



# Simulering av varme- og vannkonsentrasjon for ulike tilberedninger av biff

Mina Bratvold, Sverre Lien, Julius Lindi, Erik Liu, Vemund Tjessem og Svein Åmdal

## Sammendrag

Simuleringer av koblet varme- og massetransport for ulike tilberedningsmetoder av biff ble utført med egen implementasjon av *Finite Difference Methods*. Målet var å simulere temperatur- og fuktfordelinger i en biff ved ulike tilberedningsmetoder. Den generelle trenden til resultatene stemte overens med det en skulle forvente, men det var litt avvik. Disse avvikene kan komme fra numeriske feil og usikkerheter i de termiske egenskapene til biffen.

## Introduksjon

Biffsteking er et tilfelle der koblingen mellom varmespredning og fuktighet er relevant. Et mer bærekraftig tilfelle er f.eks. varmeisolasjon til bygg, som kan modelleres på lignende måte. I tillegg til at de er avhengige av hverandre, vil varme- og fuktutviklingen i en biff også variere ut i fra hvilken tilberedningsmetode som anvendes. Grunnmodellen vi har brukt til å simulere de ulike tilberedningsmetodene av biff er gitt i likningene under. Her vil vi gi et eksempel på bruk av programmet ved å simulere steking av biff i varmluftsovn, og i vannbad (såkalt *sous-vide*).

### Modell

#### ► Varmeligningen:

$$\rho_m c_{pm} \frac{\partial T}{\partial t} = k_m \nabla^2 T - \rho_w c_{pw} \mathbf{u}_w \cdot \nabla T$$

#### ► Fuktlikningen:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C - \mathbf{u}_w \cdot \nabla C$$

Biffen antas å være et ideelt porøst medium. Koblingsleddet  $\mathbf{u}_w$  er vannhastigheten, avhengig av både temperatur- og fuktkonsentrasjonen.

### Grensebetingelser

Følgende grensebetingelser gjelder for utsiden av biffen.

#### ► Varmefluks:

$$-\mathbf{n} \cdot (k_m \nabla T + \mathbf{u}_w c_{pw} \rho_w T) = (1-f)h(T_{oven} - T_s)$$

der  $f$  er andelen energi som går til å fordampne vann. Resten går til oppvarming.

#### ► Massefluks:

$$\mathbf{n} \cdot (-D \nabla C + \mathbf{u}_w C) = f h \frac{(T_{oven} - T_s)}{H_{evap} \rho_w} (C - C_{eq})$$

## Verifikasjon av ukoblet ligning

For å sjekke om modellen og implementeringen var fornuftig, ble den sammenlignet med en analytisk løsning (som kun finnes av den ukoblede ligningen)

Vi satte initialverdiene til å være gitt ved  $T(x, y, z, 0) = 3\xi(x)\xi(y)\xi(z)$  hvor da

$$\xi(x) = \sin \frac{2\pi x}{L_x}, \quad \xi(z) = \sin \frac{4\pi z}{L_z}$$

Dette gjør at vi ender opp med:

$$T(x, y, z, t) = 3e^{-4\alpha\pi^2\left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{4}{L_z^2}\right)t} \xi(x)\xi(y)\xi(z).$$

som analytisk løsning. Avviket fra analytisk løsning når diskretiseringen  $dx \rightarrow \Delta x$  og  $dt \rightarrow \Delta t$  var grovere enn under de senere simuleringene er vist under.

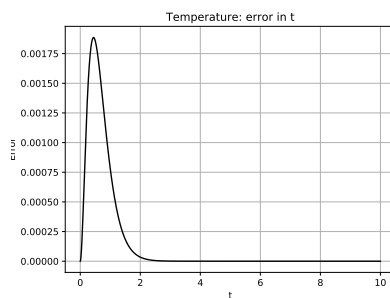


Figure: Avvik fra analytisk løsning for ulike tidspunkt.

## Implementasjon

Forenklede antagelser:

1. Vann er inkompressibelt,  $\nabla \cdot \mathbf{u}_w = 0$ .
2. Ingen fordampning forekommer i *Sous-vide*.
3. Biffens geometri endres ikke under tilberedning.

Implementasjonen ble gjort ut ifra grunnleggende prinsipper i Python-programmeringsspråket. For enkelhets skyld ble *finite-difference* implementert, og kjørt med  $\Delta x = 10^{-3}\text{m}$  og  $\Delta t = 10^{-4}\text{s}$ . Kjøretid og datakapasitet var blant begrensningene for gridstørrelsene, i tillegg til at koden ikke er ordentlig optimalisert til utnytte parallellprosessering i grafikkprossessor.

## Resultater

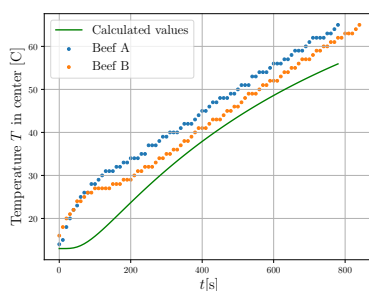


Figure: To eksperimentelle måleserier for temperaturen av biff sammenlignet med simulerte verdier

Figurene viser temperatur- og fuktfordeling i en kvart biff for to situasjoner (resten av biffen er symmetrisk om øvre  $x$ - og  $y$ -verdier). Resultatene fra simulering stemmer overens med det en skulle forvente, men det er litt avvik. I figuren over vises det en sammenligning mellom den simulerte utviklingen i kjernetemperatur og de eksperimentelle resultatene. I figuren i høyre kolonne vises temperaturfordelingen ved slutt ( $t = 13 \text{ min}$ ).

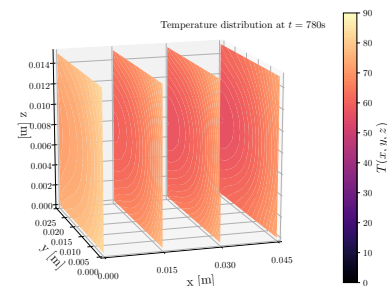


Figure: Temperaturfordeling ved  $t = 13 \text{ min}$  for ovnssteking.

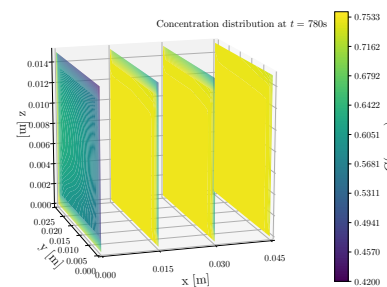


Figure: Konsentrasjon av vann ved  $t = 13 \text{ min}$  for ovnssteking.

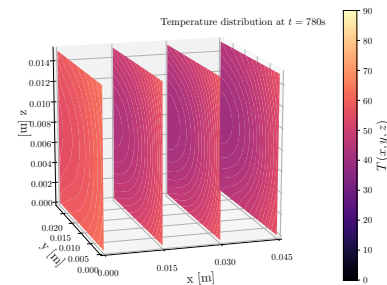


Figure: Temperaturfordeling ved  $t = 13 \text{ min}$  for sous-vide-steking.

## Konklusjon og mulig videreføring

Resultatene stemmer overens med forventet fysisk oppførsel. Flere eksperimenter og justeringer av de termiske konstantene vil kunne forbedre resultatene. Ved å implementere høyere presisjon *finite-difference* eller *finite-element* vil resultatene også kunne forbedres.

Modellen kan brukes for andre situasjoner med koblet varmeledning som byggisolasjon, men implementasjonen vår er sterkt begrenset av kjøretid som følge av at koden ikke er ordentlig parallelisert til å utnytte grafikkprossessor.