

Univerza na Primorskem FAMNIT Študijsko leto 2018/2019

Analiza I - Temelji analize IZPIT - PRAKTIČNI DEL - 22. JANUAR, 2019 -

Čas: 80 minut. Največje možno število točk: 50. Pišite razločno. Vse odgovore je potrebno utemeljiti.

(1) [14 t] Naj bosta f in g realni funkciji realne spremenljivke, ki sta podani s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & ; & x \ge 0 \\ e^x & ; & x < 0 \end{cases}, \qquad g(x) = \begin{cases} 1 & ; & x < 1 \\ -x + 2 & ; & x \ge 1 \end{cases}$$

Določite kompozitum $g \circ f$ in $f \circ g$.

(2) [12 t] V množici kompleksnih števil C poiščite vse rešitve enačbe

$$z^6 - 7iz^3 + 8 = 0$$

in jih skicirajte.

(3) [12 t] Utemeljite, ali je realno zaporedje $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, ki je podano z rekurzivno zvezo

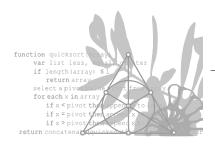
$$a_{n+1} = 5\sqrt{a_n - 1} - 3$$

in prvim členom $a_1 = 5$, konvergentno.

(4) Poiščite limiti:

(a) **[6 t]**
$$\lim_{x \to 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{\sqrt{2x-1} - 1}$$

(b) **[6 t]**
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(4x)}$$



University of Primorska FAMNIT Academic Year 2018/2019

Analysis I

Final Exam - practical part - January 22 2019 -

Time: 80 minutes. Maximum number of points: 50. Please write clearly, and justify all your answers.

(1) **[14 p]** Let *f* and *g* be real functions of a real variable given by

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & ; & x \ge 0 \\ e^x & ; & x < 0 \end{cases}, \qquad g(x) = \begin{cases} 1 & ; & x < 1 \\ -x + 2 & ; & x \ge 1 \end{cases}$$

Find $g \circ f$ and $f \circ g$.

(2) [12 p] Find all complex solutions of the equation

$$z^6 - 7iz^3 + 8 = 0$$

and sketch them in a complex plane.

(3) **[12 p]** Let $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ be a real sequence such that

$$a_{n+1} = 5\sqrt{a_n - 1} - 3$$

and $a_1 = 5$. Is $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ convergent? Justify your answer.

(4) Find limits:

(a) **[6 p]**
$$\lim_{x \to 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{\sqrt{2x-1} - 1}$$

(b) **[6 p]**
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(4x)}$$