```
> restart:
```

Aufgabe 1

Ungleichung mit komplexen Zahlen, Ellipsengleichung

Für welche komplexen Zahlen $z \in \mathbb{C}$ ist die folgende Ungleichung erfüllt?

```
> abs(z-1)<abs(5/2*z-conjugate(z)-I);
```

$$|z-1| < \left|\frac{5\,z}{2} - \bar{z} - \mathrm{I}\right| \quad (1)$$

a) Formulieren Sie die Ungleichung in der Form $f(x,y) > 0$. Die Argumente der Funktion f seien hierbei der Realteil x und der Imaginärteil y der komplexen Zahl $z = x + I\,y$.

Hinweis: Nutzen Sie evalc für die Auswertung symbolischer Ausdrücke mit komplexen Zahlen und map für Äquivalenzumformungen, z.B. `map(t->t^2,Ungleichung)`. Linke und rechte Seite einer Gleichung bzw. Ungleichung erhalten Sie mit lhs bzw. rhs.

```
> z:=x+I*y;
  f(z):=evalc(abs(z-1)<abs(5/2*z-conjugate(z)-I));
  f(x,y):=rhs(map(t->t-lhs(f(z)), f(z)));
  f(x,y)>0;
```

$$z := x + \mathrm{I}\,y$$

$$f(x+\mathrm{I}\,y) := \sqrt{y^2 + (x-1)^2} < \frac{\sqrt{9\,x^2 + 49\,y^2 - 28\,y + 4}}{2}$$

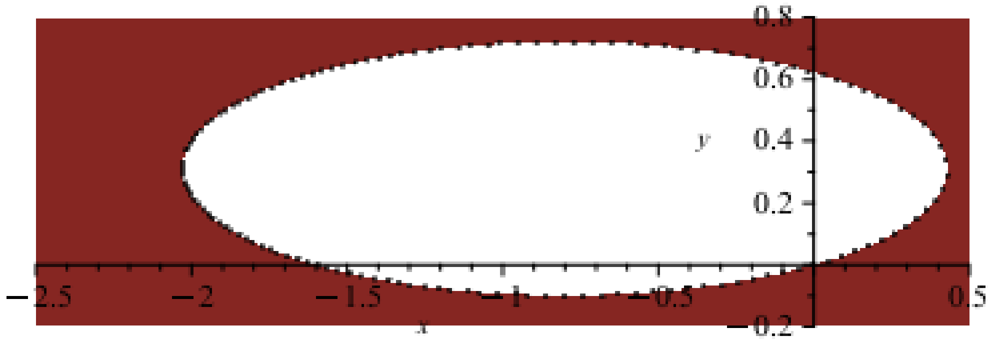
$$f(x,y) := \frac{\sqrt{9\,x^2 + 49\,y^2 - 28\,y + 4}}{2} - \sqrt{y^2 + (x-1)^2}$$

$$0 < \frac{\sqrt{9\,x^2 + 49\,y^2 - 28\,y + 4}}{2} - \sqrt{y^2 + (x-1)^2} \quad (2)$$

b) Zeichnen Sie die nichtlineare Ungleichung $f(x,y) > 0$.

Hinweis: Nutzen Sie die Funktion implicitplot aus dem Paket plots und färben Sie die Fläche mit $f(x,y) > 0$ ein (Option `filled=true, grid=[1000,1000]`).

```
> with(plots, implicitplot):
  implicitplot(f(x,y)>0, filled=true, grid=[1000,1000], scaling=
  constrained);
```



c) Beschreiben Sie verbal die Lösung der Ungleichung mit Hilfe der Ellipsengleichung $f(x, y) = 0$.

> Die Randpunkte erfüllen die Lösung der Ungleichung und bilden daher eine Ellipse.

```
Error, missing operator or `;`
```

d) Ermitteln Sie die Mittelpunktsform der Ellipsengleichung algebraisch durch quadratische Ergänzung der Polynomfunktion zweiten Grades $f(x, y)$.

Hinweis: Verwenden Sie CompleteSquare aus dem Paket Student[Precalculus].

```
> with(Student[Precalculus]):
  CompleteSquare(f(x,y), x, y);
```

$$\frac{\sqrt{49\left(y-\frac{2}{7}\right)^2+9x^2}}{2}-\sqrt{y^2+(x-1)^2} \qquad \textbf{(3)}$$

>