Univerza na primorskem
UP FAMNIT
Študijsko leto 2020/2021

Algebra I

Izpit - teoretični del

– 22. januar 2021 –

Čas pisanja: 30 *minut. Maksimalno število točk:* 30. *Dovoljena je samo uporaba pisala.* ***Pišite razločno.*** *Pri nalogah izbirnega tipa je lahko več kot en pravilen odgovor, pripadajoče točke dobite samo, če naštejete natanko vse pravilne odgovore. Srečno!*

1. *(2+3+1 točk)* Zapišite definicijo vektorskega produkta in naštejte vsaj 3 njegove lastnosti. Podajte primer dveh različnih neničelnih vektorjev za katera je njun vektorski produkt enak 0.

2. *(2 točki)* Presek treh ravnin v prostoru je lahko

   a) točka.
   b) premica.
   c) ravnina.
   d) prazna množica.

3. *(3 točke)* Premica v prostoru je definirana s točko in smernim vektorjem. V kakšni obliki lahko zapišemo enačbo premice v prostoru? Za vsako od oblik označite elemente (koordinate) točke in smernega vektorja.

4. *(1 točka/trditev)* Ali so naslednje trditve pravilne (P) ali napačne (N):

a)	V $\mathbb{R}^3$ obstajata taka neničelna vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$, da velja $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b}$.	P	N
b)	Če so vektorji $\vec{a}, \vec{b}$ in $\vec{c}$ paroma pravokotni, potem je $|(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\vec{c}|$.	P	N
c)	Če sta ravnini Σ in Π v prostoru obe pravokotni na narvnino Δ, potem sta Σ in Π vzporedni.	P	N
d)	Če sta smerna vektorja premic p in q pravokotna, potem se premici p in q v prostoru sekata.	P	N
e)	Če je matrika A obrnljiva, potem je obrnljiva tudi matrika A^T in velja $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.	P	N
f)	Matrika A^T ima enak rang kot matrika A.	P	N
g)	Če v kvadratni matriki A dve vrstici med seboj zamenjamo, se determinanta matrike ne spremeni.	P	N
h)	Če v kvadratni matriki A dve vrstici med seboj zamenjamo, se rang matrike ne spremeni.	P	N

5. *(2 točki)* Naj bodsta A in B kvadratni matriki velikosti $n \times n$ za $n \in \mathbb{N}$ in $n \geq 2$ za kateri velja $\det(AB) = \det(AB^{-1}) = 2$. Kaj bi lahko bile vrednosti za $\det(A)$ in $\det(B)$?

   a) $\det(A) = 2$ in $\det(B) = 1$
   b) $\det(A) = -2$ in $\det(B) = 1$
   c) $\det(A) = 2$ in $\det(B) = -1$
   d) $\det(A) = -2$ in $\det(B) = -1$

6. *(3 točke)* Kdaj lahko sistem linearnih enačb $Ax = b$ rešujemo s pomočjo Cramerjevega pravila? Kaj lahko povemo o rešljivosti takšnega sistema?

7. *(2+3+1 točk)* Kako smo definirali množenje matrike s številom. Naštejte vsaj 3 lastnosti množenja matrike s številom in eno od teh lastnosti ponazorite na primeru (matriko velikosti vsaj 2×2 in število si lahko izberete poljubno).