

Analiza 1/Matematika 1

FAMNIT
Izpit - naloge
18. februar 2011

Tisti, ki ste zadovoljni s točkami, ki ste jih zbrali na kolokviju, rešujete le prve tri naloge (na izpit ob imenu zapišite 3), ostali rešujete vseh pet nalog (na izpit ob imenu zapišite 5).

1. Realno zaporedje realnih števil je podano s splošnim členom

$$a_n = \frac{2n - 7}{3n + 2}.$$

- (a) Pokaži, da je dano zaporedje naraščajoče. (8 točk)
(b) Poišči natančno spodnjo in natančno zgornjo mejo danega zaporedja. (8 točk)

2. Z ustreznim kriterijem utemelji, ali je dana vrsta konvergentna

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 2^n}{n^2}$$

(6 točk)

3. Poišči taki realni konstanti a in b , da bo funkcija f , podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax - |x|}{x}; & x < 0 \\ b; & x = 0 \\ \frac{\sqrt{25 - x} - 5}{x}; & x > 0 \end{cases}$$

povsod zvezna.

(8 točk)

Vse odgovore je potrebno ustrezno utemeljiti.

4. S popolno matematično indukcijo pokaži, da je izraz $7^n + 2^{n+2}$ deljiv s 5 za vsako naravno število $n \in \mathbb{N}$. (8 točk)
5. Naj bo podano kompleksno število $z = -2 - 2\sqrt{3}i$.
- (a) Število z zapiši v polarni obliki. (6 točk)
- (b) Poišči vsa kompleksna števila w , za katera je $w^2 = z$. (6 točk)

Vse odgovore je potrebno ustrezno utemeljiti.