

Statisk magnetfelt

Halvor Melkild, Svein Åmdal
Institutt for fysikk

Sammendrag

I en serie forsøk ble magnetfeltet langs sentralaksen til ulike sylinder-symmetriske lederkonstellasjoner målt med en Hallprobe. De målte verdiene ble sammenlignet med verdier som ble beregnet med Biot-Savarts lov, og etter å ha justert for systematiske feil, stemte de målte og beregnede verdiene overens innenfor standard usikkerhetsmargin.

1. Innledning

Rapportens hensikt er å dokumentere gjennomføring av eksperimenter som skulle styrke Biot-Savarts lov. Loven er basert på målinger først utført av J.B. Biot og F. Savart i 1820 [1], og beskriver det magnetiske feltet som en strømførende leder omgir seg med. Fra dette avledes uttrykk for B -feltet rundt spesifikke konstellasjoner av ledere. Forsøket skal etterprøve disse målingene for en kort lederspole, en Helmholtzspole og en solenoid.

2. Teori

En strømførende leder omgir seg med et magnetisk felt. For en rett leder vil feltet omkring lederen være tangentielt til en sirkel rundt lederens akse, og avta ved økende sirkelradius. Empirisk sammenfattet Biot og Savart et uttrykk for magnetfeltbidraget $d\vec{B}$ en avstand \vec{r} fra et lederelement $d\vec{s}$, gitt ved

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}, \quad (1)$$

der I er strømstyrken, og $\hat{r} = \vec{r}/r$ er enhetsvektor i \vec{r} -retning. De resterende størrelsene er konstanter. Hvis alle bidrag summeres opp i et punkt langs sentralaksen til en ledende spole, vil symmetrien føre til at dette helhetlige uttrykket for B virker i x -retning for en x langs nevnte sentralakse. Utføres integralet får en at B en avstand x unna spolens sentrum er gitt ved

$$B(x) = \frac{N\mu_0 I}{2R} \left(1 + \frac{x^2}{R^2}\right)^{-\frac{3}{2}}, \quad (2)$$

der N er antallet viklinger i spolen, R er spolens midlere radius. I uttrykket antas det at spolen selv har neglisjerbar utstrekning i x -retning.

En Helmholtzspole består av to slike spoler koblet i serie. Likning (2) gir uttrykket for én slik spole, og ved superposisjonsprinsippet finner man at B en avstand x fra spolens felles sentrum er

$$B(x) = \frac{N\mu_0 I}{2R} \left[\left(1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2}{R^2}\right)^{-\frac{3}{2}} + \left(1 + \frac{(x + \frac{a}{2})^2}{R^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \right], \quad (3)$$

der a er spolens innbyrdes avstand.

Hvis man heller ser på én lang spole, en såkalt solenoid kan B langs x -aksen uttrykkes

$$B(x) = \frac{N\mu_0 I}{2l} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} + \frac{l - x}{\sqrt{(l - x)^2 + R^2}} \right), \quad (4)$$

for en avstand x langs sentralaksen unna soleniodens ene endepunkt. Solenoiden har radius R og lengde l .

3. Metode og apparatur

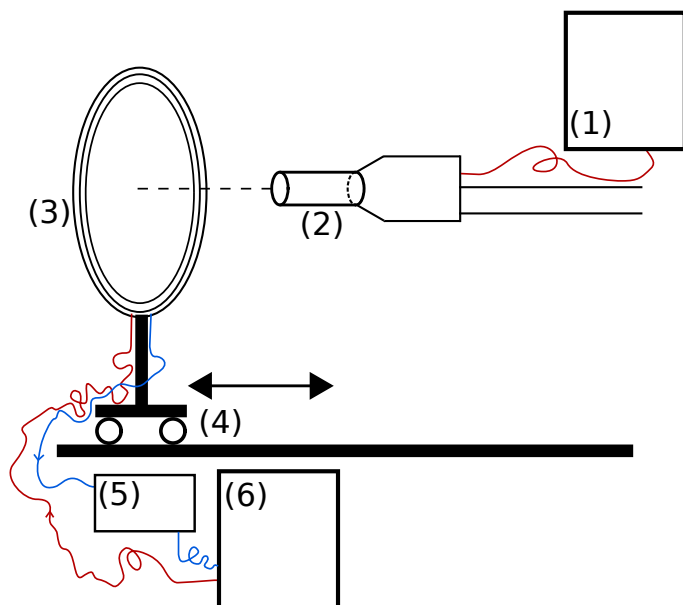
Utstyr:

- Gaussmeter: Magnetic instruments RFL Mod. 912.
- Hallprobe: Magnetic Instruments 912/200R aksial.
- Nullfeltkammer: Magnetic instruments.
- Korte spoler: 330 viklinger. Indre diameter: 126 mm, ytre diameter: 154 mm.
- 4 • Solenoide: 368 viklinger, lengde: 396 mm, indre diameter: 100 mm.
- Multimeter: Escort Mod. EDM 168A.
- Kraftforsyning: Mascot Type 719.

Fremgangsmetode:

Gaussmeterets voltmeter ble kalibrert mot den spesifikke Hallprobens Hallkonstant. Proben ble så nullstilt i et nullfeltkammer, for å deretter flyttes rundt i ulike posisjoner for å anslå en verdi av ytre magnetfelt.

Den lederen som testes plasseres på en vogn som kan flyttes langs en bane, og kobles opp til konstant strøm lik 1,0 A. Hallproben er plassert langs lederspøls sentralakse, slik at den detekterer B -felt langs denne aksens. Dermed



Figur 1: Forsøksoppsettet for kort spole. (1): Gaussmeter. (2): Hallprobe. (3): Lederkonstellasjon. (4): Vogn og bane. (5): Amperemeter. (6): Strømforsyning.

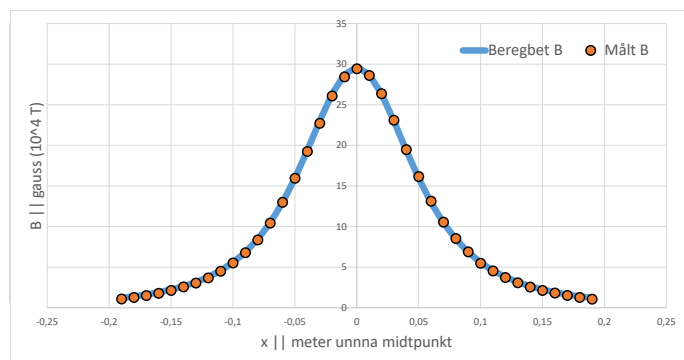
vil en endring i vognens posisjon tilsvare en endring i Hallprobens posisjon langs lederens sentralakse. Hallproben er også koblet til et gaussmeter. Ref. figur 1.

Målinger av B -feltet induisert av spolen foretas ved ulike diskrete posisjoner indikert av en målestav på banen.

4. Resultat og diskusjon

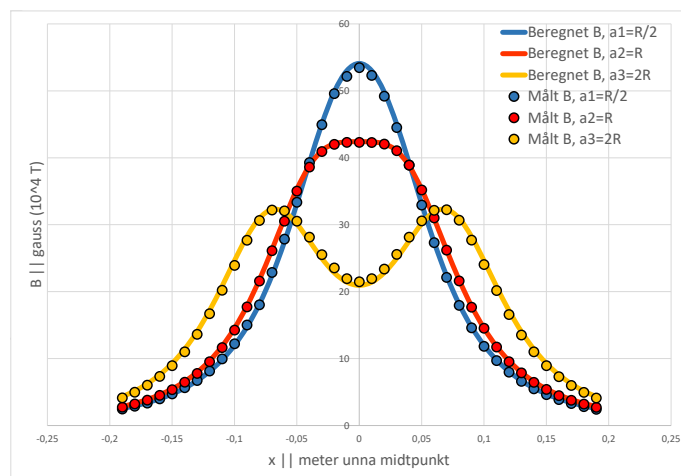
4.1. Presentasjon av resultater

De målte verdiene for enkeltspolen, Helmholtzspolen og solenoiden er plottet sammen med de teoretiske verdiene (se seksjon 2) i henholdsvis figur 2, 3 og 4.

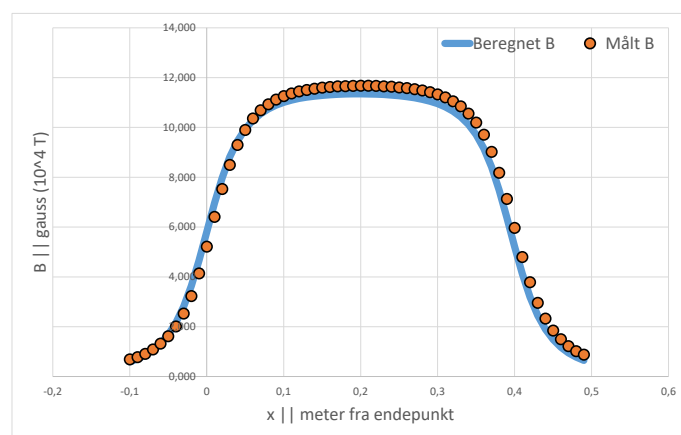


Figur 2: Beregnede og målte B som funksjoner av avstanden x unna den korte spolens sentrum.

Som resultatene viser, spesielt tydeliggjort i solenoidforsøket, er det trolig at noen systematiske feil har påvirket måleverdien. Grafene for avviket fra teoretisk verdi tyder også på dette, ved at de fleste tydeligvis følger en funksjon



Figur 3: Beregnede og målte B som funksjoner av avstanden x unna Helmholtzspolens sentrum.



Figur 4: Beregnede og målte B som funksjoner av avstanden x unna solenoidens ene endekant. x -verdier mellom 0 og 0,42 er inni solenoiden, mens de resterende er på utsiden.

av x . Dette vises i figur 5 til 9. Vi har derfor justert enkelte variabler som antas å ha vært kilde for en systematisk feil i avviket. I beregningene er f.eks. avstanden mellom spole- ne i Helmholtzspolen avhengig av radiusen deres. Dette er vanskelig å få til presist i virkeligheten. De variablene som er like i flere forsøksoppsett har i alle tilfeller blitt justert like mye. I figur 5 til 9 vises det totale avviket, før og etter justeringen.

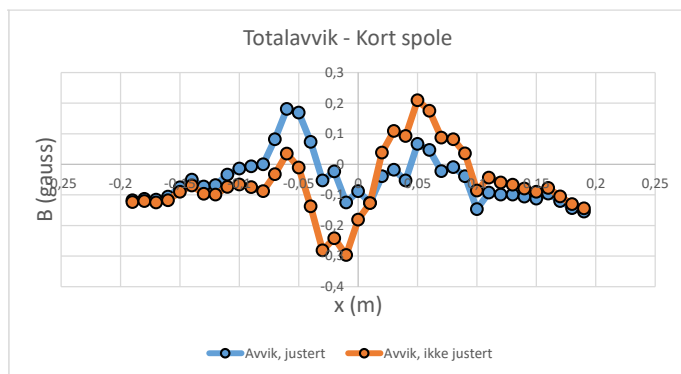
For å regne ut usikkerheten med Gauss' feilforplantningslov har vi benyttet verdiene for tilfeldig usikkerhet som er oppgitt i tabell 2.

4.2. Diskusjon

Det er svært sannsynlig at de systematiske feilene kan justeres slik de ble over, og at dette gir et mer korrekt bilde av virkeligheten. Feilene kan ha oppstått grunnet usikkerhet i produksjon og måling av en konstant strømstyrke, en usikkerhet i radien R til spolen. Det er derimot mest sannsynlig at feilmålinger av a og x gav opphav til den største

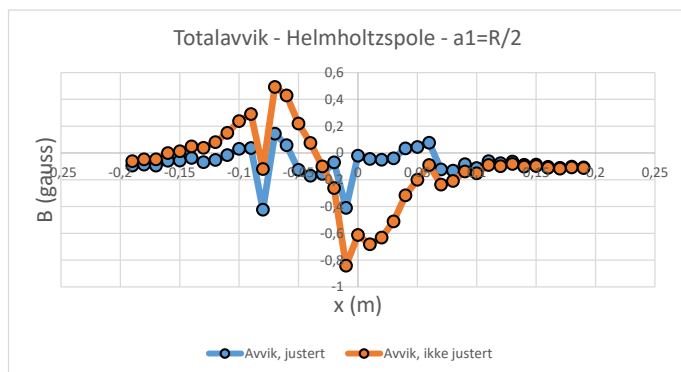
Tabell 1: Justeringene som ble gjort for å redusere de systematiske feilene. R og I er den samme for både den korte spolen og Helmholtzspolene.

Størrelse	Justering
x , kort spole	$-5 \cdot 10^{-4} \text{m}$
x , Helmholtz, $a = R/2$	$5 \cdot 10^{-4} \text{m}$
x , Helmholtz, $a = R$	$-1,5 \cdot 10^{-4} \text{m}$
x , Helmholtz, $a = 2R$	0
x , solenoide	$-7 \cdot 10^{-3} \text{m}$
R , kort spole	$1,3 \cdot 10^{-4} \text{m}$
R , solenoide	$5 \cdot 10^{-4} \text{m}$
a , Helmholtz, $a = R/2$	$1,6 \cdot 10^{-3} \text{m}$
a , Helmholtz, $a = R$	$-3,7 \cdot 10^{-4} \text{m}$
a , Helmholtz, $a = 2R$	$-2,7 \cdot 10^{-3} \text{m}$
I , kort spole	$-1,2 \cdot 10^{-3} \text{A}$
I , solenoide	$1 \cdot 10^{-2} \text{A}$
l , solenoide	$-2,7 \cdot 10^{-3} \text{m}$

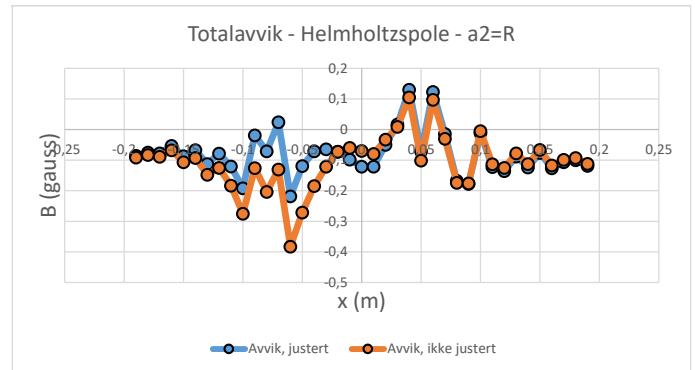


Figur 5: Totalavviket for den korte spolen.

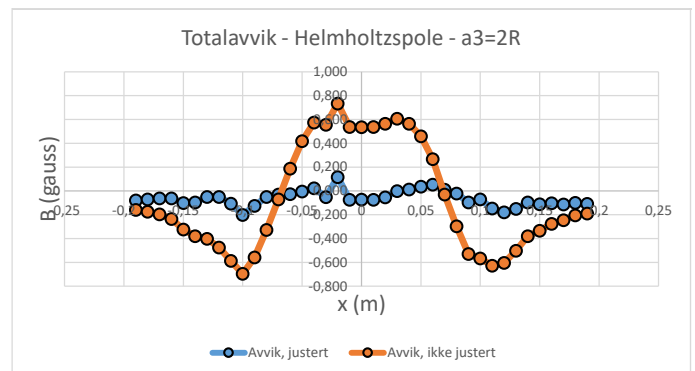
feilen. Selv etter justeringen er likevel ikke totalavviket lik null. Også de andre størrelsene har små usikkerheter knyttet til seg, og dessuten stammer noe av feilen fra ujevnheter i oppsettet som de respektive uttrykkene for B ikke tar hensyn til, som for eksempel at Hallproben er plassert nøyaktig på og parallellt med spolenes sentralakser, og at stativet vinglet noe. Dette gir utslag i tilfeldige feil. Pro-



Figur 6: Totalavviket for Helmholtzspolen med $a_1 = R/2$.



Figur 7: Totalavviket for Helmholtzspolen med $a_2 = R$.



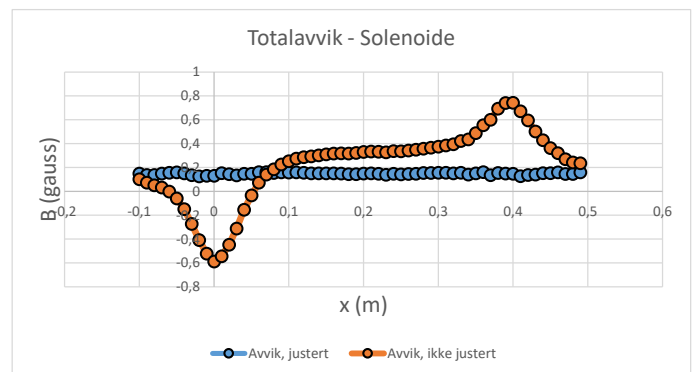
Figur 8: Totalavviket for Helmholtzspolen med $a_3 = R$.

ben ble forsøkt plassert i i sentrum av hver leder, men kun målt med øyemål. Dette kan også ha ført til uforutsette, tilfeldige feil.

Med de foretatte justeringene vises i figurene 10, 11, 12, 13 og 14 at justeringene er innenfor grensen for avviket bestemt av Gauss' feilforplantningslov.

I de tilfellene der de justerte avvikene er utenfor avviksgrensen (se spesielt endepunktene i 10), var den totale differansen mellom beregnet B og målt, ujustert B liten, så justeringen av variable er en dårligere tilpasning her.

Noen av de andre feilene som kan ha ført til små avvik inkluderer blant annet Magnetiske strøfelt. Påvirkningen



Figur 9: Totalavviket for solenoiden.

Tabell 2: Viser verdiene som ble antatt for den tilfeldige usikkerheten i ulike størrelser.

Størrelse	Verdi
Δx	$3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
ΔR	$1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
Δl	$1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
Δa	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

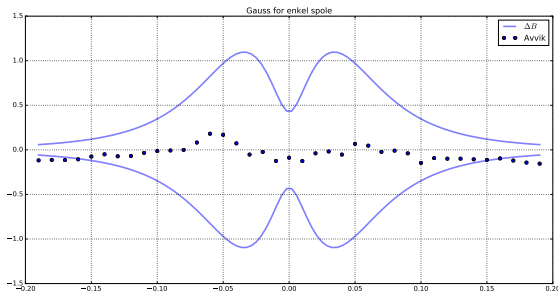


Figure 10: Justerte verdier og avviksgrenser for den korte spolen.

fra jordmagnetismen ble målt innledningsvis, men hadde liten påvirkning. Feilen som følge av dette er også vanskelig å vurdere analytisk. Dårlig kalibrering av Hallprobens gaussmeter kan også ha hatt innvirkning, spesielt om kalibreringen ble dårligere etter hvert som tiden gikk. Dette skal ha hatt relativt lav innvirkning. Det øvrige utstyrets nøyaktighetsbegrensning bør også ha hatt liten betydning.

5. Konklusjon

Målingene samsvarer godt med de verdiene som ble beregnet ut i fra Biot-Savarts lov når målingene ble justert for systematiske feil. Målingene bekrefter dermed nok en gang at Biot-Savarts lov beskriver magnetfeltet rundt en strømførende leder på en svært god måte.

Den viktigste feilkilden i forsøket er justeringen som måtte foretas i x , da denne var ulik for hvert forsøk.

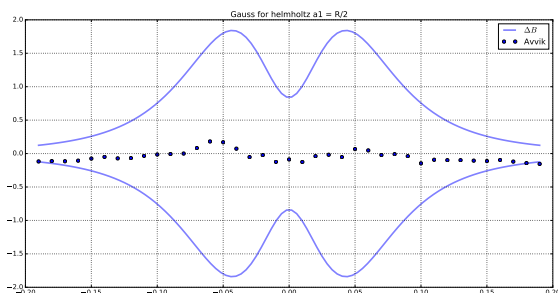


Figure 11: Justerte verdier og avviksgrenser for Helmholtzspolen med $a_1 = R/2$

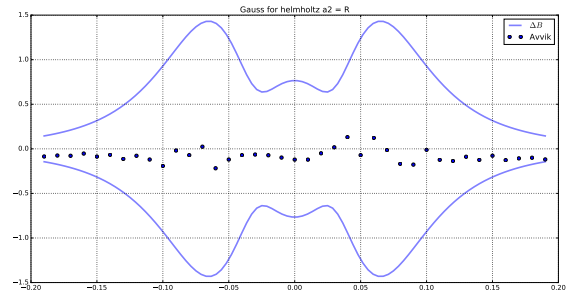


Figure 12: Justerte verdier og avviksgrenser for Helmholtzspolen med $a_2 = R$.

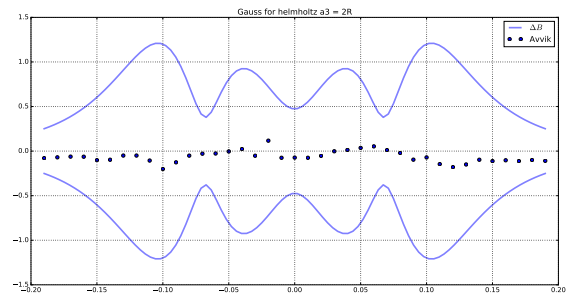


Figure 13: Justerte verdier og avviksgrenser for Helmholtzspolen med $a_3 = 2R$.

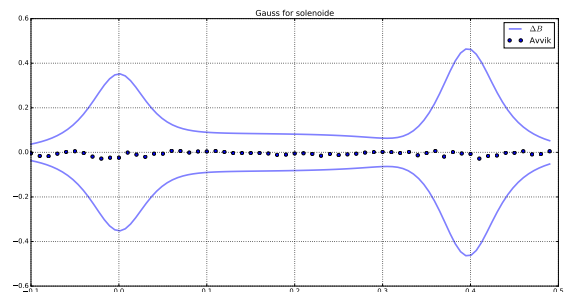


Figure 14: Justerte verdier og avviksgrenser for solenoiden.

- [1] Biot-Savarts Lov. (2009, 14. februar). I Store norske leksikon. Hentet 21. februar 2017 fra https://snl.no/Biot%E2%80%93Savarts_lov.