Izpit

23. januar 2018

IME IN PRIIMEK: ______________________ VPISNA ŠT.: ☐☐☐☐☐☐☐☐

ŠTUDIJSKI PROGRAM: ______________________ LETNIK: ______________

1. Za naslednjo sestavljeno izjavo podajte pravilnostno tabelo, določite izbrano konjunktivno in izbrano disjunktivno obliko, ter narišite preklopno vezje, prirejeno tej izjavi.

$$(A \Rightarrow \neg(B \vee C)) \Leftrightarrow (A \wedge \neg B)$$

2. Ali so nasledne logiče implikacija pravilne. Pokaži svojo delo.

(a) $\neg A \wedge A \Rightarrow B$

(b) $A \wedge (A \Leftrightarrow B) \Rightarrow B$

(c) $((A \Rightarrow B) \wedge (C \Rightarrow A)) \Rightarrow (C \Rightarrow B)$

(d) $(A \vee C \Rightarrow B \vee C) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$

3. Za naslednji izjavi napišite njihovi negaciji.

(a) $(\forall a)(a < 0) \Rightarrow ((a = 0) \vee (a \geq 0)))$.

(b) $(\exists a)(a > 3 \wedge a \leq 4)$.

(c) $(\forall a)(\exists b)((ab = 0) \wedge ((a \leq 0) \vee (b \neq 0)))$.

4. Zapiši kompozitum naslednih relaciji in praslike dane množice, Če je relacija funkcija potem povej ali je injektiva, surjektivna, bijektivna ali nič od tega.

a. $\mathcal{R}_1 = \{(1,2),(2,2),(3,4),(4,1),(5,3)\}$, $\mathcal{R}_2 = \{(1,4),(2,1),(3,2),(4,3)\}$, $f = \mathcal{R}_2 \circ \mathcal{R}_1 = ?$, $f^{-1}(\{1,2\})$

b. $\mathcal{R}_1 = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,1)\}$, $\mathcal{R}_2 = \{(1,4),(2,3),(3,1),(4,2)\}$, $f = \mathcal{R}_2 \circ \mathcal{R}_1 = ?$, $f^{-1}(\mathrm{Im} f)$

c. $\mathcal{R}_1 = \{(1,2),(1,3),(2,2),(3,4),(4,4)\}$, $f = \mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_1 = ?$, $f^{-1}(2)$

d. $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $g(x) = (x^2 + x)^2$, f=$g \circ g = ?$, $f^{-1}(-1)$

5. Naj bosta A in B poljubni množici. Dokažite: $(A \cup B) \backslash B = A \backslash B$

6. Naj bo f funkcija in naj bo $A = f^{-1}(\mathrm{Im} f)$. Za vsako množico $U \subseteq A$, dokažite: $U \subseteq f^{-1}(f(U))$

7. Določite, ali so naslednje trditve pravilne ali nepravilne.

(a) Če je R delno ureja S potem je R tranzitiven. DA NE

(b) Če je f funkcija potem $f(U \cup V) = f(U) \cup f(V)$. DA NE

(c) Če je f injektivna funkcija in g bijektivna potem je $g \circ f$ surjektivna DA NE

(d) Vsaka podmnožica mreže ima natanko en infimum. DA NE

(e) Če je antecedens tavtologija mora biti konsekvens protislovje. DA NE

8. Nariši Venn diagrame in označite nasledne množice

a. $A \cap B \cap C \neq \emptyset$, označi $(\overline{A \cup B}) \cup C$

b. $\bar{A} \backslash (B \cup C) = \emptyset$, označi $A \cap B$

c. $(A \cup B) \cap (C \cup D) \subseteq A$, označi $A \backslash D$

9. (a-c) Nariši interni diagram za nasledne kategorije

a. Kategorija C - Objekti: {a,b,c}, Preslikave: 1_a, 1_b, 1_c, $f : a \to b$, $g : a \to c$,$h : b \to c$,

b. Kategorija D - Objekti: {a}, Preslikave: 1_a

c. Kategorija E - Objekti: {a,b,c,d}, Preslikave: 1_a, 1_b, 1_c, 1_d, $f : a \to b$, $g : b \to c$,$h : c \to d$,

d. Definiraj $F : C \to D$, $\forall x \in Ob(C)$, $F(x) = a$. A je lahko F funktor?

e. Definiraj $G : C \to E$, je G lahko funktor če imamo spodne preslikave objektov

- $G(a) = a$
- $G(b) = b$
- $G(c) = d$

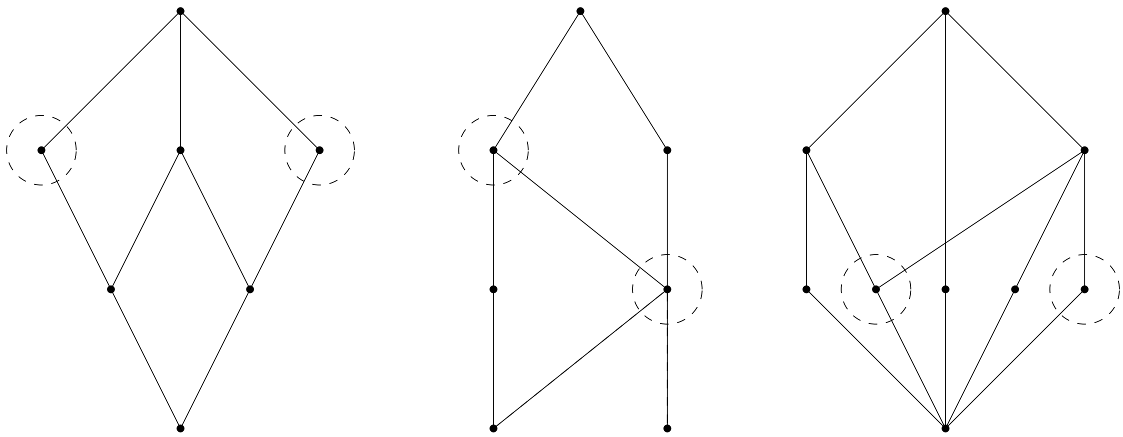
10. Koliko možnih funkcij, $f : A \to B$ je med danim množicam, in koliko surjektivnih funkcij?

a. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, \ldots, 11\}$

b. $A = \{1, 4, 5\}$, $B = \{1, 2\}$

c. $A = \{1, 2\}$, $B = A$

11. Ali so nasledni diagrami mreže? Označi infimum in supremum danih množic in vse minimalne elemente.



12. $A = \{1, 2, 3\}$ in $S = \mathcal{P}(A)$.

$$xRy \Leftrightarrow |x| = |y|$$

$|\cdot|$ označi število elementov v množici. Ali je R ekvivalenňa relacije? Če je, naštej evkivalencne razrede, če pa ni pa razloži zakaj ni.