

Univerza na Primorskem FAMNIT Študijsko leto 2018/2019

Analiza I - Temelji analize

KOLOKVIJ - PRAKTIČNI DEL
30. NOVEMBER, 2018 -

Čas: 60 minut. Največje možno število točk: 25. Pišite razločno. Vse odgovore je potrebno utemeljiti.

(1) [9 t] V množici realnih števil $\mathbb R$ rešite neenačbo

$$|x - |x - 1|| \ge x - \frac{1}{3}.$$

Rešitev zapišite s pomočjo intervalov, nato pa tej množici rešitev poiščite supremum, infimum, maksimum in minimum, če obstajajo.

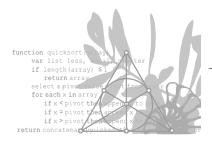
(2) **[9 t]** Naj bosta *f* in *g* realni funkciji realne spremenljivke, ki sta podani s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^3+1}{x+1} & ; & x < 0 \\ e^{2x} - 1 & ; & x \ge 0 \end{cases}, \qquad g(x) = \begin{cases} -\frac{x}{x+1} & ; & x < -1 \\ 0 & ; & -1 \le x \le 0 \\ \arctan(x+1) & ; & x > 0 \end{cases}$$

Zapišite predpis po katerem slika funkcija $g \circ f$ in utemeljite, ali je ta funkcija injektivna, surjektivna oz. bijektivna.

(3) [7 t] Naj bo $a \neq 1$. Dokažite, da naslednja enakost velja za vsa naravna števila $n \in \mathbb{N}$.

$$1 + a + a^2 + a^3 + \ldots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$$



University of Primorska FAMNIT Academic Year 2018/2019

Analysis I

Partial Exam 1 - practical part - November 30, 2018 -

Time: 60 minutes. Maximum number of points: 25. Please write clearly, and justify all your answers.

(1) [9 p] Find all real solutions of the inequality

$$|x - |x - 1|| \ge x - \frac{1}{3}.$$

The final solution must be stated using intervals. For this set of solutions also find supremum, infimum, maximum and minimum if they exist.

(2) [9 p] Let f and g be real functions of a real variable that are defined by

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^3+1}{x+1} & ; & x < 0 \\ e^{2x} - 1 & ; & x \ge 0 \end{cases}, \qquad g(x) = \begin{cases} -\frac{x}{x+1} & ; & x < -1 \\ 0 & ; & -1 \le x \le 0 \\ \arctan(x+1) & ; & x > 0 \end{cases}$$

Write down the rule that definies the function $g \circ f$ and explain if this function is injective, surjective or, bijective.

(3) [7 p] Suppose $a \neq 1$. Prove that the following equality is true for every positive integer $n \in \mathbb{N}$.

$$1 + a + a^{2} + a^{3} + \ldots + a^{n} = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$$