23. Современные подходы к оцениванию состояния динамических систем

Рассмотрим дискретный случай. Динамическая система представляет собой математический объект, задаваемый уравнением системы (1) и уравнением наблюдения (2).

$$\mathbf{x}(k+1)=\mathbf{F}\,\mathbf{x}(k)+\mathbf{B}\,\mathbf{u}(k)+\mathbf{w}(k) \quad , \tag{1}$$

$$\mathbf{y}(k)=\mathbf{H}\,\mathbf{x}(k)+\mathbf{n}(k) \quad , \tag{2}$$

где $\mathbf{x}(k)$ – состояние системы на k-ом шаге, которое в общем случае представляет собой вектор параметров;
$\mathbf{u}(k)$ – управляющее воздействие, так же являющееся вектором;
$\mathbf{y}(k)$ – выход системы или т. н. наблюдение, в общем случае векторная величина, отражающая параметры системы, которые мы наблюдаем и по которым можем косвенно делать выводы о состоянии системы;
F – оператор, воздействующий на состояние системы при дискретном переходе с шага k на шаг $k+1$, описывающий изменение состояния системы во времени
B – оператор, описывающий влияние управляющего воздействия на состояние системы
H – оператор, описывающий связь между наблюдаемыми параметрами и состоянием системы;
$\mathbf{w}(k)$ – шум системы; $\mathbf{n}(k)$ – шум наблюдения.

Подходы к оцениванию состояния динамических систем

Метод	Краткое описание	Преимущества/недостатки
1. Рекуррентный метод наименьших квадратов	Используется минимизация суммы квадратов разностей между измеренными значениями параметров и их априорной оценкой	Удовлетворительные результаты только в случае высокой степени соответствия между моделью и данными
2. Авторегрессионные модели	Модели временных рядов, в которых каждый последующий член линейно выражается через предыдущий.	Применяется в случае линейных моделей и на этапе постобработки (как правило). Шум должен быть белым и распределенным по Гауссу
3. Рекуррентные алгоритмы оценивания параметров		
а) Линейный фильтр Калмана (Linear Kalman Filter) и оптимальный Байесовский фильтр (Optimal Bayesian estimator) б) Для непрерывного случая т. н. фильтр Калмана-Бьюси	Линейный фильтр Калмана работает в 2 этапа: предсказание и коррекция. На первом этапе в соответствии с моделью эволюции осуществляется экстраполяция вектора параметров, а на втором уточнение с соответствии с поступившим наблюдением. Байесовский фильтр основан оценке плотности вероятности распределения параметров при известных моделях эволюции и	В общем случае **F**, **B** и **H** представляют собой нелинейные операторы, вследствие чего оптимальные подходы к оцениванию состояния, такие как ЛФК не могут использоваться. Шум должен быть белым и распределенным по Гауссу

	наблюдения. Он сводится к линейному фильтру Калмана в случае линейных систем.	
б) Расширенный фильтр Калмана (Extended Kalman Filter) и оптимальный нелинейный марковский фильтрация (Optimal nonlinear Marov filter)	Основано на аппроксимации нелинейных операторов пр помощи рядов Тейлора	Требует расчета производных нелинейных уравнений системы Шум должен быть белым и распределенным по Гауссу
в) Сигма-точечный фильтр Калмана (Unscented Kalman filter)	Основано на сигма-точечном преобразовании	Качество оценок чуть лучше или чуть хуже, чем для EKF в зависимости от модели. Требует реализацию разложения Холецкого (корень из матрицы). Работает немного медленнее
г) Последовательный метод Монте-Карло (Particle filter, Sequential Monte Carlo method)	Оснаван на численном моделировании плотности вероятности распределения параметров	Оценки как правило более точные, но требует значительных вычислительных ресурсов для численного моделирования плотностей вероятностей