

Einsteintemperaturen til aluminium

M. Sveggen, S. Åmdal
Institutt for fysikk, NTNU

Sammendrag

Fordampningsraten til flytende nitrogen i romtemperatur ble målt, samtidig som litt aluminium ble senket ned i nitrogenet. Basert på den fordampede massen, ble einsteintemperaturen til aluminium anslått til å være $\Theta_E = 318,5 \pm 16,6$ K.

1. Innledning

Forsøket ble gjennomført som en del av laboratoriekurset i emnet TFY4165, termisk fysikk, ved NTNU. Formålet med forsøket var å oppnå en bedre forståelse av varmeopptak og -avgivning i termodynamiske prosesser, og å sammenligne teoretiske modeller med eksperimentelle data.

Forsøket gikk ut på å plassere en bit aluminium i et beger med flytende nitrogen, og måle nitrogenets massereduksjon som følge av varmetilførselen.

Dataene ble benyttet til å bestemme einsteintemperaturen for aluminium ved hjelp av Einsteins modell for molar varmekapasitet for faste stoffer. Modellen forbedret klassiske kinetiske modeller ved å ta hensyn til kvantehypotesen. [1] Dette illustrerer at termisk fysikk har innvirkning på mange (for ikke å si alle) deler av fysikken.

Buyco og Davis presenterte i 1970 et datasett over molar varmekapasitet for aluminium ved ulike temperaturer. Dette er brukt som sammenligningsgrunnlag for einsteintemperaturen målt i dette forsøket.

2. Teori

Følgende er basert på labheftet i termisk fysikk. [1]

Molar varmekapasitet ved konstant volum, c_{V_m} , er den varmemengden som kreves for å øke temperaturen til 1 mol av et stoff med 1 Kelvin. Med kvantehypotesen tatt i betraktning, utledet Albert Einstein (1879-1955) uttrykket

$$C_{V_m} = 3R \left(\frac{E_1}{K_B T} \right)^2 \frac{e^{\frac{E_1}{K_B T}}}{\left[e^{\frac{E_1}{K_B T}} - 1 \right]^2}, \quad (1)$$

til å være en modell for den molare varmekapasiteten til et fast stoff. Einsteintemperaturen til stoffet er definert ved $\Theta_E = E_1/k_B$. Ved lave T går uttrykket mot null, og ved høye T går uttrykket mot $3R$, en sammenheng fra klassisk kinetisk teori kjent som Dulong og Petits lov. At modellen er nærmest virkeligheten for lave T er kjent ut i fra eksperimentelle resultater, f. eks. Buyco og Davis. [2]

Man kan så relatere dette til varmen som blir tilført et stoff, ved uttrykket

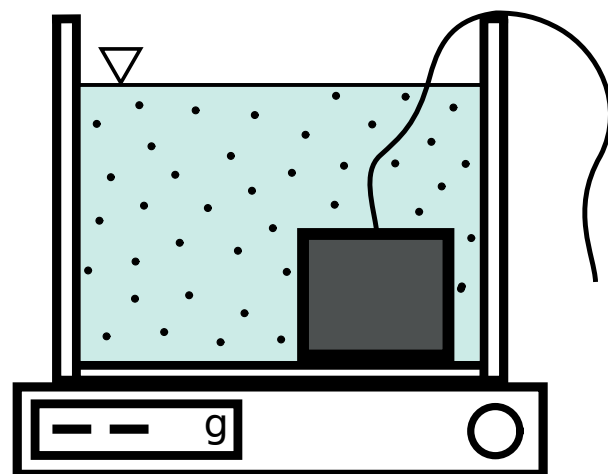
$$\Delta Q = 3nR \left[\frac{\Theta_E}{e^{\frac{\Theta_E}{T_0}} - 1} - \frac{\Theta_E}{e^{\frac{\Theta_E}{T_f}} - 1} \right], \quad (2)$$

for n mol av stoffet. Konverteringsfaktoren mellom antall mol og total masse, er $m = M_m n$, der M_m er molar masse.

Når en væske fordamper vil faseovergangen kreve en tilførsel av latent fordampningsvarme, L . I tilfellet for nitrogen er denne funnet til å være $L = 2,0 \cdot 10^5$ J/Kg. For at en masse m skal fordampe, dvs. at masseendringen er Δm , må total tilført varme, ΔQ , være gitt ved

$$\Delta Q = L \Delta m. \quad (3)$$

3. Metode og apparatur



Figur 1: Enkel figur av forsøksoppsettet. Massen til en isolert beholder med flytende N_2 måles. Aluminiumsbiten ble senket ned i løpet av forsøket.

Forsøksoppsettet er vist i figur 1. To isoporbegere ble stablet oppi hverandre og fylt med litt flytende nitrogen

(N_2). Dette ble plassert på en vekt med nøyaktighet opp til 0,001 g. På grunn av differansen mellom romtemperaturen, 295 ± 1 K, og kokepunktet til N_2 , 77 K, fordampet nitrogenet slik at massen avtok. Fem masseavlesninger ble gjennomført med ett minutt mellomrom for å etablere vektreduksjonsraten. Deretter, etter 4 minutter og 10 sekunder, ble en bit aluminium med masse $6,011 \pm 0,002$ g senket forsiktig ned i nitrogenet med en tråd. Dette førte til en langt kraftigere fordampning som varte i ca. 1 minutt. Når fordampningen avtok igjen, var det trygt å anta at temperaturen i aluminiumet var uniformt 77 K. Deretter ble det utført seks nye målinger av massen på samme måte som før.

4. Resultat

Masseavlesningene ble lagt inn i et Python-script som brukte lineær regresjon til å lage to lineære modeller for massereduksjonen i nitrogenet før og etter tilsetningen av aluminiumet. Massereduksjonen vises i figur 2, og ble brukt til videre analyse. Aluminiumets egen masse er trukket fra i de senere målepunktene. Det viser seg at massereduksjonsraten er litt forskjellig før og etter tilsetningen av aluminiumet. For å få en best mulig måling av massetapet i fordampningen pga. tilsetningen av aluminium, benyttes middelverdien. De to lineære regresjonene kan beskrives hhv. av funksjonene $-2,05t + 63,96$ og $-1,79t + 58,12$, som gir at $\Delta m = 4,61 \pm 0,13$ g. Da viser (3) at $\Delta Q = 922$ J.

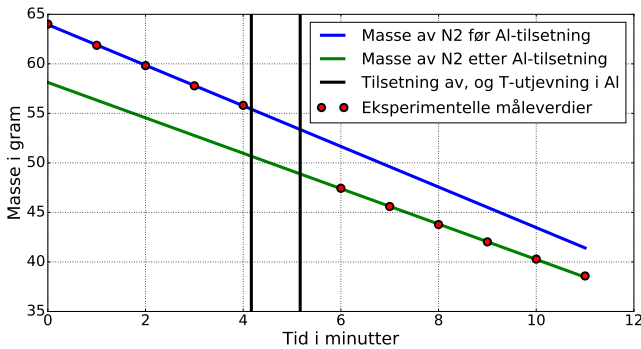


Figure 2: Nitrogenets masseutvikling over tid. De diagonale linjene er en projeksjon av antatt masseutvikling i nitrogenet før og etter tilsetning av aluminium. Det midlere massetapet vi er ute etter, er middelavstanden fra blå til grønn linje på intervallet mellom de vertikale sorte linjene.

Så kan (2) benyttes for å finne Θ_E . Denne er vanskelig å løse analytisk, men den kan f.eks. finnes som den geometriske løsningen til funksjonen

$$f(\Theta_E) = L\Delta m - 3nR \left[T_0 \varepsilon \left(\frac{\Theta_E}{T_0} \right) - T_f \varepsilon \left(\frac{\Theta_E}{T_f} \right) \right]. \quad (4)$$

Løsningen er plottet i figur 3.

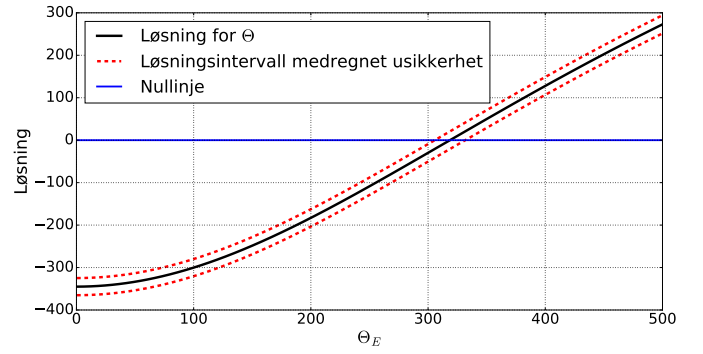


Figure 3: Geometrisk løsning for Θ_E , en løsning av likning (4).

Tilpasning av parametere gir $\Theta_E = 318,5 \pm 16,6$ K med usikkerhet.

5. Diskusjon

Usikkerheten i Δm gir en usikkerhet i Θ_E på ± 16 K, mens usikkerheten i starttemperaturen T_0 , gir en usikkerhet i Θ_E på omtrent $\pm 2,5$ K. Andre usikkerhetskilder er neglisjert i beregningen av total usikkerhet, som for eksempel usikkerhet i aluminiumsbitens masse (som var svært liten, kun $\pm 0,002$ g). Det virker derfor klokt å anse usikkerheten i Δm som den største feilkilden.

På bakgrunn av resultatet for Θ_E kan vi også si noe om varmekapasiteten til aluminium. I figur 4 plottes den teoretiske varmekapasiteten beregnet med (1) mot eksperimentelle verdier gitt av Buyco og Davis. [2]

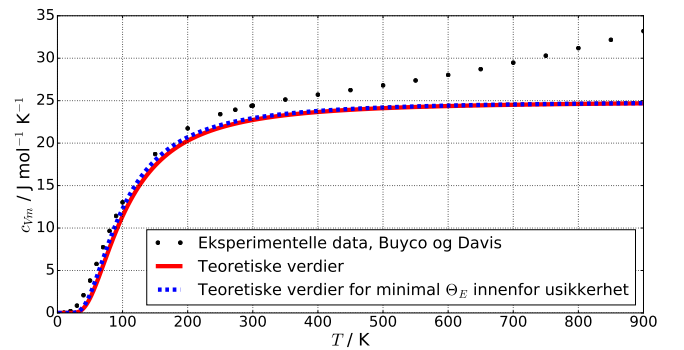


Figure 4: Varmekapasiteten til aluminium beregnet med likning (1) plottet mot temperatur. Maksimal Θ_E gav en dårligere tilnærming mot Buyco og Davis, så den er ikke tatt med.

Den funnede verdien for Θ_E gir relativt godt samsvar med andre eksperimentelle verdier for lave verdier av T , men som forventet er tilnærmingen dårligere for høye T . Ut i fra figuren kan vi observere at vår målte verdi for Θ_E kanskje er i høyeste laget.

En mulig feilkilde er feil i måling/avlesning av massen, men dette bør produsere tilfeldige feil. Årsaken til en systematisk feil kan for eksempel være gal innstilling av vekta.

Eventuelt er det mulig at noen usikkerhetsestimater er for små, slik at det er urimelig å anta at de eksperimentelle verdiene for c_{V_m} skal ligge innenfor denne marginen.

Fordi forskjellen i stigningen til de to lineære regresjonene for masseutviklingen fra figur 2 er liten, er det usannsynlig at usikkerhet i tidspunkt for tilsetning og temperaturugjevning av aluminiumet hadde noen særlig effekt. Derimot kan unøyaktig måling av aluminiumets masse, eller unøyaktig beregning av antall mol, ha bidratt til usikkerheten i Δm , som er det største usikkerhetsbidraget.

Usikkerhet i romtemperaturen er medregnet, men anslaget for usikkerheten her kan også ha vært galt.

6. Konklusjon

Ved å måle fordampet masse av nitrogen, og bruke sammenhengen (3) mellom latent fordampningsvarme og tilført varme, ble verdien $\Theta_E = 318,5 \pm 16,6$ K anslått som einsteintemperaturen til aluminium. Denne verdien er noe høyere enn den som gir best teoretisk tilpasning til måleverdier for c_{V_m} . Den feilkilden som gir størst usikkerhet er usikkerheten i massefordampningen Δm , men den systematiske feilen åpner også for andre, systematiske feilkilder, som for eksempel massen til aluminiumet.

7. Kildeliste

- [1] K. Razi Naqvi et al., Laboratorium i emnet TFY4165 termisk fysikk, 2014. Hentet fra http://home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/tfy4165_lab/orientering/termisk_labhefte_2017.pdf. Lastet ned 29.09.2017.
- [2] E.H.Buyco, F.E. Davis, J. Chem. Eng. Data 15 (1970) 518-523. Gjengitt fra labheftet. [1]