

Analiza 1/Matematika 1

FAMNIT
Izpit - naloge
28. januar 2011

Tisti, ki ste zadovoljni s točkami, ki ste jih zbrali na kolokviju, rešujete le prve tri naloge (na izpit ob imenu zapišite 3), ostali rešujete vseh pet nalog (na izpit ob imenu zapišite 5).

1. Zaporedje (a_n) je podano z rekurzivno zvezo

$$a_{n+1} = \frac{3a_n - 2}{a_n}$$

in prvim členom $a_1 = \frac{3}{2}$.

- (a) Pokaži, da je $a_n > 1$ za vsak $n \in \mathbb{N}$. (5 točk)
- (b) Pokaži, da je dano zaporedje naraščajoče. (5 točk)
- (c) Ali je dano zaporedje konvergentno? Če je, mu poišči limito, sicer pa utemelji, zakaj ni konvergentno. (5 točk)

2. Utemelji, ali je dana vrsta konvergentna

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n^5}{e^n}$$

(6 točk)

3. Poišči taki realni konstanti a in b , da bo funkcija f , podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x}; & x < 0 \\ ax + b; & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x - 1}}; & x > 1 \end{cases}$$

zvezna.

(9 točk)

Vse odgovore je potrebno ustrezno utemeljiti.

4. Naj bodo A, B , in C poljubne množice. Dokaži ali ovrzi trditev:

$$A \cap C \subseteq B \wedge A \cap B \subseteq C \iff A \cap B = A \cap C.$$

(10 točk)

5. V množici realnih števil \mathbb{R} reši dano neenačbo in množico rešitev zapiši z intervali.

$$|x - 2| - |x + 3| + |x| \leq 2$$

(10 točk)

Vse odgovore je potrebno ustrezno utemeljiti.