

MATRIKE

1. Naj bodo dane matrike

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 4 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \text{ in } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Določite velikost matrik A, B, C in D ?

(b) Poiščite naslednje elemente: $a_{21}, a_{32}, b_{12}, b_{22}, c_{13}, c_{31}, d_{33}$ in d_{32} .

(c) Izračunajte naslednje matrike:

- | | | |
|---------------|---------------|------------------------|
| (i) $A + B$ | (vi) $C - D$ | (xi) AC |
| (ii) $A - C$ | (vii) $-2A$ | (xii) $C^T D$ |
| (iii) $A + D$ | (viii) $-B^T$ | (xiii) DC^T |
| (iv) $B - 2C$ | (ix) C^T | (xiv) $B \cdot (-B^T)$ |
| (v) $B + 3D$ | (x) BC | (xv) $B^T BC^T$ |

V katerih primerih operacija ni izvedljiva?

2. Poiščite x, y, z, w , tako, da velja:

$$\begin{bmatrix} x-2 & y \\ 2 & 5-z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & x-y \\ w-1 & w+z \end{bmatrix}.$$

3. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Izračunajte A^2, A^3 ter A^4 . Koliko je A^n za $n \in \mathbb{N}$?

4. Za naslednje pare matrik A in B ugotovite, ali sta matriki $C = A^2 + 2AB + B^2$ in $D = (A + B)^2$ enaki. Odgovor utemeljite.

(a) $A = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ in $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$

(b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ in $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

5. Dani sta realni matriki

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \text{ in } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{bmatrix}.$$

Če obstaja, določite $y \in \mathbb{R}$ tako, da bo matrika $D = B^T A B$ diagonalna.

6. Pokažite, da sta za množenje matriki

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \text{ in } B = \begin{bmatrix} c & d \\ d & c \end{bmatrix}$$

komutativni pri poljubnih $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.