Лабораторная работа №3. Моделирование непрерывных случайных величин.
(Срок сдачи до 09.11.2023)

Основные задания (4 балла)

1) Осуществить моделирование n = 10000 реализаций случайной величины из нормального закона распределения $N(m, s^2)$ с заданными параметрами. Для моделирования воспользоваться алгоритмом, основанным на ЦПТ; (в качестве количества используемых слагаемых можно взять N = 48, или 192, но должна быть возможность быстро изменить данный параметр). Вычислить несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии, сравнить их с истинными значениями.
Вариант:

1) $m = 0$, $s^2 = 9$;	2) $m = -3$, $s^2 = 16$;	3) $m = 4$, $s^2 = 25$;	4) $m = 0$, $s^2 = 1$;
5) $m = -4$, $s^2 = 4$;	6) $m = 5$, $s^2 = 9$;	7) $m = 0$, $s^2 = 16$;	8) $m = -5$, $s^2 = 25$;
9) $m = 0$, $s^2 = 64$;	10) $m = 1$, $s^2 = 9$;	11) $m = 0$, $s^2 = 1$;	12) $m = -1$, $s^2 = 4$;
13) $m = 2$, $s^2 = 16$;	14) $m = 0$, $s^2 = 25$;	15) $m = -2$, $s^2 = 1$;	16) $m = 3$, $s^2 = 4$.

2) Смоделировать n = 10000 случайных величин из заданных абсолютно непрерывных распределений. Вычислить несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии, сравнить их с истинными значениями (если это возможно). Если математического ожидания не существует, то вычислить выборочное значение медианы и сравнить его с теоретическим.

Вариант:
1) χ^2-распределение с m степенями свободы (χ^2_m), m = 4. Лапласа $L(a)$, a = 2.
2) *Логнормальное $LN(m, s^2)$, m = 0, s^2 = 4, Коши $C(a,b)$, a = 1, b = 2.
3) Экспоненциальное $E(a)$, a = 0.5, Вейбулла $W(a,b)$, a = 4, b = 0.5.
4) Логистическое $LG(a,b)$, a = 2, b = 3; Фишера с l и m степенями свободы ($F_{m,l}$) l = 5, m = 3.
5) Экспоненциальное $E(a)$, a = 0.5, Логистическое $LG(a,b)$, a = 0, b = 1.5.
6) Коши $C(a,b)$, a = -1, b = 3; Стьюдента с m степенями свободы (t_m), m = 6.
7) *Логнормальное $LN(m, s^2)$, m = 2, s^2 = 16; Логистическое $LG(a,b)$, a = 1, b = 1.
8) Лапласа $L(a)$, a = 1; Экспоненциальное $E(a)$, a = 4.
9) χ^2-распределение с m степенями свободы (χ^2_m), m = 4; Лапласа $L(a)$, a = 2.
10) *Логнормальное $LN(m, s^2)$, m = 1, s^2 = 9.Экспоненциальное $E(a)$, a = 2.
11) Лапласа $L(a)$, a = 0.5; Вейбулла $W(a,b)$, a = 1, b = 0.5.
12) Коши $C(a,b)$, a = -1, b = 1, Логистическое $LG(a,b)$, a = 2, b = 3.
13) *Логнормальное $LN(m, s^2)$, m = -1, s^2 = 4; Лапласа $L(a)$, a = 1.5.
14) Экспоненциальное $E(a)$, a = 0.25, Коши $C(a,b)$, a = 1, b = 2.
15) Вейбулла $W(a,b)$, a = 0.5, b = 1; Логистическое $LG(a,b)$, a = -1, b = 2.
16) χ^2-распределение с m степенями свободы (χ^2_m), m = 4; Фишера с l и m степенями свободы ($F_{m,l}$) l = 5, m = 3.

*) в литературе Лобач В.И. [и др] «Имитационное и статистическое моделирование» приведено не общепринятое описание логнормального распределения. Для его моделирования можно воспользоваться статьей в википедии: http://ru.wikipedia.org/wiki/Логнормальное_распределение.
**) в распределении Вейбулла a – это параметр λ, b – параметр c из учебника. если берете распределение Вейбулла из википедии, то $k = c$, λ (википедия) = $1/\lambda^c$ (из учебника).

Дополнительные задания

1) (1 балл) Смоделировать n = 10000 случайных величин из смеси двух распределений. Распределения взять из своего варианта задания 2, π – вероятность выбора элемента из первого распределения. **Важно:** В случае если у одного из распределений из вашего варианта математическое ожидание или дисперсия не существует, то заменить его на нормальное распределение из своего варианта задания 1.

2) (2 балла) Вычислить несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии, сравнить их с истинными значениями (найти в литературе (интернете) или вывести самостоятельно формулы для нахождения математического ожидания и дисперсии смеси распределений).

Вариант:

1) $\pi = 0.3$;	2) $\pi = 0.4$;	3) $\pi = 0.5$;	4) $\pi = 0.6$;
5) $\pi = 0.7$;	6) $\pi = 0.8$;	7) $\pi = 0.7$;	8) $\pi = 0.6$;
9) $\pi = 0.5$;	10) $\pi = 0.4$;	11) $\pi = 0.3$;	12) $\pi = 0.2$;
13) $\pi = 0.1$;	14) $\pi = 0.2$;	15) $\pi = 0.8$;	16) $\pi = 0.9$.

3) (1 балл) Осуществить моделирование $n = 10000$ реализаций случайной величины из стандартного нормального закона распределения $N(0, 1)$, используя преобразование Бокса — Мюллера http://ru.wikipedia.org/wiki/Преобразование_Бокса_—_Мюллера (в источнике Лобач В.И. [и др] такой метод моделирования называется: моделирование, «используя функциональное преобразование»).

4) (**1 балл**) для смоделированной в бонусном пункте **3** выборки оценить коэффициент корреляции между элементами, стоящими на четных позициях, и элементах, стоящих на нечетных позициях.

5) (1 балл) Для сгенерированных в основном задании выборок из заданных распределений построить гистограммы, сравнить с теоретическими плотностями распределения вероятностей.

6) (1 балл за критерий) Реализовать критерий а) хи-квадрат критерий Пирсона; б) Смирнова-Крамера-Мизеса; в) Колмогорова; г) любой другой тест согласия для проверки статистических гипотез о принадлежности сгенерированных выборок соответсвующим распределениям.

7) (1 балл, +2 за каждый дополнительный способ) Смоделировать $n = 10000$ случайных величин из усеченного распределения из своего варианта с уровнями усечения a и b (a – снизу, b - сверху). Вычислить несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии (См., например, Robert C. P. Simulation of truncated normal variables [Статья]).