x_i$  для  $i$ -го интервала запишется в виде:

$$\varphi_i(x_i) = a_i.$$

В соответствии с (2.3)  $\varphi_i(x_i) = y_i$ , следовательно

$$a_i = y_i, \quad i=0, \dots, N-1. \quad (2.11)$$

Из условия непрерывности функции (2.5):

$$a_{i+1} = a_i + b_i h_i + c_i h_i^2 + d_i h_i^3, \quad i=0, 1, \dots, N-3. \quad (2.12)$$

Из условия непрерывности первой производной (2.6):

$$b_{i+1} = b_i + 2c_i h_i + 3d_i h_i^2, \quad i=0, 1, \dots, N-3. \quad (2.13)$$

Из условия непрерывности второй производной (2.7):

$$c_{i+1} = c_i + 3d_i h_i. \quad (2.14)$$

Из (2.8):

$$c_0 = 0. \quad (2.15)$$

Из (2.9):

$$c_{N-2} + 3d_{N-2}h_{N-2} = 0. \quad (16)$$

Уравнения (2.11)-(2.16) представляют систему уравнений, позволяющую определить неизвестные коэффициенты глобального кубического сплайна. Для нахождения коэффициентов удобно методом последовательного исключения неизвестных свести систему к системе относительно коэффициентов  $c_i$  и решить ее с помощью метода прогонки. Решение системы уравнений (2.11)-(2.16) приведено в Приложении А. Там же представлен код на языке Паскаль процедуры вычисления коэффициентов кубического сплайна. Приведен алгоритм масштабирования по строкам. Для масштабирования по столбцам необходимо выполнить все описанные процедуры над полученными данными в направлении по столбцам.

## 2.2 Экспериментальная часть

В данной работе исследуют интерполяцию цифровых изображений. Выполняют сравнение методов интерполяции изображений на примере масштабирования изображений. Для выполнения работы необходимо промоделировать интерполяцию цифровых изображений и произвести оценку качества интерполяции.

### Порядок выполнения работы

- 1) Выбрать исходное 8-ми разрядное низкочастотное изображение. В качестве изображения можно взять изображение «Лена» или другое портретное изображение.
- 2) Выполнить прореживание этого изображения через элемент и последующее увеличение в 2 раза по строкам и в 2 раза по столбцам интерполяцией многочленами 0, 1, 3 степени и интерполяцию sinc функцией.
- 2.1) Получить изображения ошибок интерполяции как изображения разностей исходного изображения с каждым из восстановленных по методу интерполяции.
- 2.2) Оценить гистограмму полученных ошибок, математическое ожидание и дисперсию для каждого метода интерполяции.
- 2.3) Оценить пиковое отношение сигнал/шум для интерполированных изображений по формуле:

$$\psi_{кв} = 20 \lg \frac{U_{max}}{\sigma}, \text{ дБ},$$

где  $U_{max} = 255$  для восьмиразрядного представления сигнала,

$\sigma$  - среднеквадратическое значение сигнала ошибки интерполяции.

- 3) Применить эти же методы интерполяции к изображению, полученному путем уменьшения изображения с коэффициентами  $0 < \text{coeffx} < 1$ ,  $0 < \text{coeffy} < 1$ .
- 3.1) Проинтерполировать полученное изображение с коэффициентом  $1/\text{coeffx}$ ;  $1/\text{coeffy}$ .
- 3.2) Получить изображения ошибок интерполяции как изображения разностей исходного изображения с каждым из восстановленных по методу интерполяции. Исходя из того, что два процесса интерполяции породили ошибки интерполяции, мощность которых равна  $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$  и  $\sigma_1 = \sigma_2$ , считать среднеквадратическое значение сигнала ошибки интерполяции равным  $\sigma_1 = \sigma / \sqrt{2}$ . Оценить гистограмму полученных ошибок, математическое ожидание и дисперсию для каждого метода интерполяции.
- 3.3) Оценить пиковое отношение сигнал/шум для интерполированных изображений.
- 4) Выполнить пункты 3.1)-3.3) для высокочастотного (ВЧ) изображения.
- 5) Выполнить низкочастотную фильтрацию ВЧ изображения и выполнить для него пункты 3.1)-3.3).
- 6) На основании эксперимента построить графики зависимости пикового отношения сигнал/шум от коэффициента масштабирования и метода интерполяции.
- 7) Проанализировать полученные результаты, составить отчет о моделировании и выполненных исследованиях, сделать выводы по работе.

### **2.3 Вопросы для самопроверки:**

- 1) Что такое интерполяция и когда она применяется?
- 2) Охарактеризуйте методы интерполяции. В чем преимущество и недостатки локальных методов интерполяции?
- 3) Какую импульсную характеристику имеет оптимальный интерполятор и почему?
- 4) Что такое кубический глобальный сплайн? Каким условиям должен удовлетворять интерполяционный полином?
- 5) К чему приводит применение низкочастотной фильтрации перед уменьшением изображения и почему?



### 3 Лабораторная работа № 3

#### Основы фильтрации изображений

Цель работы – ознакомиться с методами цифровой фильтрации изображений в пространственной и частотной областях. Исследовать двумерные линейные и нелинейные фильтры.

#### Задание по работе:

- Изучить теоретическую часть работы.
- Промоделировать цифровую пространственную и частотную фильтрацию изображений. Охарактеризовать области применения рассмотренных фильтров.
- Оценить эффективность методов фильтрации. Для этого выполнить расчет пикового отношения сигнал/шум по изображению разностей изображения на выходе фильтра и входного изображения и сравнить оценки для разных методов.
- Исследовать эффективность алгоритмов улучшения изображений при аддитивном наложении нормального шума на сигнал. Рассчитать зависимость коэффициента подавления шума от отношения сигнал/шум для разных методов фильтрации.

#### 3.1 Теоретическая часть

##### 3.1.1 Введение

При цифровой обработке изображений необходимо устранять геометрические искажения изображений, подавлять шумы различной природы, производить апертурную коррекцию. Такая обработка производится методами цифровой фильтрации изображений.

Фильтрация изображений производится в пространственной и частотной области. При пространственной фильтрации изображений преобразование выполняется непосредственно над значениями отсчетов изображений. Результатом фильтрации является оценка полезного сигнала изображения. Традиционная фильтрация в частотной области требует выполнения следующей последовательности преобразований:

- двумерное дискретное преобразование изображения из пространственной области в частотную (например, посредством дискретного преобразования Фурье),
- модификация трансформант (дискретного спектра сигнала изображения),
- обратное двумерное дискретное преобразование, позволяющее получить оценку полезного сигнала изображения в пространственной области.

### 3.1.2 Пространственная фильтрация изображений

#### 3.1.2.1 Линейная пространственная фильтрация

Пространственная фильтрация изображения  $f(x, y)$ ,  $x \in [0..(N-1)]$ ,  $y \in [0..(M-1)]$  позволяет применять фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ). Поскольку в изображении понятия прошлого и будущего времени становятся условными, мы можем использовать амплитуды отсчетов, как в направлении увеличения индексов, так и в направлении уменьшения индексов. Это позволяет повысить эффективность фильтрации по сравнению с фильтрами с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ).

Пространственная фильтрация выполняется как операция двумерной свертки импульсной характеристики фильтра  $h(s, t)$ ,  $s \in [-n/2, n/2]$ ,  $t \in [-m/2, m/2]$  с изображением  $f(x, y)$ :

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) = \sum_{s=-n/2}^{n/2} \sum_{t=-m/2}^{m/2} f(s, t) \times h(x-s, y-t) = \sum_{s=-n/2}^{n/2} \sum_{t=-m/2}^{m/2} f(x-s, y-t) \times h(s, t).$$

Прямоугольная область размером  $n \times m$ , на которой задана импульсная характеристика, называется маской или ядром фильтра. Рассмотрим, как соотносятся координаты изображения и импульсной характеристики фильтра на примере.

Пусть  $m=3, n=3$ . Элементы импульсной характеристики фильтра и соответствующей области изображения представлены на рис. 3.1. Начало координат фильтра устанавливается в центр импульсной характеристики, как показано на рис.3.1. Отсчеты импульсной характеристики отражаются относительно начала координат (что равносильно повороту маски на  $180^\circ$ ), и центр маски смещается на  $(x, y)$ . Отклик фильтра  $g(x, y)$  вычисляется как сумма произведений отсчетов изображения на соответствующие отсчеты повернутой импульсной характеристики. Эта операция выполняется для каждого отсчета изображения.

	$s = -1$	$s = 0$	$s = 1$		$s = -1$	$s = 0$	$s = 1$
$t = -1$	$f(-1, -1)$	$f(0, -1)$	$f(1, -1)$		$h(1, 1)$	$h(0, 1)$	$h(-1, 1)$
$t = 0$	$f(-1, 0)$	$f(0, 0)$	$f(1, 0)$		$h(1, 0)$	$h(0, 0)$	$h(-1, 0)$
$t = 1$	$f(-1, 1)$	$f(0, 1)$	$f(1, 1)$		$h(1, -1)$	$h(0, -1)$	$h(-1, -1)$

Рисунок 3.1 Положение отсчетов импульсной характеристики при свертке с изображением  $f(x, y)$ .

Если импульсная характеристика фильтра симметрична, то есть  $h(s, t) = h(-s, -t)$ , то вместо свертки можно выполнять корреляцию:

$$g(x, y) = f(x, y) \otimes h(x, y) = \sum_{s=-n/2}^{n/2} \sum_{t=-m/2}^{m/2} f(x+s, y+t) \times h(s, t). \quad (3.2)$$

Эта операция не требует отражения импульсной характеристики, а представляет собой вычисление в скользящей по изображению маске фильтра произведений отсчетов изображения на соответствующие коэффициенты фильтра и их суммирование (рис.3.2).

Для обработки краевых эффектов необходимо увеличить изображение по строкам и столбцам на  $n/2$  отсчетов слева и справа и на  $m/2$  отсчетов сверху и снизу. При этом расширение может выполняться разными способами: дополнением нулями, повторением граничных элементов, периодическим повторением ( $x \bmod N$ ,  $y \bmod M$ ), или зеркальным отражением граничных элементов. Размер выходного изображения при этом сохраняется равным размеру входного изображения.

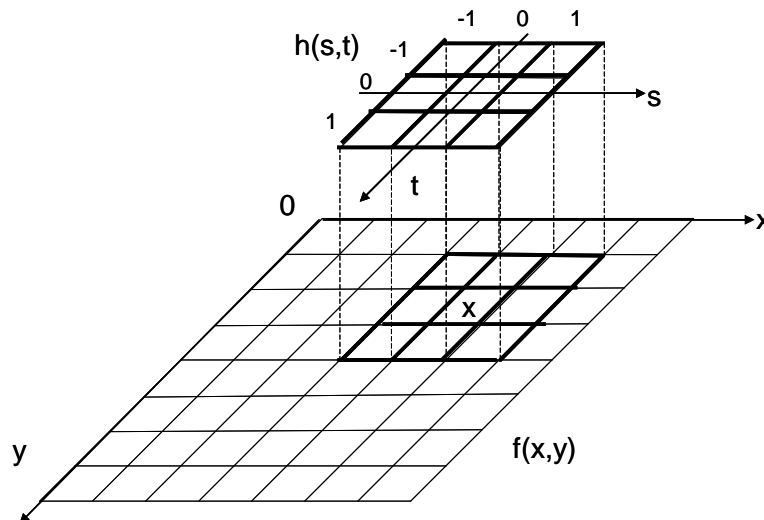


Рисунок 3.2 Корреляция изображения  $f(x, y)$  с маской  $h(s, t)$ .

При построении линейных КИХ фильтров часто используют непараметрический подход. Для уменьшения шумов широко применяются низкочастотные фильтры, поскольку шум представляет собой высокочастотный сигнал. В частности, для низкочастотной фильтрации применяется усреднение сигнала в маске, например, при  $n=m=3$ :

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{9}; \quad h_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{10}; \quad h_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{16}. \quad (3.3)$$

Нормировка необходима для того, чтобы привести значения отклика фильтра к диапазону входных данных. Нормирующий коэффициент определяется из условия равенства 1 суммы всех коэффициентов КИХ в соответствии с уравнением:

$$k = 1 / \sum_{s=-n/2}^{n/2} \sum_{t=-m/2}^{m/2} h(s, t). \quad (3.4)$$

Линейная фильтрация широко применяется при подавлении шумов в изображении, для компенсации неравномерности чувствительности, создания эффектов размытия изображений. Она также широко применяется в задачах выделения контуров на изображении, подчеркивания верхних пространственных частот. В этом случае коэффициенты КИХ фильтра вычисляются на основе дифференцирования амплитуды сигнала, что эквивалентно дискретным разностям амплитуд отсчетов:

$$\partial f(x, y) / \partial x \sim \Delta f_x(x, y) = f(x, y) - f(x-1, y) \quad (3.5)$$

$$\partial f(x, y) / \partial y \sim \Delta f_y(x, y) = f(x, y) - f(x, y-1) \quad (3.6)$$

Производные можно брать не только по горизонтали и вертикали, но и в произвольном направлении. Соответствующие импульсные характеристики фильтров имеют вид:

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, [-1 \ 1], \quad (3.7)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

КИХ (3.8), формирующие производные в диагональных направлениях, используются в операторе Робертса.

Широко применяется в обработке изображений оператор Собеля:

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Для выделения контуров применяются вторые производные амплитуды сигнала. Оператор Лапласа, имеющий вид:

$$\nabla^2 f(x, y) = \partial^2 f(x, y) / \partial x^2 + \partial^2 f(x, y) / \partial y^2, \quad (3.10)$$

можно применить в виде линейного КИХ фильтра с импульсной характеристикой:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Линейные КИХ фильтры просты в реализации.

### 3.1.2.2 Нелинейная пространственная фильтрация

В результате применения линейных сглаживающих фильтров происходит подавление шумов, но одновременно размываются границы между областями с разной амплитудой сигнала. Для уменьшения «смаза» границ разработаны различные нелинейные фильтры. Как и линейные КИХ фильтры, нелинейные фильтры работают в скользящем окне. Но, при линейной фильтрации вычисляется линейная комбинация отсчетов сигнала, а

при нелинейной фильтрации выполняются нелинейные преобразования отсчетов сигнала в определяемой маской фильтра окрестности элементов.

Наиболее эффективными по совокупности воздействий: сглаживания шума на однородных участках изображения, сохранения скачков изменения яркости, минимального искажения формы границы, подавления импульсного шума, вычислительной эффективности,- представляются медианный и сигма-фильтр.

Медианный фильтр (предложен Тьюки в 1974 г.) заменяет центральный элемент маски медианой упорядоченной (по невозрастанию или по неубыванию амплитуды) выборки, сформированной из всех амплитуд отсчетов, покрываемых маской фильтра. При нечетном размере маски  $m \times n$  медиана является  $(m \times n + 1)/2$  наибольшим и  $(m \times n + 1)/2$  наименьшим значением в выборке. Резкие изменения амплитуды сохраняются медианным фильтром, а импульсная помеха, размер которой  $\leq m \times n / 2$ , таким фильтром подавляется. Однако при увеличении маски фильтра можно потерять информацию о малоразмерных областях изображения и произвести искажение границ областей, особенно в угловых положениях. Медианный фильтр относится к ранговым фильтрам. Применяются и другие ранговые фильтры. Так, выбор минимального отсчета в маске (ранг равен 1), позволяет выполнить эрозию, а максимального (ранг равен  $m \times n$ ) – дилатацию. Эти операции широко используются в морфологической обработке изображений.

Сигма-фильтр предназначен для подавления шумов в изображении с сохранением контуров (резких границ областей). Центральный элемент маски замещается взвешенным средним значением, вычисленным только по тем амплитудам отсчетов, значения которых попадают в  $\pm k \times \sigma$ -область относительно яркости центрального элемента.  $\sigma$  выбирается либо как среднеквадратическое значение подавляемого шума, либо как среднеквадратическое отклонение в маске, либо  $\sigma$  во всем изображении:

$$\hat{f}(x, y) = \sum_{s, t \in S} h(s, t) g(x - s, y - t), \quad (3.12)$$

где  $S$ -окрестность составляют те значения координат маски, в которых выполняется наложенное условие:

$$S = \{s, t : |f(x - s, y - t) - f(x, y)| \leq k\sigma\}. \quad (3.13)$$

$h(s, t)$ -КИХ линейного сглаживающего фильтра, подобного (3.3).

При  $k = 2$  диапазон заменяемых значений составляет  $\pm 2\sigma$ , в случае нормального распределения шума вероятность попадания амплитуды за пределы диапазона равна 4,55%.

Поскольку приведенные КИХ линейных дифференциальных фильтров (уравнения (3.7)-( 3.11)) производят положительные и отрицательные отклики, то выходной сигнал формируется как отклик  $+2^{L-1}$ , где  $L$ - число разрядов при квантовании амплитуды (при  $L=8$ , равно 128). В этом случае фильтр остается линейным. При формировании отклика в виде модуля градиента, что часто используется при формировании контуров изображения, фильтрация становится нелинейной.

### 3.1.3 Частотная фильтрация изображений

Частотная фильтрация выполняется в частотной области. Это означает, что при частотной фильтрации выполняются прямое и обратное пространственно-частотное преобразование. Прямое двумерное дискретное преобразование Фурье (ДПФ) преобразует изображение, заданное в пространственной координатной системе  $(x, y)$ , в двумерное дискретное преобразование изображения, заданное в частотной координатной системе  $(u, v)$ :

$$F(u, v) = \left(1/\sqrt{NM}\right) \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x, y) \exp(-j2\pi(ux/N + vy/M)), \quad (3.14)$$

где  $j = \sqrt{-1}$ ,  $x \in [0..N-1]$ ,  $y \in [0..M-1]$ .

Обратное дискретное преобразование Фурье (ОДПФ) имеет вид:

$$F(x, y) = \left(1/\sqrt{NM}\right) \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{M-1} f(u, v) \exp(j2\pi(ux/N + vy/M)) \quad (3.15)$$

где  $j = \sqrt{-1}$ ,  $u \in [0..N-1]$ ,  $v \in [0..M-1]$ .

Из (3.14) и (3.15) видно, что ДПФ является комплексным преобразованием. Модуль этого преобразования представляет спектр изображения и вычисляется как корень квадратный из суммы квадратов действительной и мнимой частей ДПФ. Фаза (угол сдвига фазы) определяется как арктангенс отношения мнимой части ДПФ к действительной.

Энергетический спектр равен квадрату спектра, или сумме квадратов мнимой и действительной частей ДПФ.

В соответствии с теоремой о свертке, свертка двух функций в пространственной области может быть получена ОДПФ произведения их ДПФ, то есть

$$f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow H(u, v) F(u, v). \quad (3.16)$$

Фильтрация в частотной области позволяет по ДПФ изображения подобрать частотную характеристику фильтра, обеспечивающую необходимое преобразование изображения. Рассмотрим частотные характеристики наиболее распространенных фильтров.

#### 3.1.3.1 Низкочастотные фильтры

Частотная характеристика идеального низкочастотного (НЧ) фильтра имеет вид:

$$H_{НЧ}(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{при } r(u, v) \leq r_{\text{ср}}, \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (3.17)$$

где  $r(u, v) = \sqrt{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2}$  - расстояние от центра маски фильтра до отсчета,  $(u_0, v_0)$  - координаты центра маски фильтра,  $r_{\text{ср}}$  - заданное неотрицательное число. При размере изображения  $N \times M$ ,  $u_0 = N/2$ ,  $v_0 = M/2$ .

Частотная характеристика НЧ фильтра Баттерворта (Butterworth) порядка  $k$ , подавляющего частоты, отстоящие на расстояние более  $r$  (по окружности) от начала координат, имеет вид:

$$H(u,v) = 1 / (1 + (r(u,v)/r_{cp})^{2k}) \quad (3.18)$$

На рис. 3.3 приведены графики частотной характеристики фильтра Баттерворта при  $r=70$  и  $k=10$ .

Частотная характеристика гауссовского НЧ фильтра имеет вид:

$$H(u,v) = \exp(-r^2(u,v)/(2 \cdot \sigma^2)) \quad (3.19)$$

где  $\sigma$  - имеет смысл частоты среза ( $r_{cp}$ ).

Частотная фильтрация выполняется по алгоритму:

- выполнить двумерное ДПФ входного изображения  $f(x,y)$  (подвергаемого фильтрации) размером  $(N \times M)$ , получить  $F(u,v)$ ;
- вычислить передаточную характеристику фильтра в частотной области, например, в соответствии с одной из формул (3.17)-(3.19), размер матрицы  $(N \times M)$ ; выполнить децентрирование характеристики  $H(u,v)$ ;
- выполнить поточечное умножение

$$S(u,v) = F(u,v) \times H(u,v) \quad \forall (u \in [0, N-1], v \in [0, M-1]);$$

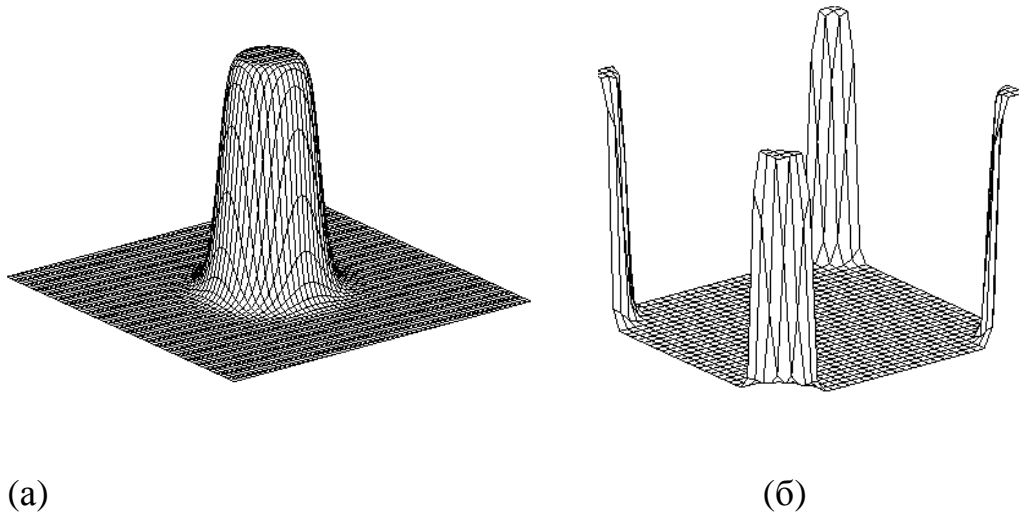


Рисунок 3.3 График частотной характеристики фильтра Баттерворта при  $r=70$  и  $k=10$ : (а) – центрированная характеристика; (б) – нецентрированная.

### 3.1.3.2 Высокочастотные фильтры

По известной передаточной функции НЧ фильтра можно получить передаточную характеристику высокочастотного (ВЧ) фильтра в соответствии с уравнением:

$$H_{ВЧ}(u,v) = 1 - H_{НЧ}(u,v) \quad (3.20)$$

Фильтрация выполняется в соответствии с алгоритмом, приведенным в п. 3.1.1.

### 3.2 Экспериментальная часть

В данной работе изучаются методы цифровой фильтрации изображений в пространственной и частотной областях. Производится исследование двумерных линейных и нелинейных фильтров. Устанавливается соответствие между частотной и пространственной фильтрацией. Для выполнения работы необходимо промоделировать цифровую двумерную фильтрацию изображений и выполнить анализ синтезированных алгоритмов.

#### Порядок выполнения работы

- 1) Выбрать исходное 8-ми разрядное изображение. В качестве изображения можно взять изображение «Лена» или другое портретное изображение.
- 2) Показать, что линейная фильтрация, при использовании одного и того же фильтра, не зависит от координатного пространства преобразования. Для этого выполнить следующее моделирование:
  - 2.1) Выполнить пространственную низкочастотную фильтрацию изображения, задав импульсную характеристику фильтра. Получить изображение  $g_1(x, y)$ .
  - 2.2) Получить частотную характеристику фильтра, применив ДПФ импульсной характеристики.
  - 2.3) Выполнить частотную фильтрацию этого же изображения. Получить изображение  $g_2(x, y)$ .
  - 2.4) Получить изображение разностей двух изображений:  
$$\Delta g(x, y) = g_1(x, y) - g_2(x, y) + HalfBrightness,$$
где  $HalfBrightness = 128$  (для 8-ми разрядных изображений)
  - 2.5) Оценить гистограмму полученных ошибок, математическое ожидание и дисперсию.
- 3) Промоделировать низкочастотную линейную фильтрацию в частотной области на примере сглаживающего Гауссова фильтра в соответствии с алгоритмом, изложенным в п. 3.1.3.1.
  - 3.1) Синтезировать фильтр в частотной области при задаваемом значении  $r_{cp}$ .
  - 3.2) Выполнить фильтрацию в частотной области.
  - 3.3) Оценить влияние изменения частоты среза на результат фильтрации изображения.
  - 3.4) Оценить эффективность подавления аддитивного шума при применении фильтра Гаусса. Для чего выполнить следующее:
    - 3.4.1) синтезировать изображение с аддитивным нормальным шумом.
    - 3.4.2) выполнить фильтрацию
    - 3.4.2) получить разностное изображение.



3.4.3) оценить математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение

вычислить пиковое отношение сигнал/шум

3.4.4) изменить частоту среза

3.4.5) повторить пп 3.4.1-3.4.5 для нескольких значений частоты среза

3.4.6) построить график зависимости пикового отношения сигнал/шум от частоты среза

4) Исследовать эффективность алгоритмов нелинейной фильтрации в пространственной области.

4.1) Промоделировать медианную фильтрацию изображения для разных размеров маски фильтра. Описать изменение изображений, подверженных медианной фильтрации.

4.2) Промоделировать сигма-фильтр

5) Проанализировать полученные результаты, составить отчет о моделировании и выполненных исследованиях, сделать выводы по работе.

### **3.3 Вопросы для самопроверки:**

- 1) Что такое фильтрация изображения, чем линейная фильтрация отличается от нелинейной фильтрации?
- 2) Какая связь существует между пространственной и частотной фильтрацией?
- 3) Перечислите основные операции линейной фильтрации изображений в частотной области.
- 4) Как соотносятся размер маски пространственного фильтра и частота среза в частотной области при использовании одного и того же фильтра?
- 5) Какую частотную характеристику имеет идеальный фильтр нижних частот? К каким искажениям на изображении может привести применение идеального НЧ фильтра и чем это объясняется?
- 6) Как соотносятся передаточные характеристики ФНЧ и ФВЧ?
- 7) В каких целях применяется фильтрация изображений?

## **4 Лабораторная работа № 4**

### **Сравнительный анализ эффективности вейвлетного и JPEG сжатия изображений**

Цель работы – ознакомиться с методами цифрового кодирования изображений.

#### **Задание по работе:**

- Изучить теоретическую часть работы.
- Выполнить дискретное косинусное и вейвлетное преобразование изображений.
- Оценить эффективность методов кодирования. Для этого выполнить расчет пикового отношения сигнал/шум по изображению разностей изображения на выходе декодера и входного изображения и сравнить оценки для двух методов кодирования. Оценить коэффициенты сжатия изображений при использовании этих методов кодирования.
- Исследовать эффективность алгоритмов кодирования изображений в зависимости от спектра кодируемого изображения и в случае аддитивного нормального шума. Рассчитать зависимость коэффициента сжатия от отношения сигнал/шум для разных методов кодирования.

#### **4.1 Теоретическая часть**

##### **4.1.1 Введение**

Ограничения устройств хранения информации, пропускной способности каналов связи, повышение размерности изображений видеодатчиков вызвали бурное развитие методов кодирования изображений для сжатия цифровых сигналов изображений.

Психофизиологическая избыточность изображений позволила развить эффективные методы сжатия изображений с потерями. К таким методам кодирования относятся сжатие по стандарту JPEG и вейвлетное сжатие. Обе эти схемы основаны на ортогональном преобразовании изображения, последующем кодировании значений полученных спектральных коэффициентов. Впервые эта идея была выдвинута в 1968 г. В процессе ортогональных преобразований изображения  $f(x,y)$ , имеющего сильные корреляционные связи между смежными отсчетами, происходит процесс декорреляции, так что значения спектральных коэффициентов  $F(u,v)$  оказываются практически некоррелированными. В отличие от исходного изображения, для которого характерно в среднем равномерное распределение энергии между его отсчетами, распределение энергии между спектральными коэффициентами резко неравномерно. Основная доля энергии приходится на область низких пространственных частот (спектральные коэффициенты с

малыми индексами (u,v)), и лишь небольшая ее часть - на высокие частоты. Последующее квантование спектральных коэффициентов производится с учетом распределения энергии, коэффициенты, имеющие малую амплитуду, квантуются либо на малое число уровней, либо вообще обнуляются. Поскольку средний квадрат шума квантования пропорционален среднему квадрату обнуленного квантованного сигнала, то возникающие при этом искажения изображения невелики.

Дальнейшее сжатие достигается применением методов энтропийного кодирования, при котором длина кода обратно пропорциональна частоте появления значений коэффициентов в потоке преобразованного изображения.

При декодировании изображения вначале по имеющемуся коду восстанавливаются квантованные спектральные коэффициенты, затем они умножаются на коэффициенты, обратные квантующим, чтобы восстановить значения спектральных коэффициентов, и, наконец, путем обратного ортогонального преобразования восстанавливается само изображение.

#### 4.1.2 Кодирование JPEG

При кодировании по методу JPEG входное изображение разбивается на неперекрывающиеся блоки изображения размером  $N \times N$  элементов изображения,  $N=8$ . Каждый блок подвергается дискретному косинусному преобразованию (ДКП). Поскольку это преобразование является разделимым, то выполняется 2 одномерных преобразования (сначала по строкам, а затем- по столбцам).

Одномерное ДКП выполняется в соответствии с формулой:

$$F_k = \sqrt{2/N} \times \alpha(k) \sum_{n=0}^{N-1} f_n \cos((\pi(2n+1)k)/(2N)), \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

$$\alpha_k = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & k = 0 \\ 1, & \text{иначе} \end{cases} \quad (4.1)$$

Коэффициенты каждого блока квантуются в соответствии с матрицей квантования. В стандарте JPEG предложены матрицы квантования, являющиеся необязательными.

Коэффициенты внутри каждого блока выстраиваются в зигзагообразном порядке таким образом, что высокочастотные коэффициенты оказываются в конце последовательности. Последовательность отсчетов представлена в массиве zz:

```
zz = ((0,0),(0,1),(1,0),(2,0),(1,1),(0,2),(0,3),(1,2),
      (2,1),(3,0),(4,0),(3,1),(2,2),(1,3),(0,4),(0,5),
      (1,4),(2,3),(3,2),(4,1),(5,0),(6,0),(5,1),(4,2),
      (3,3),(2,4),(1,5),(0,6),(0,7),(1,6),(2,5),(3,4),
      (4,3),(5,2),(6,1),(7,0),(7,1),(6,2),(5,3),(4,4),
      (3,5),(2,6),(1,7),(2,7),(3,6),(4,5),(5,4),(6,3),
      (7,2),(7,3),(6,4),(5,5),(4,6),(3,7),(4,7),(5,6),
```

(6,5),(7,4),(7,5),(6,6),(5,7),(6,7),(7,6),(7,7))

Поскольку зачастую они равны нулю, то для сокращения потока нулевых коэффициентов используется кодирование длин серий. Затем применяется энтропийный кодер (Хаффмана). Особенностью метода является использование кодов переменной длины, при этом наиболее вероятным символам присваиваются наиболее короткие кодовые слова, а менее вероятным – длинные. Благодаря такой стратегии код Хаффмана дает минимальную среднюю длину кодовой последовательности, приближающуюся к энтропии источника сообщения. Таблицы кодов Хаффмана приведены в стандарте JPEG.

Схема кодера представлена на рис. 1.

Этот метод используется для кодирования неподвижных изображений.

Для декодирования операции выполняются в обратном порядке. Вместо ДКП применяется обратное дискретное косинусное преобразование в соответствии с уравнением:

$$f_n = \sqrt{2/N} \sum_{k=0}^{N-1} \alpha(k) F_k \cos(\pi(2n+1)k/(2N)) \quad k=0,1,...,N-1$$

$$\alpha_k = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & k=0 \\ 1, & \text{иначе} \end{cases} \quad (4.2)$$

Пример коэффициентов квантования яркостного сигнала представлен в табл. 4.1, а сигнала цветности – в табл. 4.2.

Таблица 4.1 Коэффициенты квантования яркостного сигнала

16	11	10	16	24	40	51	61
12	12	14	19	26	58	60	55
14,	13	16	24	40	57	69	56
14	17	22	29	51	87	80	62
18	22	37	56	68	109	103	77
24	35	55	64	81	104	113	92
49	64	78	87	103	121	120	101
72	92	95	98	112	100	103	99

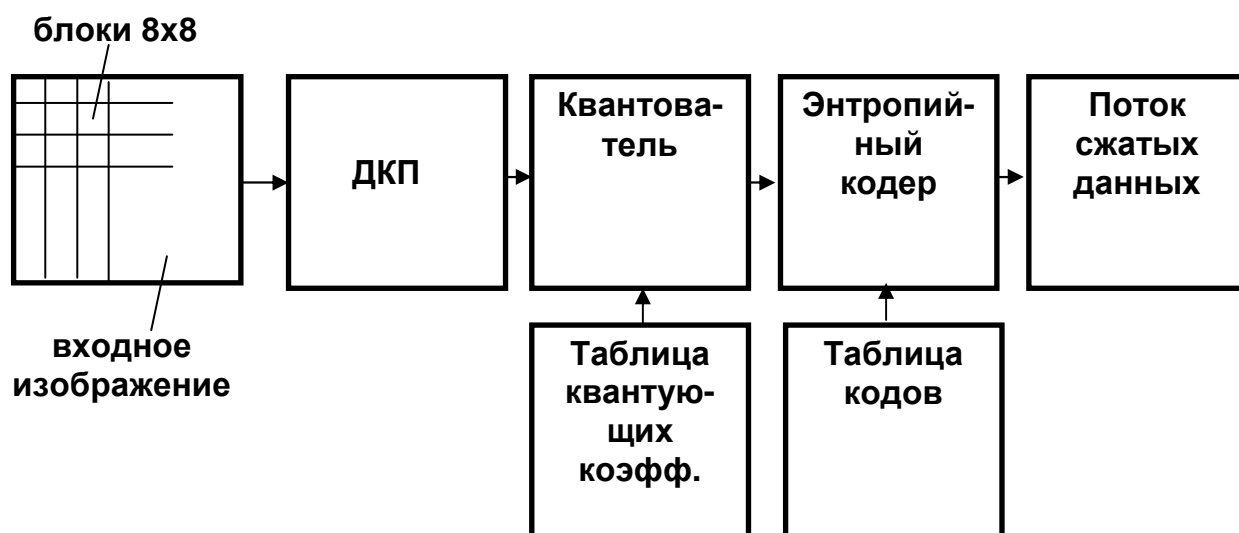


Рисунок 4.1 Схема кодера при кодировании по стандарту JPEG

Таблица 4.2	Коэффициенты квантования сигнала цветности						
17	18	24	47	99	99	99	99
18	21	26	66	99	99	99	99
24	26	56	99	99	99	99	99
47	66	99	99	99	99	99	99
99	99	99	99	99	99	99	99
99	99	99	99	99	99	99	99
99	99	99	99	99	99	99	99
99	99	99	99	99	99	99	99

### 4.1.3 Вейвлетное кодирование

В настоящее время весьма перспективной является компрессия на базе вейвлетного (wavelet) преобразования. Кодирование по вейвлетному алгоритму предполагает выполнение собственно вейвлет-преобразования для декорреляции информации в изображении, квантования полученных

коэффициентов преобразования и кодирование кодами переменной длины полученных коэффициентов.

Вейвлет–преобразование, в отличие от схем JPEG/MPEG, обеспечивает достижение оптимального компромисса между пространственным и частотным разрешением (их произведение не меньше  $1/2$ ). В основу вейвлетного преобразования положена идея обеспечения высокого пространственного разрешения при низком частотном, и, наоборот, высокого разрешения по частоте при низком разрешении по пространству.

При вейвлетной схеме сжатия используется разложение сигнала по набору базисных функций, при этом широкобазисные функции позволяют исследовать большие области и точно описать низкочастотные детали, а короткобазисные функции позволяют исследовать малоразмерные области (высокочастотные детали). Все базисные функции получаются из одного прототипа (материнского вейвлета) путем его растяжения (или сжатия) и смещения. Двумерное вейвлетное преобразование сводится к двум независимо выполняемым одномерным преобразованиям.

Одномерное вейвлетное преобразование - это совокупность процессов низкочастотной и высокочастотной фильтрации и децимации. Преобразуемый сигнал подвергается фильтрации с помощью фильтров нижних и верхних частот, которые делят диапазон частот исходного сигнала на две половины. И низкочастотная, и высокочастотная компоненты сигнала, полученные при фильтрации, имеют в два раза более узкую полосу частотных составляющих. Поэтому в соответствии с теоремой Котельникова они могут быть дискретизированы с частотой, равной половине частоты дискретизации исходного сигнала, что означает отбрасывание каждого второго отсчета в направлении фильтрации (по строкам или столбцам). Последующие процессы фильтрации производятся над низкочастотными и высокочастотными изображениями коэффициентов преобразования в соответствии со схемой, представленной на рис.1.

Для цветного изображения выполняется преобразование цветового координатного пространства RGB в пространство YCrCb, поддискретизация компонентов цветности по схеме 4:2:2 и вейвлетное преобразование компонентов Cr и Cb аналогично компоненту яркости. На рис.2 представлено пространственное расположение блоков вейвлетного преобразования на растре изображения.

Вейвлетное преобразование не требует формирования блоков сигнала изображения, поэтому артефакты сжатия на его основе более «естественны», т.е. выглядят менее чужеродными на типовых изображениях, чем, например, блочная структура в виде просвечивающей через изображение шахматной доски при JPEG/MPEG-2 (см. рис.3). В 1997 г. фирмой Analog Devices выпущена первая микросхема ADV601 [4], выполняющая вейвлетное преобразование реального времени.

При этом необходимо отметить, что ни один из рассмотренных методов компрессии не позволяет задать коэффициент сжатия. Поскольку сокращение информации производится на стадии квантования и кодирования

кодами переменной длины, то задание одних и тех же коэффициентов квантования приводит к формированию потоков разной длины. Длина выходного потока определяется информацией, содержащейся в изображении. Поддержание выходного потока постоянной скорости достигается за счет управляемой буферизации выходного потока.

При условии восьмиразрядного квантования входного сигнала пиковое отношение сигнал/шум вычисляется по формуле:

$$\psi = 20 \lg \frac{255}{\sigma}, \quad \text{где} \quad \sigma = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_G^2 + \sigma_B^2},$$

$\sigma_R, \sigma_G, \sigma_B$  – среднеквадратические значения  $R, G, B$  компонентов разностного сигнала.

Многочисленные исследования методов сжатия позволяют утверждать, что при больших коэффициентах сжатия вейвлетный кодер является более эффективным.

## 4.2 Экспериментальная часть

В данной работе изучаются методы сжатия изображений по методу JPEG и вейвлетному. Для выполнения работы необходимо промоделировать методы сжатия изображений и выполнить анализ рассмотренных методов.

### Порядок выполнения работы:

1) Выполнить исследования эффективности методов JPEG и вейвлетного кодирования на серии монохромных изображений.

Оценку эффективности производить по двум параметрам: коэффициенту сжатия и пиковому отношению сигнал/шум.

1.1) Выбрать изображение

1.2) Выполнить кодирование изображения по одному из методов

1.3) Выполнить декодирование потока

1.4) Сформировать изображение разности исходного и декодированного изображений.

1.5) Произвести оценку коэффициента сжатия и пикового отношения сигнал/шум.

2) Повторить пункты 1.1-1.5 для разных изображений и двух методов.

3) Построить графики зависимости пикового отношения сигнал/шум от коэффициента сжатия, произвести качественную оценку восстановленных изображений.

## 4.3 Вопросы для самопроверки:

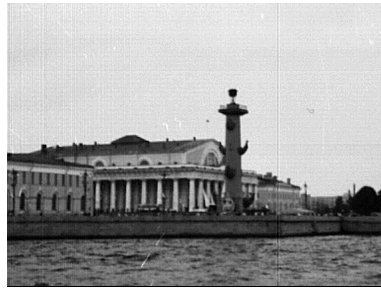
1) К каким методам кодирования относятся рассмотренные методы? В чем состоит их главное отличие?

2) Обеспечивает ли декодирование потоков восстановление исходных изображений?

3) Назовите основные блоки кодера и декодера по методу JPEG.

- 4) Нарисуйте схемы вейвлетного кодера и декодера.
- 5) Какие вейвлетные фильтры вы знаете?
- 6) Что такое материнский вейвлет? В чем состоит основная идея вейвлетного анализа?
- 7) Какое преобразование позволяет полнее представить спектр изображения и почему?
- 8) Чем вызваны искажения изображения при кодировании по методу JPEG?
- 9) В каких стандартах сжатия используется дискретное косинусное преобразование изображения?
- 10) В каких стандартах сжатия используется вейвлетное преобразование изображения?
- 11) К каким потерям информации приводит децимация по  $x, y$  координатам при выполнении вейвлетного преобразования и почему?
- 12) На каком этапе кодирования достигается сжатие информации?
- 13) Какие энтропийные кодеры применяются при реализации рассмотренных методов сжатия?

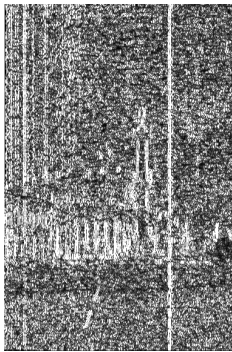




ВЧ фильтр по X  
Децимация по X

НЧ фильтр по X  
Децимация по X

1 уровень

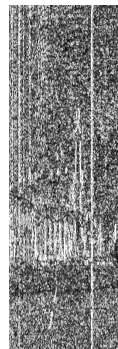


Блок А  
Децимация по X



ВЧ фильтр по X  
Децимация по X

НЧ фильтр по X



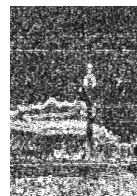
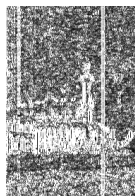
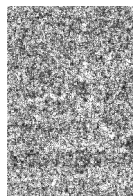
2 уровень

ВЧ фильтр по Y  
Децим. по Y

НЧ фильтр по Y  
Децим. по Y

ВЧ фильтр по Y  
Децим. по Y

НЧ фильтр по Y  
Децим. по Y



Блок В  
Децим.по X

Блок С  
Децим. по X

Блок D

ВЧ по X

НЧ по X

Рисунок 4.1 Схема двумерного вейвлетного преобразования черно-белого изображения. Преобразование 2-го уровня выполняется несколько раз. В результате формируются блоки А-N.

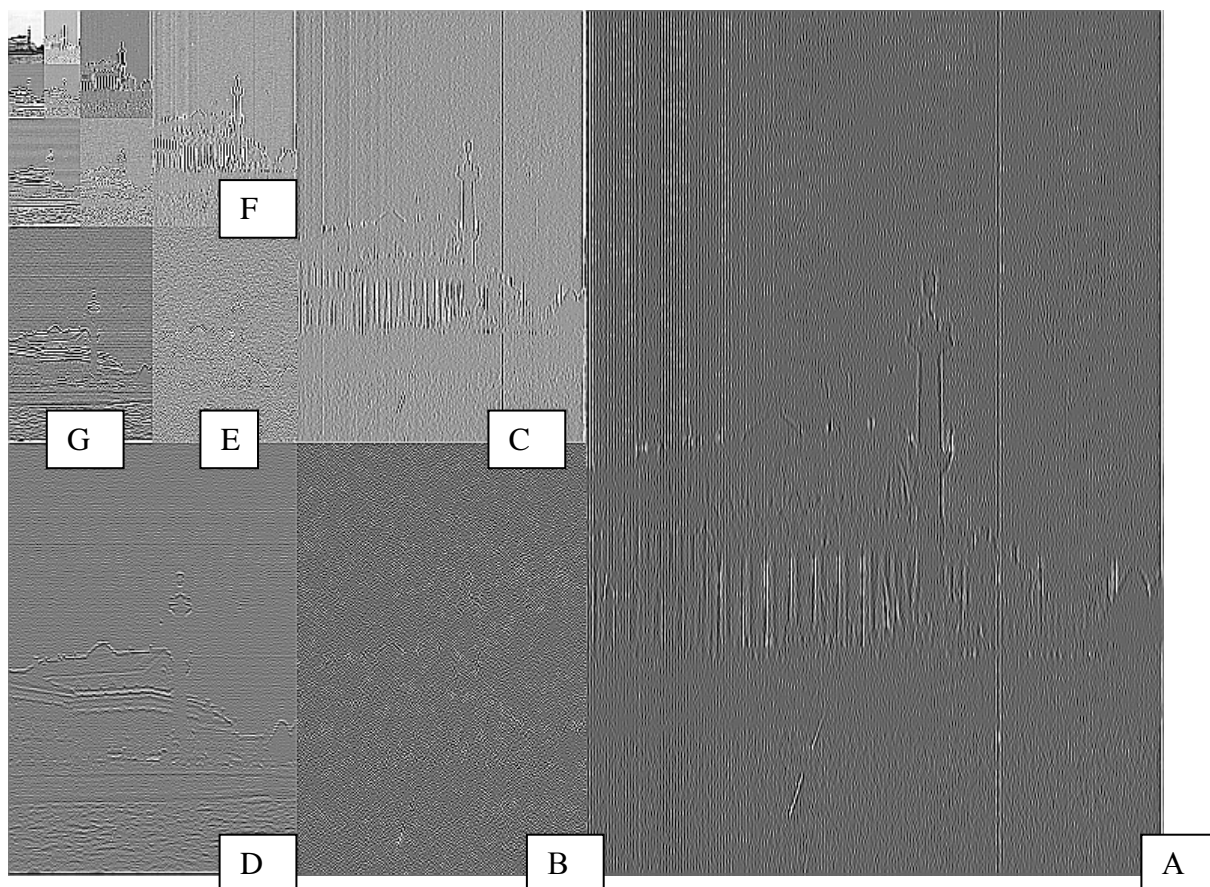


Рисунок 4.2 Пространственное расположение блоков на растре изображения после вейвлетного преобразования.

a)



b)



c)



Рисунок 4.3 Фрагменты изображения "Лена". Примеры артефактов, производимых при кодировании по вейвлетному алгоритму и алгоритму JPEG при коэффициенте сжатия 60. а) Фрагмент исходного изображения; б) фрагмент декодированного изображения при использовании алгоритма JPEG; с) фрагмент декодированного изображения при использовании вейвлетного алгоритма.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Интерполяция по методу глобального кубического сплайна

Для нахождения неизвестных коэффициентов глобального кубического сплайна выполним необходимые преобразования.

Из (2.12):

$$\frac{a_{i+1} - a_i}{h_i} = b_i + c_i h_i + d_i h_i^2 \quad (2.17)$$

Обозначим

$$L_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} \quad (2.18)$$

Тогда (17) можно записать в виде:

$$L_i = b_i + c_i h_i + d_i h_i^2 \quad (2.19)$$

Аналогично

$$L_{i+1} = b_{i+1} + c_{i+1} h_{i+1} + d_{i+1} h_{i+1}^2 \quad (2.20)$$

(19)-(20):

$$L_{i+1} - L_i = b_{i+1} - b_i - c_i h_i - d_i h_i^2 + c_{i+1} h_{i+1} + d_{i+1} h_{i+1}^2,$$

Откуда

$$b_{i+1} - b_i = (L_{i+1} - L_i) + c_i h_i + d_i h_i^2 - c_{i+1} h_{i+1} - d_{i+1} h_{i+1}^2 \quad (2.21)$$

Подставим (19) в (11):

$$c_i h_i + 2d_i h_i^2 = (L_{i+1} - L_i) - c_{i+1} h_{i+1} - d_{i+1} h_{i+1}^2 \quad (2.22)$$

В соответствии с (14) можно записать:

$$c_{i+1} = c_{i+2} - 3d_{i+1} h_{i+1} \quad (2.23)$$

Подставив (14) и (23) в (22), получим:

$$c_i h_i + 2h_i \frac{c_{i+1} - c_i}{3} = (L_{i+1} - L_i) - c_{i+1} h_{i+1} - h_{i+1} \frac{c_{i+2} - c_{i+1}}{3} \quad (2.24)$$

После приведения подобных членов:

$$c_i h_i + 2h_i c_{i+1} = 3(L_{i+1} - L_i) - 2c_{i+1} h_{i+1} - h_{i+1} c_{i+2} \quad (2.25)$$

Для получения выражения для коэффициентов  $c_i$  в виде:

$$c_i = \alpha_i c_{i+1} + \beta_i \quad (2.26)$$

необходимо в (2.25) подставить значение  $c_i$  в соответствии с уравнением (2.26), получим

$$h_i \alpha_i c_{i+1} + 2h_i c_{i+1} + 2c_{i+1} h_{i+1} = -c_{i+2} h_{i+1} + 3(L_{i+1} - L_i) - h_i \beta_i \quad (2.27)$$

Откуда

$$c_{i+1} = c_{i+2} \frac{-h_{i+1}}{2h_i + 2h_{i+1} + h_i \alpha_i} + \frac{3(L_{i+1} - L_i) - h_i \beta_i}{2h_i + 2h_{i+1} + h_i \alpha_i} \quad (2.28)$$

В соответствии с (2.26) значения прогоночных коэффициентов из (2.28) равны:

$$\begin{cases} \alpha_{i+1} = \frac{-h_{i+1}}{2h_i + 2h_{i+1} + h_i\alpha_i} \\ \beta_{i+1} = \frac{3L_{i+1} - 3L_i - h_i\beta_i}{2h_i + 2h_{i+1} + h_i\alpha_i} \end{cases} \quad (2.29)$$

На первом проходе прогонки (прямой ход) находятся коэффициенты в соответствии с (2.29).

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{-h_1}{2h_0 + 2h_1} \\ \beta_1 = \frac{3(L_1 - L_0)}{2h_0 + 2h_1} \end{cases}$$

Затем определяются  $\alpha_{i+1}, \beta_{i+1}, i=1, \dots, N-3$ .

На втором этапе находится решение (обратный ход) коэффициентов кубического полинома  $c_{i+1}$ .  $c_0=0, c_{N-1}=0$ . Далее в соответствии с (2.26) вычисляются  $c_{i+1}$  при  $i=N-2, N-3, \dots, 1$ .

Из (16)

$$d_{N-2} = -\frac{c_{N-2}}{3h_{N-2}}.$$

Из (14) получим выражение для вычисления коэффициентов  $d_i$ :

$$d_i = (c_{i+1} - c_i) / (3h_i), i=0, \dots, N-3. \quad (2.29)$$

По полученным значениям  $c_i$  на основании (2.29) вычисляются значения коэффициентов  $d_i$ .

Из (2.19) получим выражение для вычисления коэффициентов  $b_i$ :

$$b_i = L_i - c_i h_i - d_i h_i^2, i=0, \dots, N-2 \quad (2.30)$$

Коэффициенты  $a_i$  определяются в соответствии с уравнением (2.11).

Определив коэффициенты интерполирующего глобального сплайна, мы можем восстановить значение сигнала в любой точке  $x$  в соответствии с уравнением (2.4).

```
procedure GlobalSpline(n:integer; y:TIntegerArray;
var b,c,d:TDoubleArray);
```

```
var Li,alpha,beta: TDoubleArray;
```

```
  i,j:integer;
```

```
  coeff:double;
```

```
begin
```

```
if n<4 then exit;
```

```
SetLength(Li,n); //выделение памяти под массив вещественных чисел
```

```
SetLength(alpha,n);
```

```
SetLength(beta,n);
```

```
for i:=0 to n-2 do Li[i]:=y[i+1]-y[i];
```

```
//прямой ход прогонки
```

```
alpha[1]:=-0.25;
```

```
beta[1]:=0.75*(Li[2]-Li[1]);
```

```

for i:=1 to n-3 do
  begin
    coeff:=1.0/(4.0+alpha[i]);
    alpha[i+1]:=-coeff;
    beta[i+1]:=(3*(Li[i+1]-Li[i])-beta[i])*coeff;
  end;
// обратный ход прогонки
c[0]:=0; c[n-1]:=0;
j:=n-2;
for i:=1 to n-2 do
  begin
    c[j]:=alpha[j]*c[j+1]+beta[j];
    Dec(j);
  end;
//вычисление остальных коэффициентов
coeff:=1.0/3.0;
d[n-2]:=-c[n-2]*coeff;
b[n-2]:=Li[n-2]-c[n-2]-d[n-2];
for i:=0 to n-3 do
  begin
    d[i]:=(c[i+1]-c[i])*coeff;
    b[i]:=Li[i]-c[i]-d[i];
  end;
SetLength(Li,0);
SetLength(alpha,0);
SetLength(beta,0);
end;

```

Для масштабирования изображения по строкам необходимо определить размер строки в новом масштабе, умножая размер строки исходного изображения *isize<sub>x</sub>* на коэффициент масштабирования *coeff<sub>x</sub>*

*osize<sub>x</sub>* = *isize<sub>x</sub>* \* *coeff<sub>x</sub>*.

Затем определить шаг по строке

*step<sub>x</sub>* = 1 / *coeff<sub>x</sub>*.

Организовать цикл по строкам

чтение строки входного изображения в массив *bufIn*,

вычислить *GlobalSpline2(isize<sub>x</sub>, bufIn, bufb, bufc, bufd)*;

для каждого элемента строки выходного изображения:

вычислить текущее значение координаты по оси *x*: *t* := *j* \* *step<sub>x</sub>*, где *j* ∈ [0..(*osize<sub>x</sub>* - 1)] - номер элемента строки выходного изображения;

выделить целую часть от *t*: *x* := *trunc(t)*, это значение *x<sub>i</sub>*;

вычислить значение *t* = *x* - *x<sub>i</sub>* на интервале [*x<sub>i</sub>*, *x<sub>i+1</sub>*] по формуле *t* := *t* - *x*;

для полученного значения *t* вычислить значение сплайна: *Spl\_val* := *bufIn[x]* + *bufb[x]* \* *t* + *bufc[x]* \* *t* \* *t* + *bufd[x]* \* *t* \* *t* \* *t*;

привести значение  $Spl\_val$  к диапазону выходных значений от минимально возможного значения амплитуды сигнала до максимально возможного. При 8-ми разрядном представлении сигнала диапазон выходного сигнала равен  $[0..255]$ .

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1	Лабораторная работа № 1 .....	3
1.1	Теоретическая часть .....	3
1.1.1	Введение .....	3
1.1.2	Оптимальное квантование .....	4
1.1.3	Квантование сигнала при наличии шумов .....	6
1.2	Экспериментальная часть .....	8
1.3	Библиографический список .....	9
1.4	Вопросы для самопроверки: .....	10
2	Лабораторная работа № 2 .....	11
2.1	Теоретическая часть .....	11
2.1.1	Введение .....	11
2.2	Экспериментальная часть .....	14
2.3	Вопросы для самопроверки: .....	16
3	Лабораторная работа № 3 .....	17
3.1	Теоретическая часть .....	17
3.1.1	Введение .....	17
3.1.2	Пространственная фильтрация изображений .....	18
3.1.3	Частотная фильтрация изображений .....	22
3.2	Экспериментальная часть .....	24
3.3	Вопросы для самопроверки: .....	25
4	Лабораторная работа № 4 .....	26
4.1	Теоретическая часть .....	26
4.1.1	Введение .....	26
4.1.2	Кодирование JPEG .....	27
4.1.3	Вейвлетное кодирование .....	29
4.2	Экспериментальная часть .....	31
4.3	Вопросы для самопроверки: .....	31
	Интерполяция по методу глобального кубического сплайна .....	36
	ОГЛАВЛЕНИЕ .....	40