

#### Question 14

On souhaite savoir si le problème HALTING-CELLULAR-AUTOMATON est décidable ou non.

Supposons que ce problème est décidable par une MT (Machine de Turing) notée  $M_{HCA}$ , d'entrée  $(\langle A \rangle, s, w)$ .

Soit  $M_{HALT}$  une MT qui décide  $HALT = \{ \langle w, \langle M \rangle \rangle \mid M \text{ s'arrête sur } w \}$

- Sur une entrée  $(\langle M, x \rangle)$
- Nous avons vu dans la question précédente qu'il était possible de construire un automate cellulaire à partir du code d'une MT. Donc on construit un automate cellulaire  $A_n$  qui simule  $M$  sur  $w$ .
- Soit  $s$  ~~un état spécial~~ <sup>un état spécial</sup> un état qui n'apparaît que si  $M$  s'arrête.
- On fait tourner, avec une nouvelle entrée  $(\langle A_n, w, s \rangle)$ , la machine  $H_A$ .
- Si  $H_A$  accepte, alors  $M$  s'arrête sur  $w$ .  
Sinon ~~il~~,  $M$  boucle à l'infini.

On vient donc de construire une MT qui décide HALT.  
Or, on sait que le problème HALT est indécidable.  
Donc  $M_{HALT}$  ne peut pas exister.

Donc le problème HALTING-CELLULAR-AUTOMATON est indécidable.