ANDREJ ERJAVEC
89201090

Andrej Erjavec

1.) $\mathcal{P}(A) = 2$ $\mathcal{P}(B) = 3$

a) $f : A \longrightarrow B$

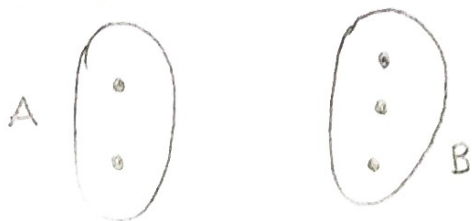PRIMER: $A = \{4, 16\}$, $B = \{2, 7, 4\}$

$$f : A \longrightarrow B \qquad f(4) = 2$$
$$x \longrightarrow \sqrt{x} \qquad f(16) = 4$$
$$x \in A$$

INVERZNA FUNKCIJA: ČE JE $f : A \longrightarrow B$ FUNKCIJA, KI SLIKA ELEMENTE IZ MNOŽICE A - DOMENE V ELEMENTE MNOŽICE B - KODOMENA, JE INVERZ TE FUNKCIJE: $f^{-1} : B \longrightarrow A$. INVERZ IMA ZA DOMENO MNOŽICO B, IZ KATERE SLIKA V MNOŽICO A - ~~DOMEN~~ KODOMENO. ČE IMA FUNKCIJA INVERZ, REČEMO DA JE OBRNLJIVA. FUNKCIJA JE OBRNLJIVA, ČE JE BIJEKTIVNA.

INVERZ $f : A \longrightarrow B = f^{-1}$ NE OBSTAJA, SAJ f NI BIJEKTIVNA PRESLIKAVA. FUNKCIJA MED MNOŽICAMA JE BIJEKCIJA LE, ČE IMATA MNOŽICI ENAKO MOČ. LAHKO $(\mathcal{P}(A) \neq \mathcal{P}(B))$

b) $g : B \longrightarrow A$

PRIMER: $g : A \longrightarrow B$

$B = \{1, -1, 2\}$ $x \in B \longrightarrow |x|$
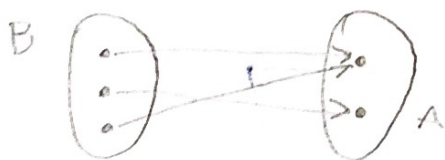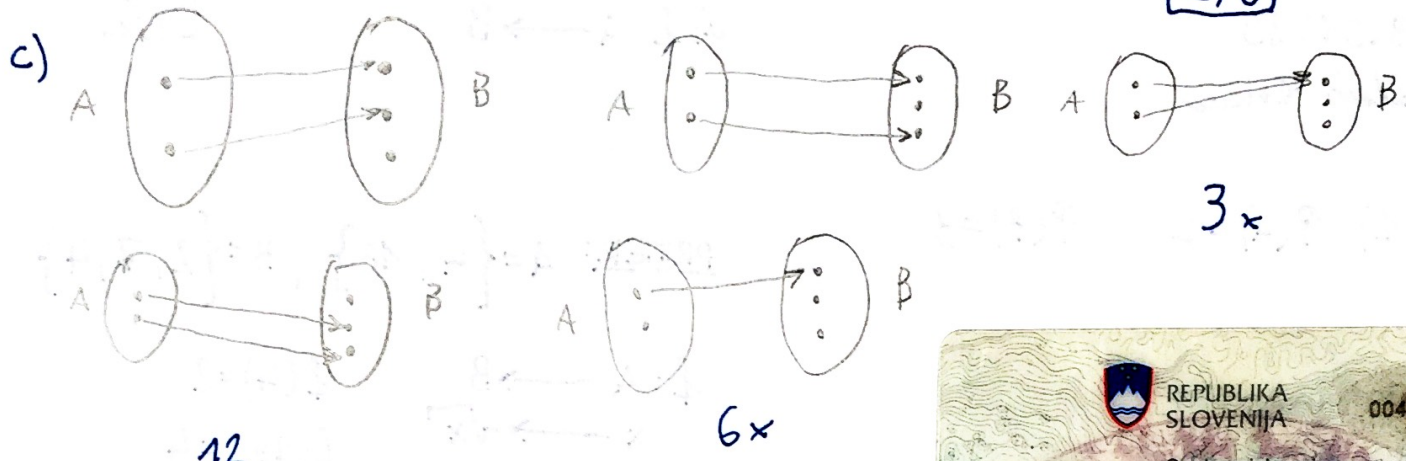
$A = \{1, 2\}$

INVERZ $g : B \longrightarrow A = g^{-1}$ V TEM PRIMERU NNĒ OBSTAJA, SAJ FUNKCIJA g NI BIJEKTIVNA (JE SURJEKTIVNA, VENDAR NI INJEKTIVNA) *

$* f(1) = 1 = f(-1)$

c)

3x

12

6x

OBSTAJA 9 FUNKCIJ, KI SLIKAJO IZ A v B.
- SURJEKTIVNIH: 0
- INJEKTIVNIH: 9
- BIJEKTIVNIH: 0

REPUBLIKA SLOVENIJA 004749155

Osebna izkaznica
Identity Card

Erjavec

Andrej

M 26.11.2000

SI 24.04.2022

2.) $37^{500} - 37^{100}$ DELJIVO Z 10.

$$10 \mid (37^{500} - 37^{100}) \implies (37^{500} - 37^{100}) = 10k \;;\; k \in \mathbb{N}$$

$$37^{500} - 37^{100} = \cancel{37^{10}}$$

$$* \; 37^5 - 37^1 = 69343920$$

$$= \boxed{37^5} \cdot 37^{495} - \boxed{37^{100}} \cdot 37^{99} = 10k$$

$$= \underset{\Downarrow}{\underline{10 \cdot 6934392\cancel{0}}}$$

DELJIVO Z 10

$$37^{5 \cdot 100} - 37^{1 \cdot 100} = 10k \; (\text{PREDP.})$$

$$(37^5)^{100} - (37^1)^{100} = 10k \;;\; k \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[100]{37^5} \sqrt[100]{-37^1} = \sqrt[100]{10k}$$

IDEJA:

$$10 \mid 37^5 - 37^{\cancel{k}} = m$$

$$10 \mid 3^{5m} - 3^m$$

$$\cancel{10 \mid 3^{5(n+1)} - 3^{(n+1)}}$$

$$\implies \circledast$$

$$\overline{37^{5\cancel{k}}}$$

$$37^5 \left(37^{495} - \frac{37^5}{37^4} \cdot 37^{90} \right) = 10k$$

$$10 \mid 37^{5(n+1)} - 37^{(m+1)}$$

$$\boxed{10 \mid 37^{m+4} - 37^m}$$

VEMO: $10 \mid 37^5 - 37^1$
$$10 \mid 37^6 - 37^2$$
$$10 \mid 37^7 - 37^3$$

3.) a) $A = \{x \mid x^2 \leq 11\}$

$x^2 \leq 11$
$x \leq \pm\sqrt[2]{11}$

$A = \{x \mid x \leq \pm\sqrt{11}\}$ $\qquad x \in [-\sqrt{11}, \sqrt{11}]$

- $\sup(A) = \sqrt{11}$
- $\inf(A) = -\sqrt{11}$
- $\min(A) = -\sqrt{11}$
- $\max(A) = \sqrt{11}$

- PRIMER ZG. MEJE: 4, 5, 6, ...
- PRIMER SPODNJE MEJE: -4, -5, -6, ...

M ZG. MEJA: $\forall x \in A : x \leq M$
N SP. MEJA: $\forall x \in A : x \geq N$.

b) $B = \{x \in [2,5] \mid x$ IMA V DEC. ZAPISU VSAJ DVE TROJKI$\}$

$x \in (2, 5)$

$2,0000...033$ $\qquad\qquad 4,9999...933$

- $\sup(B) = \cancel{\text{NE OBSTAJA}}\ 5$
- $\inf(B) = \cancel{\text{NE OBSTAJA}}\ 2$
- $\min(B) = $ NE OBSTAJA
- $\max(B) = $ NE OBSTAJA

- INFIMUM JE NAJVEČJA MOŽNA SPODNJA MEJA MNOŽICE.

- SUPREMUM JE NAJMANJŠA MOŽNA ZGORNJA MEJA MNOŽICE.

- PRIMER ZG. MEJE: 5, 6, ...
- PRIMER SP. MEJE: 2, 1, 0, ...

MNOŽICA B NIMA inf IN SUP, KER NISTA ~~NATANČNO DEFINIRANA~~.
POGOJ, DA MORA x IMETI V ~~DECIMALNEM~~ ZAPISU VSAJ DVE TROJKI
NI ZADOSTEN, ~~DA BI~~ LAHKO NAŠLI inf IN SUP.
~~ZADOSTEN~~ POGOJ BI BIL OMEJENO ŠTEVILO DECIMALNIH MEST.

- 5 JE sup(B), SAJ JE TO NAJMANJŠA MOŽNA ZGORNJA MEJA OD B.
- 2 JE inf(B), SAJ JE TO NAJVEČJA MOŽNA SPODNJA MEJA OD B.

4.) $\sum\limits_{m=1}^{\infty} \dfrac{1}{(m+7)(m+8)} = \dfrac{A}{m+7} + \dfrac{B}{m+8}$ $(A, B = ?)$

ALI JE VRSTA KONVERGENTNA?

– KVOCIENTNI KRITERIJ

$$\dfrac{\dfrac{1}{((m+1)+7)((m+1)+8)}}{\dfrac{1}{(m+7)(m+8)}} = \dfrac{\dfrac{1}{(m+8)(m+9)}}{\dfrac{1}{(m+7)(m+8)}} =$$

$$= \dfrac{(m+7)(m+8)}{(m+8)(m+9)} = \dfrac{(m+7)}{(m+9)}$$

$$\lim_{m \to \infty} \dfrac{m+7 \nearrow^{\infty}}{m+9 \nearrow^{\infty}} = \dfrac{\infty}{\infty} = 1$$ KRITERIJ ODPADE

– KORENSKI KRITERIJ

$$\sqrt{\dfrac{1}{(m+7)(m+8)}} = \dfrac{1}{\sqrt{(m+7)(m+8)}} = \dfrac{1}{\sqrt{m+7} \cdot \sqrt{m+8}}$$

$$\lim_{m \to \infty} \dfrac{1}{\sqrt{m+7} \cdot \sqrt{m+8}} = \dfrac{1}{\infty} = 0 < 1 \Rightarrow \text{KONVERGIRA}$$
$$\Rightarrow \sum\limits_{m=1}^{\infty} a_n = \lim S_m$$

$$\dfrac{A}{m+7} + \dfrac{B}{m+8} = \dfrac{1}{(m+7)(m+8)} \quad / \cdot (m+7)(m+8)$$

$A(m+8) + B(m+7) = 1$ $\dfrac{1}{m} = 9A + 8B$

$Am + 8A + Bm + 7B = 1$ $A + B + \dfrac{8A}{m} + \dfrac{7B}{m} = \dfrac{1}{m}$

$Am + Bm + 8A + 7B = 1$ $\Rightarrow$

$m(A+B) + 8A + 7B = 1 \; / : m$

$(A+B)(m +$

$$\frac{A}{m+7} + \frac{B}{m+8} = \frac{1}{(m+7)(m+8)}$$

$$A(m+8) + B(m+7)$$

2) ✳ VELJA, DA $10 \mid 37^5 - 37^1 \Rightarrow 10 \mid 37^{5 \cdot 1} - 37^1$ 6/6

~~BAZA INDUKCIJE:~~

PREDPOSTAVKA:
$10 \mid 37^{5m} - 37^m$

BAZA INDUKCIJE:

$m=1:\ 37^5 - 37^1 = 10 \cdot 6934392$

$m=2:\ 37^{10} - 37^2 = 4{,}808584372 \cdot 10^{15}$

$\Downarrow$

$37^{5(n+1)} - 37^{m+1} = 10k$

TUDI: $37^{5(m-1)} - 37^{m-1} = 10k$

KORAK INDUKCIJE

$37^{5m+5} - 37^{m+1} = 10k$

~~$\exists m \in$~~

$37^{5m-5} - 37^{m-1} = 10k_1$ IN $37^{5m} - 37^m = 10k_2$ $(k_1, k_2 \in \mathbb{N})$