Algebra I - Matrični račun 2020/2021

Vaje 10 - 10.12.2020

MATRIKE

1. S pomočjo Gaussove eliminacije poiščite inverzno matriko matrike

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (b) $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

2. Rešite matrično enačbo $AXB = C$, če so podane matrike
$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ in $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$.

3. Podani sta permutaciji $\pi = (356)(13)$ in $\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ iz simetrične grupe S_6.

   (a) Katera permutacija $\tau \in S_6$ reši enačbo $\pi\tau\rho = \rho\pi$?

   (b) Poiščite red elementov $\pi\rho$ in $\rho\pi$.

   (c) Ali je permutacija $(\rho\pi)^{2013}$ soda ali liha?

   (d) Pokažite, da enačba $\sigma^2 = \pi$ ni rešljiva.

4. Na tri različne načine izračunajte determinanto matrike $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$.

5. Pokažite, da je determinanta $n \times n$ matrike $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ enaka $n+1$.

6. Naj bosta $a, b \in \mathbb{R}$. Izračunajte determinanto $n \times n$ matrike

$$\begin{bmatrix} a & b & b & \cdots & b & b \\ b & a & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ b & 0 & a & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b & 0 & 0 & \cdots & a & 0 \\ b & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{bmatrix}.$$