

## 23. Современные подходы к оцениванию состояния динамических систем

Рассмотрим дискретный случай. Динамическая система представляет собой математический объект, задаваемый уравнением системы (1) и уравнением наблюдения (2).

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H} \mathbf{x}(k) + \mathbf{n}(k), \quad (2)$$

где  $\mathbf{x}(k)$  – состояние системы на  $k$ -ом шаге, которое в общем случае представляет собой вектор параметров;

$\mathbf{u}(k)$  – управляющее воздействие, так же являющееся вектором;

$\mathbf{y}(k)$  – выход системы или т. н. наблюдение, в общем случае векторная величина, отражающая параметры системы, которые мы наблюдаем и по которым можем косвенно делать выводы о состоянии системы;

$\mathbf{F}$  – оператор, воздействующий на состояние системы при дискретном переходе с шага  $k$  на шаг  $k+1$ , описывающий изменение состояния системы во времени

$\mathbf{B}$  – оператор, описывающий влияние управляющего воздействия на состояние системы

$\mathbf{H}$  – оператор, описывающий связь между наблюдаемыми параметрами и состоянием системы;

$\mathbf{w}(k)$  – шум системы;  $\mathbf{n}(k)$  – шум наблюдения.

### Подходы к оцениванию состояния динамических систем

Метод	Краткое описание	Преимущества/недостатки
<b>1. Рекуррентный метод наименьших квадратов</b>	Используется минимизация суммы квадратов разностей между измеренными значениями параметров и их априорной оценкой	Удовлетворительные результаты только в случае высокой степени соответствия между моделью и данными
<b>2. Авторегрессионные модели</b>	Модели временных рядов, в которых каждый последующий член линейно выражается через предыдущий.	Применяется в случае линейных моделей и на этапе постобработки (как правило). Шум должен быть белым и распределенным по Гауссу
<b>3. Гарантированный подход</b>	Основан на теоретико-множественных моделях неопределенностей. Их свойства описываются при помощи геометрических и интегральных ограничений. Для этого подхода задача оценивания сводится к нахождению множеств всевозможных значений искомых величин с ограничениями на неопределенность.	Более трудоемкие, т. к. необходимо моделировать множества всех возможных значений
а) Минимаксное гарантированное оценивание		
б) Метод эллипсоидов		
<b>4. Рекуррентные алгоритмы оценивания</b>	Основан на вероятностной математической интерпретации	Требуется большой объем априорной

<p><b>параметров</b></p> <p>Стохастический подход</p>	<p>свойств неопределенности, нашедшей применение в разработке алгоритмов оптимальной фильтрации Калмана</p>	<p>информации о вероятностных свойствах неопределенных параметров, которой в практических задачах бывает недостаточно для обеспечения работоспособности алгоритмов</p>
<p>а) Линейный фильтр Калмана (Linear Kalman Filter) и оптимальный Байесовский фильтр (Optimal Bayesian estimator)</p> <p>б) Для непрерывного случая т. н. фильтр Калмана-Бьюси</p>	<p>Линейный фильтр Калмана работает в 2 этапа: предсказание и коррекция. На первом этапе в соответствии с моделью эволюции осуществляется экстраполяция вектора параметров, а на втором уточнение с соответствии с поступившим наблюдением.</p> <p>Байесовский фильтр основан оценке плотности вероятности распределения параметров при известных моделях эволюции и наблюдения. Он сводится к линейному фильтру Калмана в случае линейных систем.</p>	<p>В общем случае <b>F</b>, <b>B</b> и <b>H</b> представляют собой нелинейные операторы, вследствие чего оптимальные подходы к оцениванию состояния, такие как ЛФК не могут использоваться.</p> <p>Шум должен быть белым и распределенным по Гауссу</p>
<p>б) Расширенный фильтр Калмана (Extended Kalman Filter) и оптимальный нелинейный марковский фильтрация (Optimal nonlinear Marov filter)</p>	<p>Основано на аппроксимации нелинейных операторов пр помощи рядов Тейлора</p>	<p>Требуется расчета производных нелинейных уравнений системы</p> <p>Шум должен быть белым и распределенным по Гауссу</p>
<p>в) Сигма-точечный фильтр Калмана (Unscented Kalman filter)</p>	<p>Основано на сигма-точечном преобразовании</p>	<p>Качество оценок чуть лучше или чуть хуже, чем для ЕКФ в зависимости от модели. Требуется реализацию разложения Холецкого (корень из матрицы). Работает немного медленнее</p>
<p>г) Последовательный метод Монте-Карло (Particle filter, Sequential Monte Carlo method)</p>	<p>Оснawan на численном моделировании плотности вероятности распределения параметров</p>	<p>Оценки как правило более точные, но требует значительных вычислительных ресурсов для численного моделирования плотностей вероятностей</p>

