

ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЙ И ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ОТСУТСТВИИ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ ОБ ОЦЕНИВАЕМЫХ ВЕЛИЧИНАХ

Н.Н. Сальников

Институт космических исследований НАН Украины и ГКА Украины
Украина, 03680 ГСП Киев 187, проспект Академика Глушкова, 40, корп. 4/1
E-mail: salnikov.nikolai@gmail.com

Ключевые слова: эллипсоидальное оценивание, параметры и состояния, динамические системы

Аннотация: Рассматривается задача одновременного оценивания состояния и параметров линейной динамической системы с одним входом и одним выходом в рамках теоретико-множественного подхода. Для оценивания используется модифицированный метод эллипсоидов, который был предложен и проанализирован автором ранее для решения задачи оценивания параметров линейной регрессии. Свойства предложенного алгоритма оценивания проиллюстрированы с помощью модельного примера.

1. Введение

Задачи оценивания вектора состояния и параметров динамической системы по результатам измерений ее входных и выходных переменных относятся к числу центральных задач идентификации. В настоящее время существует большое число подходов к решению этой задачи, среди которых, в частности, можно указать различные регрессионные методы, метод идентификации в подпространствах, различные варианты фильтра Калмана [1,2]. Методы оценивания принято называть стохастическими, если предполагается, что все неопределенные величины задачи имеют стохастическую природу. В этом случае задача оценивания состоит в определении стохастических характеристик неопределенных величин таких, как математическое ожидание, дисперсия, стохастические моменты более высоких порядков, наконец, законы распределения случайных величин. Естественно отнести к нестохастическим методам все те методы, которые не используют предположение о стохастической природе неопределенных величин. В частности, к ним можно отнести минимаксное оценивание, методы гарантированного оценивания, которые в свою очередь отличаются классами множеств, используемых для описания множеств возможных значений неопределенных величин [3-10]. Эти методы последнее время интенсивно развиваются. Совершенно некорректно противопоставлять стохастические и нестохастические методы друг другу, соответственно вопрос о том, какое направление является более перспективным бессмысленен. Выбор метода определяется имеющейся априорной информацией. Можно предположить, что результаты, полученные в рамках нестохастического подхода, носят более общий характер,

поскольку не опираются на дополнительные (стохастические) свойства неопределенности и, следовательно, не зависят от вида распределений неопределенных величин. Интересно отметить, что эти два подхода, используемые при решении аналогичных задач, приводят в результате к формально близким соотношениям [4, 11]. В этом проявляется единство логики решения задач по уменьшению неопределенности с использованием измерений и математической модели системы.

В данной работе рассматривается применение метода оценивания с помощью эллипсоидов [4-6, 11] к задаче одновременного оценивания параметров и состояния линейных динамических систем. Мы рассматриваем случай, когда информация о структуре математической модели динамической системы, системы измерений и априорная информация о множестве значений ошибок измерения известны точно. В то же время априорная информация о множестве значений оцениваемых величин неизвестна. Ошибки в задании этого множества могут привести к несовместности множеств, получаемых с использованием измерений и определенных с использованием модели, и формально к остановке процедуры оценивания. Один из приемов выхода из этой ситуации состоит в выборе априорных множеств максимально большими с тем, чтобы они так содержали оцениваемую величину. Однако в этом случае при использовании метода эллипсоидов для получения оценок заданной точности может потребоваться большое время. Кроме того, этот прием, очевидно, не позволит избежать возникновения несовместности при возможном дрейфе параметров системы или действии неучтенных возмущений, способных изменить вектор состояния. Поэтому в ряде работ [12-17] были предложены модификации метода эллипсоидов для преодоления этого недостатка, которые, по сути, сводятся к расширению апостериорных эллипсоидальных оценок с тем, чтобы получить эллипсоид, гарантированно содержащий искомую величину, и тем самым исключить причину несовместности. Один из вариантов такого приема при решении задачи оценивания параметров линейной регрессии был предложен и проанализирован в [17]. В частности использование этого подхода при решении задачи оценивания параметров линейной регрессии позволило отказаться от требования, что исходное априорное множество непременно содержит искомый так называемый истинный вектор параметров. Было показано, что в этом случае скорость сходимости оценок, получаемых с помощью модификации метода эллипсоидов [17], может оказаться даже выше, чем классического метода.

Для решения нелинейной задачи одновременного оценивания параметров и состояний линейной динамической системы предлагается использовать подход [17]. Решение этой задачи в рамках метода эллипсоидов сильно усложняется, поскольку уравнения эволюции множеств оцениваемых величин становятся нелинейными и соответственно инвариантность эллипсоидов, используемых для аппроксимации информационных множеств, не имеет места. Задача аппроксимации эллипсоидом множества, получающегося в результате этого нелинейного преобразования, не решалась. Вместо этого уравнения эволюции были линеаризованы в окрестности эллипсоидальной оценки. В этом случае эллипсоид, получаемый при таком линейном отображении, не обязательно содержит множество, получаемое при нелинейном отображении. Поэтому возможна несовместность полученного эллипсоида и множества, полученного с использованием измерений, которая преодолевается с использованием модификации алгоритма эллипсоидов [17]. При этом центр результирующего эллипсоида, принимаемый за точечную оценку искомой величины, будет содержаться в множестве возможных значений этой величины, связанной с измерениями. Такая постановка задачи характерна для алгоритмов оценивания типа «полоска» [18]. Применение предлагаемого подхода продемонстрировано на модельном примере.

2. Постановка задачи

Сформулируем постановку задачи оценивания состояния для общего нелинейного случая. Пусть динамическая система и измерительное устройство в дискретном времени описываются следующими уравнениями

$$(1) \quad x_{k+1} = f(x_k, u_k, k) + w_k$$

$$(2) \quad y_k = g(x_k, u_k, k) + \xi_k, \quad k = 0, 1, \dots$$

Здесь x_k — вектор состояния системы в момент дискретного времени k , $x_k \in R^n$, u_k — вектор входных переменных, доступных измерению, $u_k \in R^m$, y_k — вектор измеренных значений выходных переменных, $y_k \in R^l$, функции $f(\cdot)$ и $g(\cdot)$ предполагаются известными. Значения неконтролируемых возмущения и помехи измерения, векторы w_k и ξ_k , не предполагаются известными, но для них заданы множества их возможных значений,

$$(3) \quad w_k \in W_k, \quad \xi_k \in \Xi_k.$$

Начальный вектор состояния x_0 неизвестен, однако для него задано некоторое множество X_0 , которое предположительно его содержит,

$$(4) \quad x_0 \in X_0.$$

В рамках теоретико-множественного подхода [3-6, 8] можно сформулировать задачу о построении множеств X_k , гарантированно содержащих вектор

$$(5) \quad x_k \in X_k.$$

Простейшая процедура решения этой задачи аналогична подходу, используемому при построении фильтра Калмана в стохастической постановке [1, 19-21]. А именно, предположим, что в момент времени k известно множество X_k , обладающее свойством (5).

Тогда используя уравнение (1), можно получить, что

$$(6) \quad x_{k+1} \in \bar{X}_{k+1} = f(X_k, u_k, k) + W_k,$$

С другой стороны, из уравнения измерения следует, что

$$(7) \quad x_{k+1} \in \tilde{X}_{k+1} = \{x : (g(x, u_{k+1}, k+1) - y_{k+1}) \in \Xi_{k+1}\}.$$

Отсюда и (6) можно заключить, что $x_{k+1} \in \bar{X}_{k+1} \cap \tilde{X}_{k+1}$ и, следовательно, множество

$$(8) \quad X_{k+1} = \bar{X}_{k+1} \cap \tilde{X}_{k+1}.$$

В качестве начального множества в рекуррентной процедуре (6)-(8) используется множество X_0 . Описанная процедура представляется простой и очевидной на бумаге, однако ее реализация даже для простейших случаев приводит к необходимости реализации операций над множествами, которые оказываются очень не простыми и совершенно не очевидными. Одним из подходов для преодоления этих трудностей заключается в использовании для множеств X_k их внешних аппроксимаций с использованием множеств, характеризуемых конечным числом параметров, в частности эллипсоидов, параллелепипедов и т.д. [4-7, 9, 10]. К сожалению, с ростом размерности такие аппроксимации в общем случае оказываются очень грубыми и ценность их, как множественных оценок, становится исчезающе малой. Вместе с тем, наличие множественной оценки X_k принципиально важно с точки зрения определения непротиворечивости информации о состоянии системы (см. уравнения (6) и (7)). Действительно, ошибка в задании

множества X_0 , т.е. невыполнение (4), может привести к тому, что множество X_{k+1} , определяемое (8), на некотором временном такте $k+1$ может оказаться пустым. В этом случае дальнейшее построение множеств в соответствии с процедурой (6)–(8) становится невозможным.

В большинстве практических случаев при решении задач управления или идентификации используется точечная оценка \hat{x}_k , $\hat{x}_k \in X_k$, неизвестного вектора x_k , которая выбирается в соответствии с содержанием задачи. В частности, для случая $w_k \equiv 0$ и условий (1)–(4) предлагается рассмотреть следующую задачу оценивания: указать способ построения последовательности множеств $\{X_k\}$, грубый по отношению к нарушению условия (4), и последовательности оценок $\{\hat{x}_k\}$, $\hat{x}_k \in X_k$, которые начиная с конечного момента времени K удовлетворяет уравнению (1) и, с другой стороны, не противоречат уравнению измерений и априорной информации о значении помех, т.е.

$$(9) \quad y_k - g(\hat{x}_k, u_k, k) \in \Xi_k, \quad \forall k > K.$$

Для общего случая $W_k \neq \{0\}$ можно сформулировать аналогичную постановку, однако, в рассматриваемых ниже задаче $w_k \equiv 0$ и поэтому она здесь не приводится.

Рассмотрим алгоритм решения сформулированной задачи для двух простейших, но важных частных случаев – задачи оценивания состояния линейной динамической системы и задачи одновременного оценивания параметров и состояний линейного объекта с одним входом и одним выходом.

3. Одновременное оценивание параметров и состояний линейной динамической системы

Уравнение динамической системы с одним выходом и одним входом в переменных «вход-выход» имеет следующий вид

$$(10) \quad \tilde{y}_k = a_1 \tilde{y}_{k-1} + \dots + a_n \tilde{y}_{k-n} + b_1 u_{k-1} + \dots + b_n u_{k-n},$$

где u_k и \tilde{y}_k – скалярные значения входной и выходной переменной соответственно в момент времени k . Предполагается, что входная переменная измеряется без ошибок, а выходная – с аддитивной ограниченной ошибкой ξ_k , т.е. доступной является величина

$$(11) \quad y_k = \tilde{y}_k + \xi_k, \quad |\xi_k| \leq c.$$

Здесь константа c предполагается заданной.

Уравнению (10) в пространстве состояний соответствует множество эквивалентных форм [22]. Будем использовать для (10) следующее представление

$$(12) \quad \begin{cases} z_{k+1} = A(p_k)z_k + B(p_k)u_k, \\ p_{k+1} = p_k \end{cases},$$

$$(13) \quad y_k = \tilde{C}^T z_k + \xi_k,$$

где z_k – вектор состояния, $z_k \in R^n$, вектор $\tilde{C} = (1, 0, \dots, 0)^T \in R^n$, матрицы $A(p)$ и $B(p)$ зависят от вектора параметров $p = (p_1, \dots, p_{2n})^T = (a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n)^T$ и имеют следующий вид

$$(14) \quad A(p) = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad B(p) = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Задача заключается в построении таких оценок вектора состояния \hat{z}_k и вектора параметров \hat{p}_k , удовлетворяющих уравнению (12), для которых, начиная с конечного момента времени K , будет выполняться

$$(15) \quad |y_k - \tilde{C}^T \hat{z}_k| \leq c \quad \forall k \geq K.$$

Рассмотрим процедуру решения этой задачи с помощью метода эллипсоидов, которая в значительной степени аналогична процедуре построения фильтра Калмана для нелинейных систем в стохастическом случае [1]. Введем в рассмотрение вектор оцениваемых величин $x_k = (z_k^T, p_k^T)^T$ и запишем систему уравнений (12) в следующем виде

$$(16) \quad x_{k+1} = A(x_k)x_k + B(x_k)u_k,$$

где матрицы

$$(17) \quad A(x_k) = \begin{bmatrix} A(x_k) & \Theta_{n \times 2n} \\ \Theta_{2n \times n} & I_{2n} \end{bmatrix}, \quad B(x_k) = \begin{bmatrix} B(x_k) \\ \Theta_{2n \times 1} \end{bmatrix}.$$

Здесь $\Theta_{n \times 2n}$ и I_{2n} — нулевая и единичная матрицы соответствующего размера. Вектор x_k можно записать в следующем виде

$$(18) \quad x_k = \hat{x}_k + \Delta x_k,$$

где \hat{x}_k — оценка вектора x_k , а $\Delta x_k = x_k - \hat{x}_k$ — ее точность. Подставляя (18) в (16) и используя (14) и (17), получаем

$$(19) \quad \begin{aligned} x_{k+1} &= A(\hat{x}_k + \Delta x_k)(\hat{x}_k + \Delta x_k) + B(\hat{x}_k + \Delta x_k)u_k = \\ &= A_k \hat{x}_k + B(\hat{x}_k)u_k + A_k \Delta x_k + \Delta x_k^1 D \Delta x_k, \end{aligned}$$

где матрицы

$$(20) \quad A_k = A(\hat{x}_k) = \begin{bmatrix} A(\hat{x}_k) & \hat{x}_k^1 I_n & u_k I_n \\ \Theta_{2n \times n} & I_{2n} & \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \Theta_{n \times n} & I_n & \Theta_{n \times n} \\ \Theta_{n \times n} & \Theta_{n \times n} & \Theta_{n \times n} \\ \Theta_{n \times n} & \Theta_{n \times n} & \Theta_{n \times n} \end{bmatrix}.$$

Если обозначить

$$(21) \quad \hat{x}_{k+1} = A_k \hat{x}_k + B(\hat{x}_k)u_k,$$

$$(22) \quad \Delta x_{k+1} = A_k \Delta x_k + \Delta x_k^1 D \Delta x_k,$$

то (19) можно представить в виде (18) для момента времени $k+1$.

Рассмотрим преобразование, задаваемое (21) и (22), для простейшей системы

$$\tilde{y}_{k+1} = a_1 \tilde{y}_k + b_1 u_k,$$

где $a_1 = 0.8187, b_1 = 0.3625$. Это описание поведения системы с передаточной функцией $W(s) = 2/(5s+1)$ в дискретном времени с периодом дискретности $\Delta T = 1$. Для удобства графического представления результатов будем считать, что параметр b_1 известен, а для погрешности Δx_k оцениваемой величины, вектора $x_k = (\tilde{y}_k, a)^T$, известно множество ее возможных значений в виде эллипса $\Delta_k = \{\Delta x = B\varepsilon : \|\varepsilon\| \leq 1\}$ с центром в нуле, т.е. $\Delta x_k \in \Delta_k$. Здесь B — некоторая квадратная матрица, характеризующая эллипс Δ_k [23]. В этом случае для вектора Δx_k справедливо следующее представление

$$(23) \quad \Delta x_k = B\varepsilon, \quad \|\varepsilon\| \leq 1.$$

Пользуясь последним выражением и (22), построим множество возможных значений Δ_{k+1} для погрешности Δx_{k+1} . На рис. 1 приведены образы (сплошная толстая черная линия) эллипсоидов Δ_k различного размера при отображении (22). Исходный эллипс Δ_k изображен сплошной тонкой линией. Пунктирной линией изображен образ эллипса Δ_k при отображении (22) без нелинейного слагаемого.

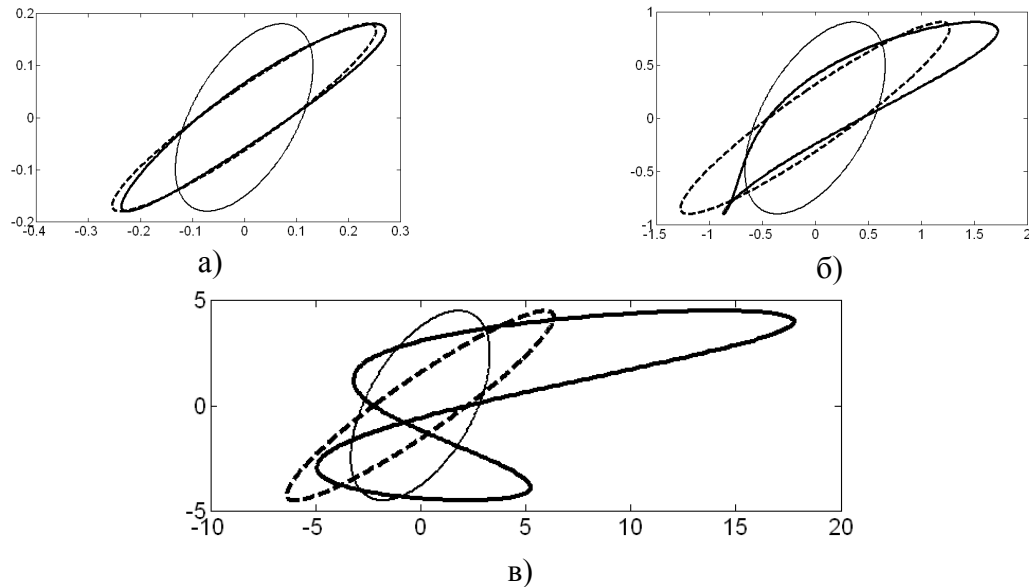


Рис. 1. Образы (сплошная толстая черная линия) эллипсоидов различного размера при отображении (22). Исходный эллипс изображен сплошной тонкой линией. Пунктирной линией изображен образ эллипса при отображении (22) без нелинейного слагаемого.

Глядя на эти рисунки можно отметить следующее. Результирующее множество Δ_{k+1} для погрешности Δx_{k+1} не является эллипсом, однако приближается к эллипсу по мере уменьшения размеров эллипса Δ_k . Этот вывод достаточно очевиден, т.к. уравнение для погрешности (22) не является линейным, а нелинейность имеет второй порядок малости. Проекции исходного множества Δ_k и результирующего множества Δ_{k+1} на ось параметра a (вертикальную ось) остаются неизменными. Это справедливо и для произвольного n -мерного случая и непосредственно следует из вида матриц в (20), а также является закономерным следствием предположения о постоянстве параметров динамической системы (смотри второе уравнение в (12)).

Как видно из рис. 1в, даже в простейшем одномерном случае ($n = 1$) множество Δ_{k+1} может иметь довольно сложную форму. Можно предположить, что в n -мерном случае это качество сохраниться. Построение оптимального покрывающего эллипсоида для множества Δ_{k+1} возможно, однако представляет собой самостоятельную непростую задачу математического программирования. Ознакомится с методом решения задач построения оптимальных аппроксимирующих эллипсоидов для множеств разной структуры можно в [24].

Мы при построении множества Δ_{k+1} откажемся от учета нелинейного слагаемого в (22). Аналогичный прием, как правило, без всякого анализа используется при построении стохастического фильтра Калмана [20-22]. Как будет показано в разделе численного моделирования, несмотря на отсутствие в алгоритме оценивания учета этой нели-

нейной добавки, предложенный в данной работе алгоритм оценивания оказался глобально сходящимся для ряда динамических систем, рассматриваемых при подготовке численного примера, и давал в результате несмещенные оценки, как для вектора состояния, так и для параметров.

Сформулируем предлагаемый в этой работе алгоритм одновременного оценивания параметров и состояний для динамической системы, описываемой уравнением (12) или (16) и (17). Пусть для момента времени k нам известна оценка для вектора x_k в виде эллипсоида

$$(24) \quad E_k = \{x : (x - \hat{x}_k)^T H_k^{-1} (x - \hat{x}_k) \leq 1\}.$$

Здесь \hat{x}_k – центр эллипсоида E_k рассматривается, как точечная оценка x_k , матрица $H_k = H_k^T > \Theta$ характеризует точность оценки. Предполагая, что вектор $x_k \in E_k$, с использованием уравнений (16) и (17) без учета нелинейного слагаемого получим, что

$$(25) \quad x_{k+1} \in \bar{E}_{k+1}.$$

Параметры эллипсоида \bar{E}_{k+1} определяются следующими выражениями

$$(26) \quad \bar{H}_{k+1} = A_k H_k A_k^T,$$

$$(27) \quad \bar{x}_{k+1} = A_k \hat{x}_k + B(\hat{x}_k) u_k.$$

С другой стороны, используя уравнение измерения (13) и ограничение на значение помехи (11), получаем

$$(28) \quad x_{k+1} \in \Pi_{k+1} = \{x : |y_{k+1} - C^T x| \leq 0\},$$

где $C = (1, 0, \dots, 0)^T \in R^{3n}$. Если оказалось, что $\text{int } \bar{E}_{k+1} \cap \Pi_{k+1} = \emptyset$ ($\text{int } \bar{E}_{k+1}$ — множество внутренних точек эллипсоида \bar{E}_{k+1}), то эллипсоид \bar{E}_{k+1} предлагается равномерно по всем направлениям расширять без изменения положения его центра до погружения в слой на всю его ширину. Для этого вместо выражения (26) надо взять следующее

$$(29) \quad \bar{H}_{k+1} = \alpha_k^2 A_k H_k A_k^T.$$

Здесь коэффициент α_k^2 определяется в силу вышесказанного из условия

$$\sqrt{\alpha_k^2 C^T A_k H_k A_k^T C} = |y_{k+1} - C^T \bar{x}_{k+1}| + c = |y_{k+1} - C^T [A_k \hat{x}_k + B(\hat{x}_k) u_k]| + c,$$

т.е. с помощью следующего выражения

$$(30) \quad \alpha_k^2 = \begin{cases} \frac{|y_{k+1} - C^T \bar{x}_{k+1}| + c}{\sqrt{C^T A_k H_k A_k^T C}}, & \text{если } \sqrt{C^T A_k H_k A_k^T C} \leq |y_{k+1} - C^T \bar{x}_{k+1}| - c; \\ 1, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

В результате этого расширения эллипсоид \bar{E}_{k+1} с матрицей, определяемой (29), и слой Π_{k+1} будет всегда иметь непустое пересечение и, следовательно, при выполнении (29) и (30) можно заключить, что

$$(31) \quad \bar{E}_{k+1} \cap \Pi_{k+1} \neq \emptyset.$$

Для замыкания описанной процедуры в качестве E_{k+1} берется эллипсоид минимального объема, содержащий множество $\bar{E}_{k+1} \cap \Pi_{k+1}$. Формулы связывающие параметры оптимального эллипсоида E_{k+1} с параметрами эллипсоида \bar{E}_{k+1} и слоя Π_{k+1} приведены в [5, 23–25].

Свойства предложенного алгоритма оценивания состояния и параметров динамической системы иллюстрируются с помощью численного примера в следующем разделе.

4. Численный пример

Применение алгоритма одновременного оценивания параметров и состояний линейной системы с одним входом и выходом рассматривалось для ряда различных динамических систем небольшой размерности. В качестве иллюстративного примера была выбрана динамическая система, которая представляла собой соединенные параллельно два колебательных звена с сильно отличающейся резонансной частотой. В терминах преобразования Лапласа входной и выходной переменных система имеет следующий вид

$$Y(s) = (W_1(s) + W_2(s))U(s)$$

где передаточные функции

$$W_1(s) = 2/(2s^2 + 0.5s + 1) \text{ и } W_2(s) = 1/(0.01s^2 + 0.01s + 1).$$

При этом результирующая передаточная функция системы

$$W(s) = W_1(s) + W_2(s) = \frac{404s^2 + 104s + 600}{4s^4 + 5s^3 + 403s^2 + 102s + 200}$$

На основе этой передаточной функции строилась соответствующая ей система дифференциальных уравнений. Переходный процесс системы изображен на рис. 4.

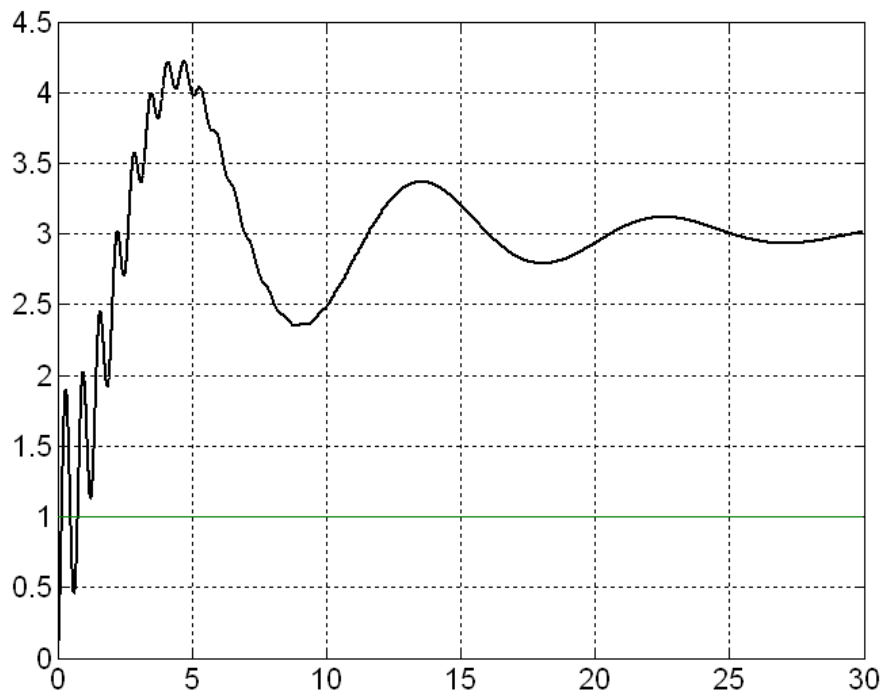


Рис. 2. Переходный процесс идентифицируемой системы.

Для получения выходного сигнала моделируемой системы на ее вход подавался периодический ступенчатый сигнал с периодом 18 сек и амплитудой равной 1 следующего вида $u(t) = 1 + \text{sign}(\cos(2\pi t/18))$. Система уравнений объекта в непрерывном времени интегрировалась численно с шагом по времени $\delta t = 0,01$ сек. Измеренное значение выходной переменной получалось путем прибавления к расчетному (истинному) выходу объекта равномерно-распределенного в интервале $[-c, c]$ белого шума интен-

сивности $c = 0,8$, что составляло примерно 10% от максимального значения измеряемого выходного сигнала. С учетом высокочастотных свойств второго колебательного звена интервал дискретности по времени был выбран $\Delta t = 0.1$ сек. Рассчитанные таким образом значение входной и выходной переменной записывались в файл. Это была исходная информация для работы алгоритма оценивания раздела 3. Длительность измерений равнялась 900 в дискретных тактах.

Параметры модели в дискретном времени, полученные в результате работы алгоритма раздела 3, приведены в Таблице 1.

Таблица 1. Оценки параметров и истинные значения параметров системы в дискретном времени.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$p_{i,900}$	3.0026	-3.9098	2.7822	-0.87941	0.43851	-0.4302	-0.4141	0.41898
$p_{i,*}$	3.0003	-3.9094	2.7873	-0.8825	0.44989	-0.4473	-0.41346	0.42383

Здесь $p_{i,*}$ ($i = \overline{1,8}$) – (истинные) параметры системы, полученные с использованием исходных дифференциальных уравнений системы, $p_{i,900}$ ($i = \overline{1,8}$) – параметры модели, полученные при оценивании на последнем 900-м такте. Как видно из этой таблицы, относительная точность оценивания параметров не превышает 3%.

На рис. 3 сплошной линией изображен фрагмент графика измеренного выходного сигнала системы. Оценка выхода, полученная с помощью эллипсоидального фильтра раздела 3, на этом рисунке изображена квадратами.

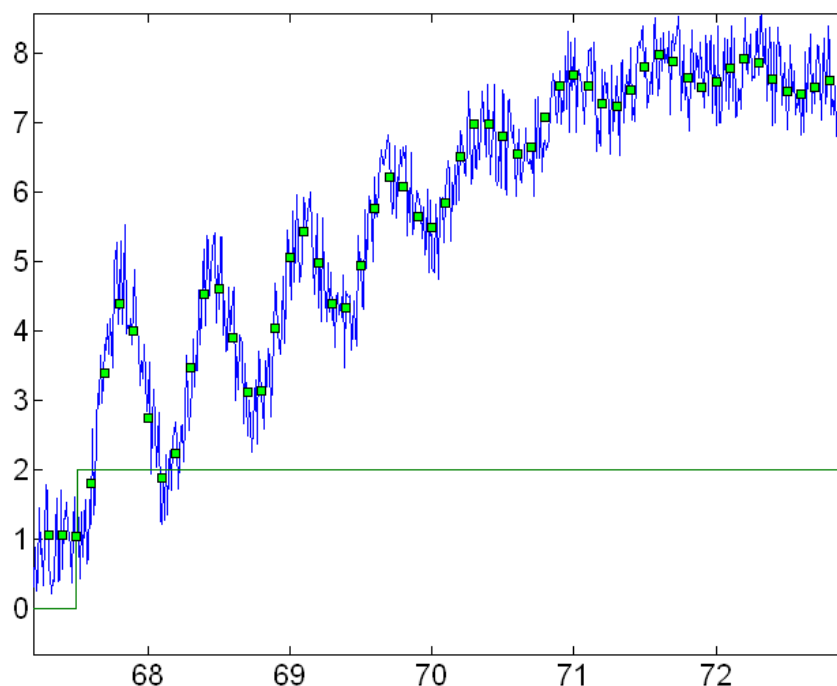


Рис. 3. Измеренное значение выхода системы (сплошная линия) и оценки выходной величины в дискретные моменты времени (квадраты).

На указанном на графике временном промежутке оценивание вектора состояния и параметров практически прекратилось. Видно, что значения выхода модели располо-

жены практически посередине между максимальным и минимальным значениями измеренного выходного сигнала.

5. Заключение

В данной работе модификация алгоритма оценивания с помощью эллипсоидов [17] применена для решения важной задачи теории оценивания. Численно продемонстрирована эффективность предложенных процедур одновременного оценивания вектора состояния и параметров в условиях полного отсутствия априорной информации об оцениваемых величинах. Результат оценивания в обоих примерах практически не зависел от исходной априорной информации, а именно от положения центра исходной эллипсоидальной оценки для оцениваемых величин.

Полученные при моделировании результаты позволяют надеяться на глобальную сходимость предложенных алгоритмов при решении рассмотренных задач. Вместе с тем необходимо провести теоретическое исследование свойства сходимости этих алгоритмов. Можно ожидать, что предложенные алгоритмы будут также работоспособны при дрейфе оцениваемых параметров, вызванных не учтенными в математической модели причинами. Это вполне закономерно, поскольку оценивание в рассматриваемых примерах фактически начиналось из произвольной точки, а это можно рассматривать, как скачок в оцениваемых параметрах.

Список литературы

1. Isermann R., Munchhof M. Identification of Dynamic Systems. Berlin: Springer-Verlag, 2011, 697 p.
2. Verhaegen M., Verdultichel V. Filtering and System Identification. A Least Squares Approach. Cambridge: Cambridge University Press, 2007, 405 p.
3. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968. 476 с.
4. Schweppe F.C. Uncertain dynamic systems. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1973. 563 p.
5. Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем: метод эллипсоидов. М.: Наука, 1988, 320 с.
6. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977. 392 с.
7. Костоусова Е.К., Куржанский А.Б. Гарантированные оценки точности вычислений в задачах управления и оценивания // Вычислительные технологии. 1997. Т. 2, № 1. С. 19-27.
8. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации. Киев: Наукова думка, 2006, 264 с.
9. Chisci L., Garulli A., Vicino A., Zappa G. Block recursive parallelotopic bounding in set membership identification // Automatica. 1998. Vol. 34. P. 15-22.
10. Костоусова Е.К. Внешнее и внутреннее оценивание областей достижимости при помощи параллелотопов // Вычислительные технологии. 1998. Т. 3, № 2. С. 11-20.
11. Бакан Г. М. Оптимизация алгоритмов гарантированного оценивания состояний динамических систем // Автоматика и телемеханика. 2000. № 10. С. 27-36.
12. Бакан Г.М., Куссуль Н.Н. Теоретико-множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств // Автоматика. 1990. № 3. С. 29-40.
13. Куссуль Н.Н., Шелестов А.Ю. Оценивание фазового состояния линейных многомерных динамических объектов с использованием эллипсоидальных множеств // Проблемы управления и информатики. 1995. № 1. С. 53-62.
14. Бакан Г.М., Сальникова Н. Г. Размытые эллипсоидальные оценки в алгоритмах оценивания с неполным шагом // Проблемы управления и информатики. 1994. № 5-6. С. 30-41.
15. Волосов В.В., Тютюнник Л.И. Разработка и исследование робастных алгоритмов гарантированного эллипсоидального оценивания состояния многомерных линейных дискретных динамических систем. Часть I // Проблемы управления и информатики. 1997. № 4. С. 31-43.

16. Волосов В.В., Тютюнник Л.И. Разработка и исследование робастных алгоритмов гарантированного эллипсоидального оценивания состояния многомерных линейных дискретных динамических систем. Часть II // Проблемы управления и информатики. 1997. № 6. С. 52-65.
17. Сальников Н.Н. Об одной модификации алгоритма оценивания параметров линейной регрессии с помощью эллипсоидов // Проблемы управления и информатики. 2012. № 2. С. 65-81.
18. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1981, 448 с.
19. Ljung L. Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems // IEEE Trans. on Automat. Control. 1979. Vol. 24, No. 1. P. 36-50.
20. Song Y., Grizzle J.W. The extended Kalman filter as a local asymptotic observer for discrete-time nonlinear systems // Journal of Mathematical Systems, Estimation, and Control. 1995. Vol. 5, No. 1. P. 59-78.
21. Boutayeb M., Rafaralahy H., Darouach M. Convergence analysis of the extended Kalman filter used as an observer for nonlinear deterministic discrete-time systems // IEEE Trans. on Automat. Control. 1997. Vol. 42, No. 4. P. 581-586.
22. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем. М.: Наука, 1985. 296 с.
23. Шор Н.З., Гершович В.И. Об одном семействе алгоритмов для решения задач выпуклого программирования // Кибернетика. 1979. № 4. С. 62-67.
24. Волосов В.В. К построению параметрических семейств эллипсоидальных оценок и их оптимизации в задачах нестохастической идентификации параметров и состояния многомерных дискретных объектов управления // Проблемы управления и информатики. 1996. № 4. С. 37-53.
25. Волосов В.В. Об одном способе построения эллипсоидальных оценок в задачах нестохастической фильтрации и идентификации параметров управляемых систем // Автоматика. 1991. № 3. С. 24-32.