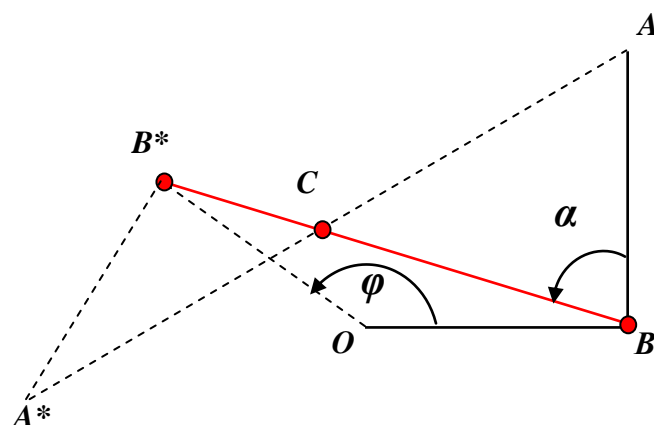


Франц Герман
Franz Hermann

*Итоги
Математического
Творчества*



$$\varphi = 2\alpha$$

1973-2025

Чтобы понимать математику по-настоящему её надо не только знать, но и любить, как любят поэзию, природу, женщину.

Содержание

I Новые теории	3
II Новые математические понятия и свойства	
Проективная геометрия. Дифференциальная геометрия	5
Топология. Стереометрия Планиметрия. Комбинаторика	6
Дифференциальная теория чисел (ДТЧ). Приложения ДТЧ.	7
Теория групп. Теория матриц.	
Системы счисления. Геометрические преобразования	8
III Новые теоремы	
Проективная геометрия	10
Планиметрия. Стереометрия	14
Дифференциальная теория чисел	19
Топология. Теория групп. Теория матриц. Теория чисел	20
IV Новые уравнения	
Аналитическая и дифференциальная геометрия	25
Проективная геометрия. Планиметрия	26
Теория матриц. Теория чисел	29
Теория тонкого тела. Гидродинамика. Нанотехнологии	30
V Новые математические формулы	
Дифференциальная геометрия. Проективная геометрия.	
Планиметрия. Стереометрия.	33
Топология. Теория матриц	37
Теория чисел. Теория вероятностей.	
Системы счисления. Комбинаторика. Теория групп	42
Геометрические преобразования	45
Дифференциальная теория чисел (ДТЧ).	46
Формулы фундаментальной константы	48
VI Новые константы	53
VII Новые математические фигуры и объекты	54
VIII Новые гипотезы	56

IX Математическое моделирование	59
X Для заметок	60

I. Новые теории

1.1 Дифференциальная теория чисел (ДТЧ).

1.2 Теория конкурентных прямых Паскаля

1.3 Теория геометрических преобразований, как векторных функций

1.4 Теория циклического изоморфизма конечных групп.

1.5 Аналитическая теория поверхностей Мёбиуса.

1.6 Теория касательных сфер

1.7 Теория упаковок некоторых замкнутых клеточных полей.

1.8 Теория координатно-двойственных (КД) конфигураций.

1.9 Нелинейная теория матриц

1.10 Теория квазикристаллической мозаики на правильных многоугольниках.

1.11 Теория развёрток сферических графов.

1.12 Теория групп конфигураций

1.13 Теория групп симметричных конфигураций

1.14 Теория групп «винта»

1.15 Теория кватернионного базиса четырёхмерного векторного пространства

1.16 Теория геометрической телепортации проективного пространства

1.17 Введение в теорию планарных пропорций

1.18 Теория непериодического замощения плоскости

1.19 Теория геометрического моделирования характеристик адронов

1.20 Теория прострых правильных пространственных (ППП) решёток

II Новые математические понятия и свойства

Проективная геометрия. Дифференциальная геометрия

2.1 Поляра треугольника

2.2 Полюс треугольника

2.3 Окружность поляры треугольника

2.4 Биполярные преобразования

2.5 Циклические шестиугольники

2.6 Операторы цикла (правый, левый)

2.7 Оператор зеркального отражения

2.8 Оператор сдвига

2.9 Оператор матричного обращения

2.10 Сопряжённые операторы

2.11 Самосопряжённые операторы

2.12 Таблица двойственности

2.13 КД конфигурация

2.14 Алгоритм поиска множества троек циклических шестиугольников

2.15 Понятие интегральной метрики: $a^2 = \int x_i dx^i + \int x^i dx_i$

2.16 Тороида (спиральная, пружинная)

2.17 Инвертированный репер

2.18 Координатный ряд

2.19 Туннельная сфера

2.20 Реликтовая геометрия

2.21 Спин базиса векторного пространства

2.22 Проективное сечение пучков

2.23 Согласованная (несогласованная) диагональ

2.24 Согласованный (несогласованный) мерцающий шестиугольник

Топология. Стереометрия. Планиметрия. Комбинаторика

2.25 Группа конфигураций и их множеств

2.26 Развёртка простого сферического графа.

2.27 Правило преобразования развёрток геометрически-двойственных сферических графов

2.28 Критерий существования простого сферического графа

2.29 Замкнутый маршрут, как топологическая характеристика

2.30 Пучок прямых вершины четырёхугольника

2.31 Основание пучка прямых

2.32 Ортогональный пучок прямых

2.33 Новые виды ромбических мозаик (два типа)

2.34 Ось вращения листа Мёбиуса

2.35 Геометрический смысл выражений $\frac{a^2}{b}$ и $\frac{b^2}{a}$, где a и b являются полуосями произвольного эллипса

2.36 Свёртка (развёртка) периметра треугольника

2.37 N – чевиана, L - чевиана

2.38 Ядро мозаики непериодического замощения

2.39 Алгоритм построения ядра мозаики

2.40 Закон скользящего притяжения

2.41 Структура теории

2.42 Фокальные координаты

2.43 Диаметр кольца

2.44 Вложенный ромб

2.45 Внутренний вектор с изменяемым модулем

Дифференциальная теория чисел (ДТЧ). Приложения ДТЧ

2.46 Генетические изотопы представлений натуральных чисел

2.47 ∂_m - изотопы натуральных чисел

2.48 Циклические цепи периодических дробей остатков

2.49 Геометрическая модель характеристик адронов

2.50 Относительная плотность элементарной частицы

2.51 Дуализм: элементарная частица – лист Мёбиуса

2.52 Прямые независимых направлений

2.53 Базис независимых направлений на полиэдре

2.54 Спектр числового ряда

2.55 Производное число $m = \partial(k)$ натурального числа k

2.56 Интегральное первообразное число $k = \int(m)$ натурального числа m

2.57 Понятие характеристической формулы (\mathfrak{x} – формулы)

2.58 Метрика натурального ряда

2.59 Диаграммы цепочек натуральных чисел

2.60 Собственное (несобственное) натуральное число

2.61 Числовой вихрь

**Теория групп. Теория матриц. Теория чисел.
Системы счисления. Геометрические преобразования.**

2.62 Циклический изоморфизм подгрупп

2.63 Векторная функция геометрического преобразования

2.64 Собственное уравнение матрицы 2×2

2.65 Алгоритм упаковок (АУ) некоторых замкнутых клеточных полей

2.66 Кватернионовые мнимые матрицы

2.67 Базис кватернионовых матриц

2.68 Свойство планарности решётки $P(I)$

2.69 Алгоритм наименьшего следующего

2.70 Диофантова функция решёток: $R(K_i) = k_1P(I) + k_2P(II) + k_3P(III) + k_4P(IV)$

2.71 Левые и правые элементы группы винта

2.72 Кватернионный спин

2.73 Рекуррентное гиперчисловое расширение

2.74 Геометрический образ кватернионного векторного базиса

2.75 Уникальные группы

2.76 Группы геометрических конфигураций

III Новые теоремы

Проективная геометрия

3.1 Прямые Паскаля циклических шестиугольников конкурентны

3.2 (о поляре треугольника) Если дан произвольный треугольник и произвольная коника, то точки пересечения сторон треугольника и поляр противоположных вершин лежат на одной прямой (поляра треугольника).

3.3 (двойственная Т.3.2)

Если дан произвольный треугольник и произвольная коника, то прямые, проходящие через вершины треугольника и полюсы противоположных сторон, пересекаются в одной точке (полюс треугольника).

3.4 Если треугольник $A_1A_2A_3$, вписан в произвольную конику, и точки A_{ix} и A_{iy} являются проекциями вершины A_i на эту же конику относительно двух произвольных точек X и Y соответственно, то точки пересечения прямых $A_{ix}A_{iy}$ и A_jA_k коллинеарны.

3.5 (двойственная Т. 3.4)

Если треугольник $A_1A_2A_3$ вписан в произвольную конику и точки A_{ix} и A_{iy} являются проекциями вершины A_i на данную конику относительно двух произвольных точек X и Y соответственно, то прямые, проходящие через точки $B_k \equiv (A_{ix}A_{iy} \cap A_{jx}A_{jy})$ и вершины A_k конкурентны.

3.6 (о двух центрах перспективы, обобщающая Т. 3.4 и Т. 3.5)

Если треугольник $A_1A_2A_3$ вписан в произвольную конику и точки A_{ix} и A_{iy} являются проекциями вершины A_i на данную конику относительно двух произвольных точек X и Y соответственно, то

точки $B_k \equiv (A_{ix}A_{iy} \cap A_{jx}A_{jy})$ образуют треугольник, перспективный данному.

3.7 Если два перспективных треугольника вписаны в произвольную конику, то точки пересечения сторон одного треугольника и поляр вершин другого треугольника, противоположных перспективным сторонам первого, коллинеарны (прямые b и b^*).

3.8 (двойственная Т. 3.7)

Если два перспективных треугольника вписаны в произвольную конику, то прямые, проходящие через вершины одного треугольника, и полюсы сторон другого треугольника, противоположных перспективным вершинам первого, конкурентны.

3.9 Если прямые двух пучков $(a_1; a_2; a_3)$ и $(a'_1; a'_2; a'_3)$ пересекаются в точках $A_{ij} \equiv (a_i \cap a'_j)$, то все прямые Дезарга (12 прямых) для любой пары треугольников $A_{11}A_{23}A_{32}$, $A_{21}A_{12}A_{33}$ и $A_{13}A_{22}A_{31}$ (или треугольников $A_{11}A_{22}A_{33}$, $A_{12}A_{23}A_{31}$ и $A_{13}A_{21}A_{32}$) конкурентны.

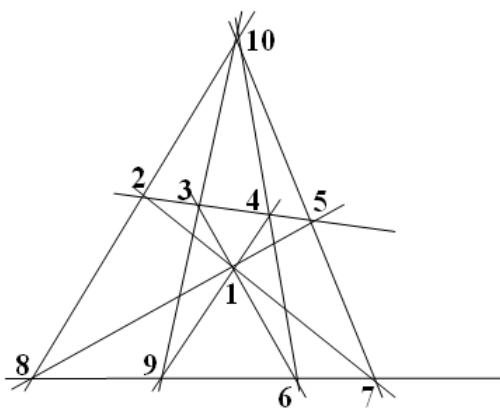
3.10 Если в некотором проективном репере R задана точка A и прямая a , то существует единственный репер R' , в котором точка A координатно-двойственна прямой a .

3.11 Конфигурация Дезарга является КД-конфигурацией

3.12 Конфигурация Дезарга, вершины перспективных треугольников которой расположены на двух произвольных прямых, является КД-конфигурацией.

3.13 Если четыре точки одной прямой дважды перспективны четырём точкам другой прямой, то данная конфигурация является координатно-двойственной.

- 1 - (2, 3, 4, 5)
- 2 - (1, 3, 6)
- 3 - (1, 2, 7)
- 4 - (1, 5, 8)
- 5 - (1, 4, 9)
- 6 - (2, 8, 10)
- 7 - (3, 9, 10)
- 8 - (4, 6, 10)
- 9 - (5, 7, 10)
- 10 - (6, 7, 8, 9)



3.14 (о неподвижной точке)

Если проективное преобразование плоскости задано матрицей $\|g_{ij}\|$, где элементы g_{ij} определяют некоторую произвольную конику, то всякая неподвижная точка данного преобразования координатно-двойственна собственной поляре.

3.15 (обратная Т. 3.14)

Если проективное преобразование задано некоторой коникой, и для данного полюса и его поляры справедлив координатный принцип двойственности, то полюс является неподвижной точкой данного преобразования.

3.16 Автополярная КД-конфигурация Дезарга, относительно некоторой коники, есть инвариант проективного преобразования плоскости, заданного коэффициентами данной коники.

3.17 Если конфигурация двух треугольников, вписанных в общую конику, является КД-конфигурацией, то прямые b и b^* (Т.3.8) и ось перспективы данных треугольников совпадают.

3.18 (обратная Т.3.17)

Если прямые b и b^* и ось перспективы совпадают, то конфигурация Дезарга является КД-конфигурацией.

3.19 Всякая КД-конфигурация, автополярная относительно некоторой коники, является инвариантом проективного преобразования, заданного данной коникой.

3.20 (обратная Т.3.19)

Всякая инвариантная КД-конфигурация, относительно проективного преобразования, заданного некоторой коникой, является автополярной конфигурацией.

3.21 (теорема о восьмиугольнике).

Если два четырёхугольника, вписанных в общую конику, имеют общую точку O пересечения диагоналей, то прямые, проходящие через противоположные вершины восьмиугольника, образованного последовательным пересечением сторон данных четырёхугольников, конкурентны в точке O .

3.22 Если точки B_i являются проекциями вершин A_i треугольника $A_1A_2A_3$ на стороны A_jA_k , относительно произвольной точки P и прямая g пересекает стороны A_jA_k в точках C_i соответственно, то точки пересечения прямых B_iB_j и прямых A_kC_k коллинеарны.

3.23 (о бесконечно удалённой поляре треугольника). Если центр окружности поляры треугольника является ортоцентром данного треугольника, то его поляра является бесконечно-удалённой прямой.

3.24 (Принцип инцидентности)

Координатно-двойственные точки и прямые никогда не инцидентны

3.25 (Принцип взаимности)

Если $A \in a$ и $B \in a$, то прямая $b \in B$ проходит через точку A

3.26 (Следствие 3.25)

Если даны две точки A и B , и, соответственно, координатно-двойственные им прямые a и b , то прямая $AB \in (a \cap b)$

3.27 Если на проективной плоскости дан произвольный треугольник, то всегда существует проективный репер, в котором вершины и стороны данного треугольника координатно-двойственны.

3.28 Гармонически сопряжённые пары точек КД-пучка для одной прямой возможны только на комплексной плоскости CP^2 .

3.29 (о трёх элементарных пучках).

Если точки перспектив трёх элементарных пучков лежат на одной прямой, то:

1. согласованные диагонали их попарных сечений пересекаются в одной точке (теорема Дезарга).
2. точки пересечения противоположных сторон мерцающих шестиугольников пересекаются в точках, лежащих на одной прямой

Планиметрия. Стереометрия

3.30 (о произвольном четырёхугольнике). Если дан произвольный четырёхугольник $A_1A_2A_3A_4$, то точки пересечения прямых $A_{ij}A_{jk}A_{ik}$ и соответственно прямых, перпендикулярных прямым A_kA_m, A_iA_m, A_jA_m и проходящим через точку A_m - (четвёртую точку четырёхугольника) лежат на одной прямой.

3.31 Если дан произвольный четырёхугольник, то прямые, проходящие через середины сторон основания данного четырёхугольника, перпендикулярные соответствующим прямым ортогонального пучка, конкурентны

3.32 Если четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, то центры окружностей, вписанных в треугольники ABC, BCD, CDA и $DAВ$ являются вершинами прямоугольника

3.33 Разность квадратов отрезков касательных, заключённых между точками касания к двум окружностям радиусов R и r , расположенным на некотором произвольном расстоянии друг от друга, есть величина постоянная и равная квадрату длины отрезка касательной к окружностям этих же радиусов, касающихся друг друга.

3.34 Если точки D_i являются соответственно серединами сторон A_jA_k треугольника $A_1A_2A_3$ и прямая m пересекает стороны A_iA_j в точках B_k соответственно, то середины отрезков C_iD_j лежат на одной прямой, где C_i – середины отрезков B_jB_k соответственно.

3.35 (первая версия формулировки теоремы)

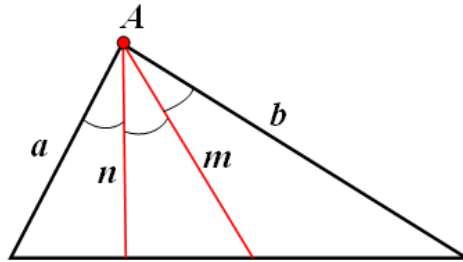
Если a и b длины двух сторон произвольного треугольника, а n и m длины конкурентных им трисектрис, то справедливо выражение:

$$\frac{1}{m} \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{a} \right) = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{b} \right)$$

3.36 (вторая версия формулировки теоремы)

Если даны конкурентные относительно вершины A стороны и трисектрисы произвольного треугольника, то $\frac{\Psi(a,m)}{\Psi(b,n)} = \frac{n}{m}$, где

$\Psi(x,y) = \frac{xy}{x+y}$ - функция отношения произведения двух величин к их сумме.



3.37 Если около треугольника $A_1A_2A_3$ описана окружность и на сторонах данного треугольника как на основаниях построены во внутреннюю сторону равнобедренные треугольники $A_iB_jA_k$, вписанные в эту же окружность, то $\sum P(A_iB_jA_k) - P(A_1A_2A_3) = 2P(B_1B_2B_3)$, где $P(A_1A_2A_3)$ - периметр треугольника $A_1A_2A_3$, а индексы i, j, k по разу принимают значения $\{1, 2, 3\}$ и $i \neq j \neq k$.

3.38 Прямые, проходящие через середины сторон треугольника и делящие его периметр пополам, пересекаются в одной точке H . Причём точка Нагеля N , центр тяжести треугольника G и точка H лежат на одной прямой и $|HN| = 3 \cdot |NG|$.

3.39 Прямые, проходящие через вершины треугольника и середины противоположных свёрток периметра данного треугольника, пересекаются в одной точке L (Эл-точке).

3.40 Если окружность с центром в точке O описана около треугольника $A_1A_2A_3$ и прямые A_iO пересекают стороны треугольника

и окружность соответственно в точках B_i и C_i , то $\sum_{i=1}^3 \frac{|B_iC_i|}{|A_iB_i|} = 1$.

3.41 (о постоянстве объёма)

Объём тела, образованного вращением сегмента круга вокруг оси, проходящей через центр данного круга и параллельно хорде данного сегмента, есть величина постоянная, независящая от радиуса круга данного сегмента и равная объёму шара, диаметром равным длине хорды данного сегмента.

3.42 Если тор и сфера имеют общий центр симметрии и сумма квадратов радиусов тора равна квадрату радиуса сферы, то сфера рассекает тор на две равновеликие части.

3.43 Векторная функция преобразований G_0 и P_0 переводят любую точку плоскости в начало координат.

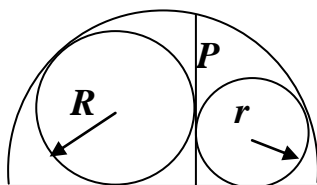
3.44 (О повороте перпендикуляра)

Если преобразование $\alpha_O : A \xrightarrow{\alpha_O} A^*, B \xrightarrow{\alpha_O} B^*$ является поворотом вокруг точки O , где $OB \perp BA$, то прямая BB^* делит отрезок AA^* пополам.

3.45 Если в четырёхугольнике $ABCD$ $AB=CD$ и прямая m проходит через середины сторон BC и AD , то отрезки, образованные продолжением сторон AB и CD до пересечения с прямой m будут равны.

3.46 Если два равносторонних, равных треугольника $A_1A_2A_3$ и $B_1B_2B_3$ имеют общую вершину $A_i \equiv B_j$, а вершины $A_k \neq B_i$ принадлежат окружности с центром в точке O и радиусом, равным стороне данных треугольников, то точки A_j , B_k и O либо лежат на одной прямой, либо являются вершинами равностороннего треугольника.

3.47 Если перпендикуляр P , восстановленный на диаметре полуокружности, делит эту полуокружность на две части, в которые вписаны окружности радиусов R и r , то справедливо уравнение: $P^2 - P(R+r) - Rr = 0$.



3.48 Если даны две произвольные окружности, то центр окружности, касательной к данным, принадлежит кривой второго порядка.

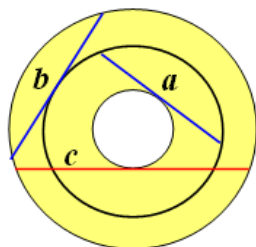
3.49 Площадь кольца данного диаметра равна площади круга этого диаметра.

3.50 Квадрат секущей равен сумме квадратов касательных.

3.51 Если две окружности имеют общую точку касания (пересечения) и их общая секущая проходит через эту точку, то квадрат секущей равен сумме квадратов касательных.

3.52 (о диаметрах кольца).

Если концентрическая кольцу окружность делит кольцо на внешнее и внутреннее, то квадрат диаметра данного кольца равен сумме квадратов диаметров внешнего и внутреннего колец.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

3.52.1 (следствие Т. 3.52)

Если дано кольцо, то квадрат диаметра внешней окружности кольца равен сумме квадратов диаметров кольца и внутренней окружности данного кольца

3.53 Теорема о выпуклом пятиугольнике

3.53.1 Первая формулировка

Если дан произвольный пятиугольник $A_1A_2A_3A_4A_5$ его диагонали A_iA_j , A_iA_k , A_nA_m , то центры тяжести треугольников $A_iA_jA_n$, $A_iA_kA_m$, $A_iA_mA_n$ и $A_iA_jA_k$ являются вершинами параллелограмма.

3.53.2 Вторая формулировка

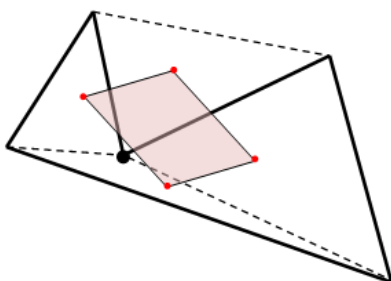
Если в произвольном пятиугольнике три диагонали проведены таким образом, что полученные четыре треугольника имеют общую вершину, то центры тяжести этих треугольников являются вершинами параллелограмма.

3.53.3 Третья формулировка

Если четыре треугольника, которые построены на сторонах и диагоналях произвольного пятиугольника имеют общую вершину, то их центры тяжести являются вершинами параллелограмма.

3.53.4 Четвёртая формулировка

Если стороны и диагонали произвольного пятиугольника образуют четыре треугольника с общей вершиной, то центры тяжести этих треугольников являются вершинами параллелограмма.



3.53.5 Частный случай теоремы о пятиугольнике

Если дан правильный пятиугольник, то, построенный параллелограмм является ромбом, причём отношение стороны

пятиугольника к стороне ромба относится, как число 3 относится к числу «золотого сечения».

3.54 (о вложенном ромбе)

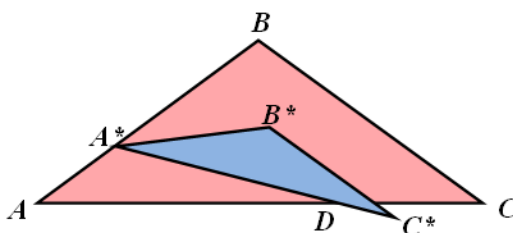
Если дан внутренний перпендикуляр треугольника, то его концы отсекают от замыкающих сторон отрезки, длины которых соответственно пропорциональны квадратам длин замыкающих сторон.

3.55 (вторая теорема о вложенном ромбе):

Если дан треугольник и вложенный ром, то определяющая диагональ делит опорную сторону треугольника на части, пропорциональные смежным сторонам, а вторая диагональ вложенного ромба отсекает от смежных сторон отрезки, соответственно пропорциональные квадратам этих же сторон.

3.56 (о равнобедренных треугольниках)

Если два равнобедренных треугольника расположены таким образом, что боковая вершина одного треугольника принадлежит боковой стороне (или её продолжению) другого треугольника, а вторые боковые стороны треугольников параллельны, то угол между боковыми сторонами в два раза больше угла, образованными сторонами оснований (или их продолжениями).



3.57 Разность квадратов диаметров внешнего и внутреннего кругов, образующих кольцо, равна квадрату диаметра исходного кольца

Дифференциальная теория чисел

3.58 Если $x + \partial x = y + \partial y$ и $(x; n) = 1, (y; n) = 1$, то справедливо тождество: $nx + \partial(nx) = ny + \partial(ny)$.

3.59 Если $x + \partial x = y + \partial y$ и $\left(x; \frac{x}{n}\right) = 1, \left(y; \frac{y}{n}\right) = 1$, то справедливо тождество: $\frac{x}{n} + \partial\left(\frac{x}{n}\right) = \frac{y}{n} + \partial\left(\frac{y}{n}\right)$.

3.60 Если $\partial x + \partial y = x + y$ и $(x; n) = 1, (y; n) = 1$, то справедливо тождество: $\partial(xn) + \partial(yn) = (n + 2\partial n)(x + y)$.

3.61 Если $\partial x = y - x$ и $(x; n) = 1$, то справедливо тождество: $\partial(xn) = (n + \partial n)y - nx$.

3.62 Если свободный член C приведённого квадратного уравнения $x^2 + Bx + C = 0$, имеющего целочисленные решения, является произведением двух простых сомножителей, то $\partial C = -B + 1$.

3.63 Если для простого числа P существуют $\int_n P = N_1 N_2$, и $\int_m P = M_1 M_2$, где N_i и M_i простые числа больше 1, то решениями диофантового уравнения $X^2 + Y^2 - (P - 1) \cdot (X + Y) + \int_{n,m} P = 0$ будут совокупности равенств:

$$\begin{cases} X_i = N_i \\ Y_j = M_j \end{cases}.$$

3.64 (о простом произведении). Если натуральное число $n = P \cdot \alpha_1$, где $P > 3$ – простое число, то $\partial(n) = n + 2 \cdot \alpha_1$.

Топология. Теория групп. Теория матриц. Теория чисел

3.65 Лист Мёбиуса, «склеиваемый» из прямоугольника $L \times H$, при $\frac{L}{H} \geq \xi$, гладко укладывается на поверхность K -Мёбиуса условного радиуса $R = \frac{L}{\cos \omega + 2 \sin \omega}$; $\omega = \frac{\pi}{2} \sqrt{2 - \sqrt{3}}$.

3.66 Если n зависимых замкнутых кривых имеют k точек пересечения (касания), то существует замкнутая кривая с таким же числом точек самопересечений (самокасаний) изоморфная исходным кривым.

3.67 Если две кривые замкнутая и незамкнутая зависимы, то они изоморфны одной незамкнутой кривой.

3.68 Если среди подгрупп некоторой конечной группы существует хотя бы две изоморфные взаимно простые подгруппы A и B , и существует хотя бы один элемент a_i не коммутативный с подгруппой B , то между подгрупп этого порядка существует циклический изоморфизм.

3.69 Всякая невырожденная матрица второго порядка представима в виде линейной комбинации матриц её сопряжённых корней.

3.70 Всякую невырожденную матрицу второго порядка можно разложить на коммутативные множители.

3.71 (теорема об исключении)

Для любого действительного числа $x > 1$ всегда найдётся такое действительное число $y > 1$, $y \neq x$, что будет выполняться равенство: $x^y = y^x$. Исключением данной теоремы является число Эйлера $x = e = 2,71828\dots$

3.72 Если два числа x и y p -ичной системы счисления имеют одинаковую сумму поразрядных цифр, то $x \equiv y \pmod{p-1}$.

3.73 Сумма гауссовой и средней кривизны единичного тора $(R, 1)$ равна -1

3.74 Определитель порядка $n = 2^k$, элементы которого соответственно равны числам квадратного поля такого же порядка, упакованного по алгоритму (АУ), равен нулю.

3.75 Если в q -ичной системе счисления $\frac{1}{P} = 0,(\overline{a_1 a_2 \dots a_{p-1}})$, где P - простое число, то $\sum_{i=1}^{P-1} a_i = \frac{(P-1) \cdot (q-1)}{2}$.

3.76 Если даны два числа u_i и u_j , то их произведением будет число $u_k \in U$, где $U \supset u \equiv 1 \pmod{6}$.

3.77 Если даны два числа u_i и w_j , то их произведением будет число $w_k \in W$, где $W \supset w \equiv 5 \pmod{6}$.

3.78 Если даны два числа w_i и w_j , то их произведением будет число $u_k \in U$.

3.79 Простейшее расслоение листа Мёбиуса принадлежит поверхности тора.

3.80 Если дано замкнутое клеточное поле порядка k и в каждую клетку данного поля вписан произвольный элемент $a_i \in \{0, 1, \dots, q_p\}$ p -ичной системы счисления, то сумма всех n -разрядных чисел (согласно выбранному обходу) вычисляется по формуле

$$S = \frac{\sum_{i=1}^k a_i}{P-1} (p^n - 1).$$

3.81 Если дана система счисления с основанием P , то K последовательных чисел от 0 до $k-1$ этой системы счисления, представленных n разрядами, можно упаковать в замкнутое клеточное поле, состоящее из K клеток, причём одной клетке соответствует один разряд числа и $K = P^n$.

3.82 Для любого натурального n существует $k = 2n + 1$ последовательных чисел таких, сумма квадратов первых $n+1$ чисел равна сумме квадратов следующих n чисел. Причём, первое число в этой последовательности равно $a = n(2n + 1) = n \cdot k$.

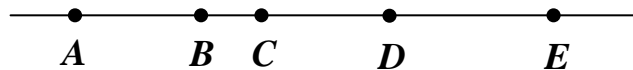
3.83 Если $n = p \cdot k$ и $(p, k) = 1$, где p – простое, то $\partial n = \partial k(p + 1) + k$.

3.84 Сумма всех значений сложного отношения (AB, CD) на проективной прямой есть величина постоянная и равная:

$$\sum_i^6 (AB, CD)_i = 3.$$

3.85 (о пяти точках на проективной прямой)

Если на проективной прямой даны пять точек A, B, C, D и E , то справедливо равенство: $(AB, CD) \cdot (AB, DE) \cdot (AB, EC) = 1$.



3.86 (о первообразном числе для простого исходного числа)

Если $n=P$ и $P - (P_i + 1) = P_j$, где P_i, P_j - простые, то $\partial(P_i \cdot P_j) = n$

3.87 Если $n = 6P$, $P > 3$ - простое число, то $\partial n = n + 12 = 6(P + 2)$.

3.88 (о порядке группы винта)

Порядок $P(B_n)$ группы винта равен порядку симметрической группы $P(S_{n-1})$.

3.89 (об изменении ориентации элемента группы).

Левое произведение уникального элемента и любого исходного элемента группы винта меняет в произведении ориентацию спина исходного элемента на противоположную.

3.90 (Первая теорема о трети f)

Удвоенная производная трети f равна первому интегралу этой трети

$$2 \cdot \partial \left(\frac{1}{3} f \right) = \int_1 \left(\frac{1}{3} f \right).$$

3.91 (Вторая теорема о трети f)

Сумма двух интегралов трети f равна целому f .

$$\oint_{1,2} \left(\frac{1}{3} f \right) = f.$$

3.90 (теорема замыкания). Учетверённая третья производная f равна её же утроенной четвёртой производной.

$$4 \cdot \partial^3(f) = 3 \cdot \partial^4(f).$$

3.91 (вторая теорема замыкания). Учетверённая вторая производная основной константы квантования равна производной от учетверённой этой же константы.

$$4 \cdot \partial^2(f) = \partial(4f).$$

3.92 Каждый элемент конечной группы имеет спин.

3.93 В каждой конечной группе существует *специальный* элемент, который при умножении слева меняет спин элемента на противоположный.

IV. Новые уравнения

Аналитическая и дифференциальная геометрия

4.1 Дифференциальное уравнение сопряжённых пространств.

$$x_1 dx^1 + x_2 dx^2 + x_3 dx^3 = 0$$

4.2 Общее уравнение тороиды, имеющей ω витков

$$\vec{\rho} = (R + r \cos(\omega \cdot \varphi)) \cdot (\vec{i} \cos \varphi + \vec{j} \sin \varphi) + r \sin(\omega \cdot \varphi) \vec{k}$$

4.3 Уравнение правильного (т. е. расположенного на K -Мёбиусе) листа Мёбиуса

$$\vec{\rho} \cdot (\varphi, \nu) = r \cdot \vec{e} + (a + \nu) \cdot \vec{w}$$

4.4 Уравнение геодезических линий в цилиндрических координатах на круговом конусе

$$Z = \frac{C_2}{\cos(\alpha)}, \text{ где } \alpha = \frac{a(\varphi - C_1)}{\sqrt{a^2 + 1}}.$$

4.5. Уравнение геодезических линий в сферических координатах на простейшем торе

$$\varphi = \frac{1}{2} \sqrt{C_1 - (1 + \operatorname{ctg}^2 \theta)^2} + C_2$$

4.6. Естественное представление формул Френе

$$x_1 \frac{dx_1}{ds} + x_2 \frac{dx_2}{ds} + x_3 \frac{dx_3}{ds} = 0$$

4.7. Параметрическое уравнение линии самопересечения поверхности Мёбиуса

$$V - UV - 4s^2 \sqrt{3}(l - U)(V + U - l) = 0$$

4.8. Векторное уравнение поверхности конуса

$$\overline{\rho(\varphi, \theta)} = l \cdot \frac{\sin(\theta) \cdot \left(\overline{k} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \overline{e} \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right)}{\sin(\theta) + \cos(\theta) \cdot \operatorname{Ctg}\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

4.9. Уравнение поверхности второго порядка в фокальных координатах

$$x^2 + y^2 + z^2 = \left[\frac{n - 2nx - (R - r)^2}{2(R - r)} \right]^2.$$

Проективная геометрия. Планиметрия

4.10. Уравнение поляры треугольника

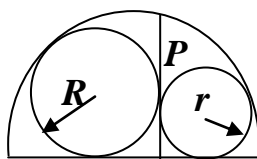
$$\frac{x_1}{g_{23}} + \frac{x_2}{g_{13}} + \frac{x_3}{g_{12}} = 0$$

4.11. Уравнения псевдоосей перспективы

$$4.11.1 \quad x_1 g_{23} + x_2 g_{13} + x_3 g_{12} = 0$$

$$4.11.2 \quad \sum_{i=1}^3 x_i (g_{ij} + g_{ik} - g_{jk}) = 0$$

4.12. Уравнение, связывающее параметры R , r и P в полуокружности (уравнение перпендикуляра)



$$P^2 - P(R + r) - Rr = 0$$

4.13. Характеристическое уравнение взаимного движения точки по окружности и вращения прямой вокруг центра этой же окружности (следствие теоремы 3.30)

$$\cos(\alpha + \gamma - \beta) \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \cos(\beta + \gamma) \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\varphi}{2}\right)$$

4.14. Уравнение кривой, образованной гладким разгибанием окружности

$$\rho = \pi R \frac{\cos \varphi}{\varphi}$$

4.15. Уравнение кривой (Мактоида)

$$\rho = 4\pi R \frac{\cos \varphi}{\pi + 2\varphi},$$

правая ветвь $\left[\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$; левая ветвь $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

4.16. Уравнение развёртки рогатого полиэдра

$$2b^3 - 2b^2 - ba^2(1 + 2\sqrt{3}) + a^3(1 + \sqrt{3}) = 0,$$

или

$$(b - 1)(2b^2 - 1 - \sqrt{3}) - b\sqrt{3}a^3 = 0$$

4.17. Уравнение геометрической телепортации проективного пространства

$$E(x_1^*, x_2^*) = \frac{i}{2} \cdot H(x_1, x_2, y_1, y_2) - i \cdot \ln\left(\left|\sqrt{c^2}\right| - \sqrt{c^2 - e^H}\right)$$

4.18. Система уравнений для метода реперных точек

$$Y_i = a_1(1 - a_2 \cdot \exp(-a_3 \cdot X_i)) + a_4 \quad i = \{1, 2, 3, 4\}$$

4.19. Характеристическое уравнение многоугольника на целочисленной решётке (уравнение энергии пространства).

$$E^2 - e_0 \cdot E - k(k+1) = 0$$

4.20. Обобщённое уравнение массы

$$\overline{M}^2 - E \cdot \overline{M} + I^2 = 0.$$

4.21. Система уравнений правильного треугольника a и $X, Z, V < a$

$$\begin{cases} X^2 + 2X(Y - Z) - YZ = 0 \\ Z^2 + 2Z(W - V) - WV = 0 \\ U + V = Z + W = X + Y = a \end{cases}$$

4.22. Система матричных уравнений циклического изоморфизма

$$\begin{cases} X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^2 - Z^2 \cdot X^{\frac{1}{2}} = 0 \\ Y^{\frac{1}{2}} \cdot Z^2 - X^2 \cdot Y^{\frac{1}{2}} = 0 \\ Z^{\frac{1}{2}} \cdot X^2 - Y^2 \cdot Z^{\frac{1}{2}} = 0 \end{cases}$$

Теория матриц. Теория чисел

4.23. Характеристическое уравнение для нахождения параметра t , необходимого при вычислении корня кубического из матрицы второго порядка

$$t^3 - 3 \cdot t \cdot \sqrt[3]{\Delta} - (a_{11} + a_{22}) = 0,$$

где Δ - определитель матрицы $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

4.24. Собственное уравнение матрицы второго порядка

$$\pm P \cdot (\lambda^2 - \Delta) = \lambda \cdot (A^2 - \Delta E),$$

P - произведение сопряжённых корней

4.25. Уравнения, связывающие число $e = 2,718...$ - основание натуральных логарифмов и число $\varphi = 1,618...$ - «золотое сечение»

$$4.25.1 \quad x^{\frac{1}{x-1}} = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x.$$

$$4.25.2 \quad x^{\frac{x}{x-1}} = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1}.$$

4.26. Характеристическое уравнение упаковки клеточного поля из 2^k клеток.

$$N^2 - 3N + 2(X - MP) = 0$$

4.27. Уравнение «золотого сечения»

$$x^2 - L_n \cdot x + (-1)^n = 0 \quad x_1 = \Phi^n \quad x_2 = \frac{1}{(-\Phi)^n}$$

L_n – числа ряда Люка

Теория тонкого тела. Гидродинамика. Нанотехнологии

4.28. Уравнение состояния неопределённости энергии формы и энергии содержания элементарного тонкого тела.

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} - e_0 \frac{d\psi}{dx} - n(n+1) = 0$$

4.29. Условия объединения уравнения состояния неопределённости и уравнения Шрёдингера для водородоподобного атома

$$\begin{cases} e_0 = 2\beta \\ n(n+1) = \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{q}{r} \end{cases}$$

4.30. Уравнение перетока жидкости для сообщающихся сосудов, расположенных на одном уровне

$$\frac{d^2 H}{dt^2} - \frac{H_o}{T^2} = 0$$

4.31. Система уравнений геометрических характеристик фуллеренов и нанотрубок

$$\begin{cases} \sum_{n=3}^8 (n \cdot Z_n) = 3N \\ \sum_{n=3}^8 Z_n = \frac{N}{2} + 2 \end{cases}$$

4.32. Система уравнений, характеризующих кривизну поверхности фуллеренов и нанотрубок

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n N_i k_i = 4\pi \\ \sum_{i=0}^n N_i = N \end{cases}$$

4.33. Характеристические уравнения теории сфер.

$$(R^*)^2 \pm 2a \cdot R^* \mp \frac{F \cdot n^2}{G \cdot x^2} = 0$$

4.34. Уравнение определения константы a (теорема 3.80)

$$a^2 - 2na - n^2(1 + 2n) = 0$$

4.35. Система уравнений рекуррентного расширения каркаса решётки $P(I)$.

$$\begin{cases} 4 \cdot V_T(n) + V_O(n) = V_T(2n) \\ 8 \cdot V_T(n) + 6 \cdot V_O(n) = V_O(2n) \end{cases}$$

4.36. Система уравнений рекуррентного сжатия каркаса решётки $P(I)$.

$$\begin{cases} \frac{V_O(2n) - 2 \cdot V_T(2n)}{4} = V_O(n) \\ \frac{6 \cdot V_T(2n) - V_O(2n)}{16} = V_T(n) \end{cases}$$

4.37. Уравнение экспоненциального расширения решётки

$$\frac{1}{t} e^2 = k_1 [S_T(t) + k_2 S_O(t)]$$

4.38. Уравнение объёма решётки

$$V(t) = \frac{2(t+1) \cdot (2(+1)^2 + 1)}{3}$$

V. Новые математические формулы

Дифференциальная геометрия. Проективная геометрия. Планиметрия. Стереометрия.

5.1. Формула, связывающая радиус-вектор \vec{r} произвольной поверхности и вектор нормали \vec{n} к данной поверхности.

$$d^2(\vec{r} \cdot \vec{n}) = \vec{r} \cdot d^2\vec{n} - \vec{n} \cdot d^2\vec{r}$$

здесь $(-\vec{n} \cdot d^2\vec{r})$ – вторая квадратичная форма.

5.2. Формула, связывающая ковариантные и контравариантные координаты вектора \vec{a}

$$\int x_i dx^i = \frac{1}{2} \left| \vec{a} \right|^2,$$

(суммирование по верхним и нижним индексам)

5.3. Формула, связывающая циклические шестиугольники

$$(K_i \cup K_j) \Delta (K_i \cup K_n) = (K_j \cup K_n),$$

здесь Δ - операция симметрической разности

5.4. Формула для вычисления числа $f(n)$ кортежей из n чисел

$$f(n) = n^2 - n + 1$$

5.5. Формула для вычисления площади многоугольника, вершины которого расположены точно в междоузлиях целочисленной решётки

$$S = B + \frac{\Gamma}{2}$$

5.6. Формулы, описывающие ромбическую мозаику правильных многоугольников

5.6.1 Число ромбов в мозаике

$$Z = \frac{2n(n-2) + 1 - (-1)^n}{16}$$

5.6.2 Число малых ромбов в мозаике

$$N = \frac{k \cdot (k-1) \cdot (n-1)}{8}$$

5.6.3 Число ромбов вида i

$$r_i = \frac{n - 2 \cdot i}{2}$$

5.6.4 Число малых ромбов по видам $i = \{1, 2, \dots, (n-1)\}$

$$q_i = \frac{k \cdot (k-1) \cdot (n - 2 \cdot i)}{2}$$

5.7. Формула для вычисления количества вариантов V , взаимного расположения k хорд, не имеющих общих точек среди n точек на окружности

$$V = \frac{1}{k!} \prod_{i=1}^k C_{n-2(i-1)}^2$$

5.8. Главная формула футбольного поля

$$P = \varphi^2 \cdot \sqrt{S}$$

5.9. Формула, связывающая гауссову K и среднюю H кривизну на торе (R, r)

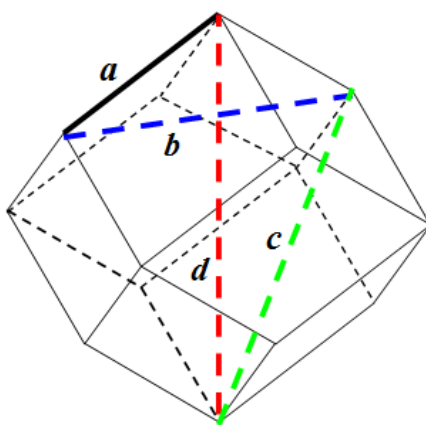
$$H + Kr + \frac{1}{r} = 0$$

5.10. Формула связи теоремы Пифагора и теоремы о трёх касательных

$$\sqrt{\frac{d_1}{d_2}} = \frac{tg(\alpha_1)}{tg(\alpha_2)}$$

5.11. Формула слабой метрики в точке $(x_1 : x_2 : x_3)$

$$m = \frac{x_1 - x_3}{x_2 - x_3}$$

5.12. Метрика ромбического додекаэдра:

$$5a^2 = 4d^2 - 3a^2$$

5.13. Формулы преобразования координат геометрии проективной плоскости в эвклидову

$$X_i = t \cdot [x_{1i} \mp (-1)^i x_{2i} \pm (i-2)x_{3i}]$$

$$Y_i = t \cdot [y_{1i} \pm (2-i)y_{2i} \mp (-1)^i y_{3i}]$$

где $x_{2i} = y_{2i}$; $x_{3i} = y_{3i}$

5.14. Формула относительной модельной плотности адрона

$$J = \frac{\sum S_k}{S}$$

5.15. Формулы отношения отрезков стороны треугольника при делении L -чевианой

$$\frac{|A_i F_k|}{|F_k A_j|} = \frac{|A_i A_j| + (|A_k A_i| - |A_k A_j|)}{|A_i A_j| - (|A_k A_i| - |A_k A_j|)}$$

$$|A_i F_k| + |A_j A_k| = |F_k A_j| + |A_i A_k| = \frac{p}{2}$$

5.16. Формулы геометрической «телепортации».

$$5.16.1 \quad \overline{H} = -2i \cdot E$$

$$5.16.2 \quad \cos^2(E) + \frac{k^2}{e^H} = 1$$

5.17. Формула метрики четырёх геометрий

$$\varphi \cdot \overline{H} = E \cdot \sqrt{S^2 - X^2 - Y^2} \quad \text{или} \quad \varphi \cdot \overline{H} = E \cdot Z$$

5.18. Формула для подсчёта количества диагоналей полиэдра гомеоморфного сфере.

$$D = C_B^2 + P - \sum_{k=3}^n (C_k^2 \cdot \Gamma_k)$$

5.19. Закон геометрического расширения

$$2 \cdot \sum_{i=1}^3 (h_i) = \sum_{i=1}^3 H_i$$

Топология. Теория матриц.

5.19. Формула для вычисления числа Q частей поверхности, гомеоморфной поверхности круга, рассечённой P произвольными кривыми

$$Q = P + \sum_{n=2}^k [T_{2n}(n-1)] + 1,$$

здесь T_{2n} - сумма точек пересечений порядка $2n$

5.20. Формула для вычисления значения определителя n -го порядка, инвертированного по отношению к единичному определителю того же порядка

$$\Delta^n = (n-1)(-1)^n$$

5.21. Формула для вычисления кубических корней из невырожденной матрицы A второго порядка

$$\sqrt[3]{A} = \frac{A + t \cdot \sqrt[3]{\Delta}}{t - \sqrt[3]{\Delta}} E,$$

t находится из характеристического уравнения **4.23**

5.22. Формула, позволяющая вычислить матрицу K для разложения матрицы B на коммутативные множители

$$K = \frac{b_{ii}^2 - \Delta_B}{2\sqrt{b_{ii}b_{12}b_{21}}} E,$$

где $A = \sqrt{B + K^2}$, $B = (A + K) \cdot (A - K) = (A - K) \cdot (A + K)$

5.23. Критерий разложения матрицы A на коммутативные множители X и Y , у которых $x_{ii} = y_{ii} = 0$, $i = 1$ либо $i = 2$

$$\Delta_{ii}^2 = \Delta_A$$

5.24. Формула, для вычисления квадратных корней из комплексного числа $z = a + bi$

$$\sqrt{z} = \pm \frac{z + r}{\sqrt{2(a + r)}}, \text{ где } r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

5.25. Формула, для вычисления кубических корней из комплексного числа $z = a + bi$

$$\sqrt[3]{z} = \frac{1}{t^2 - \sqrt[3]{r^2}} \left(z + t\sqrt[3]{r^2} \right), \text{ где}$$

$$t^3 - 3t\sqrt[3]{r^2} - 2a = 0.$$

5.26. Формула, для вычисления корня квадратного из кватерниона $z = a + bi + cj + dk$

$$\sqrt{z} = \pm \frac{z \pm |z|}{\sqrt{2 \cdot (a \pm |z|)}}$$

5.27. Формула, для вычисления корня кубического из кватерниона $z = a + bi + cj + dk$

$$\sqrt[3]{z} = \frac{1}{t^2 - \sqrt[3]{|z|^2}} \left(z + t \sqrt[3]{|z|^2} \right), \text{ где}$$

$$t^3 - 3t \sqrt[3]{|z|^2} - 2a = 0.$$

5.28. Формулы, для разложения кватерниона $z = a + bi + cj + dk$ на коммутативные множители

$$z_1 = \frac{1}{n}(1 + m + n + z), \quad z_2 = \frac{1}{n}(1 + m - n + z)$$

$$z_1 = -\frac{1}{n}(1 - m + n + z), \quad z_2 = -\frac{1}{n}(1 - m - n + z),$$

где $m = \sqrt{1 + 2a + |z|^2}$, $n = \sqrt{2(1 + a \pm m)}$

5.29. Формулы, связывающие характеристики развёрток с характеристиками сферических графов, а также характеристики развёрток двойственных сферических графов

$$\mathbf{5.29.1} \quad \Gamma' = \Gamma; \quad B' = 2(B - 1); \quad P' = 2P - \Gamma + 1,$$

где Γ - грани, B - вершины, P - рёбра сферического графа, Γ' , B' , P' - соответственно характеристики развёртки этого графа.

$$\begin{aligned} \mathbf{5.29.2} \quad & (B^*)' = 2(\Gamma' - 1); \\ & (\Gamma^*)' = \frac{B'}{2} + 1; \\ & (P^*)' = P' + \Gamma' - \frac{B'}{2} - 1 \end{aligned},$$

где $(\Gamma^*)', (B^*)', (P^*)'$ - характеристики развёртки двойственного сферического графа

5.29.3 Константа развёрток двойственных сферических графов

$$\Gamma' + 3P' - B' = (\Gamma^*)' + 3(P^*)' - (B^*)'$$

5.29.4 Характеристические формулы для развёрток самодвойственных сферических графов

$$P' + \Gamma' - 2B' = 1$$

или

$$2P' = 3B'; \quad 2\Gamma' = B' + 2; \quad P' = 3(\Gamma' - 1);$$

$$P'_\Gamma = 2(B - 1),$$

P'_Γ - число рёбер, образующих границу развёртки сферического графа. Все формулы **5.28** справедливы для развёрток полиэдров, двойственных полиэдров и самодвойственных полиэдров соответственно.

5.30. Формулы, связывающие элементы x_i и t_i группы сложного отношения

$$\mathbf{5.30.1} \quad x_i = \frac{t_j}{x_k} = \frac{t_k}{x_j} \quad t_i = \frac{x_j}{t_k} = \frac{x_k}{t_j}$$

$$\mathbf{5.30.2} \quad \frac{dx_1}{d\omega} = -\frac{dt_3}{\omega} = 1, \quad \frac{dx_2}{d\omega} = -\frac{dt_1}{d\omega} = \frac{1}{\omega}, \quad \frac{dx_3}{d\omega} = -\frac{dt_2}{d\omega} = \frac{1}{(1+\omega)^2}$$

$$\mathbf{5.30.3} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{d\omega} = x_3 t_3 \\ \frac{dx_3}{d\omega} = -\frac{x_1 t_1}{t_3} - \frac{1}{t_3 x_2} \\ \frac{dx_2}{d\omega} = \frac{t_1}{x_1} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dt_3}{d\omega} = -x_1 t_1 \\ \frac{dt_1}{d\omega} = \frac{x_3 t_3}{x_1} + \frac{1}{x_1 t_2} \\ \frac{dt_2}{d\omega} = -\frac{x_3}{t_3} \end{array} \right.$$

5.31. Обобщённая формула Эйлера для многогранников

$$\frac{1}{P} = \frac{\Gamma}{\sum_{k=3}^n k\Gamma_k} + \frac{B}{\sum_{k=3}^m kB_k} - \frac{1}{2}$$

5.32. Формула для вычисления диагоналей фуллеренов и нанотрубок

$$D = \frac{N \cdot (N - 4)}{2} - \sum_{n=3}^8 \left(\frac{n \cdot (n - 3)}{2} \cdot Z_n \right)$$

5.33. Формула для вычисления числа замкнутых конфигураций из n точек

$$Q(n) = \frac{(n-1)!}{2}$$

5.34. Формула для вычисления числа замкнутых конфигураций из n точек с точностью до поворотов для простых n .

$$Q(n) = \frac{(n-1)! + (n-1)^2}{2 \cdot n}$$

5.35. Рекуррентные формулы координатного ряда: 0, 1, 1, 3, 5, 11, 21, 43,...

$$5.35.1 \quad T(n+1) = 2T(n) + (-1)^n$$

$$5.35.2 \quad T(n+1) = 2^n - T(n)$$

5.36. Формула общего члена координатного ряда

$$T(n) = \frac{2^n - (-1)^n}{3}.$$

**Теория чисел. Теория вероятностей.
Системы счисления. Комбинаторика. Теория групп**

5.37. Формула для вычисления количества чисел K P -ичной системы счисления, упакованных в замкнутое клеточное поле из K клеток и представленных n разрядами каждое

$$K = P^n, \quad (\text{числа от } 0 \text{ до } K-1)$$

5.38. Формула для нахождения суммы чисел, упакованных в замкнутое клеточное поле.

$$S = \frac{P^n - 1}{P - 1} \cdot (a_1 + a_2 + \dots + a_K),$$

K - количество клеток в поле, n - разрядность чисел, a_i - элемент P -ичной системы счисления из данного клеточного поля

5.39. Формула для вычисления натуральной степени n натурального числа K через биномиальные разложения

$$K^n = \sum_{x=1}^K \left(\sum_{i=1}^n \left((-1)^{i+1} \cdot C_n^i \cdot x^{n-i} \right) \right)$$

5.40. Формула суммы квадратов последовательных $n+1$ чисел, для

которых $\sum_{x=0}^n [n(2n+1) + x]^2 = \sum_{x=n+1}^{2n} [n(2n+1) + x]^2$

$$S = \frac{k \cdot n(n+1) \cdot [6n \cdot (k+1) + 1]}{6}$$

5.41. Формула общего члена ряда Эйлера

$$t_n = \frac{6n^2 + 6n + 1 + (2n+1)(-1)^{n-1}}{16}$$

5.42. Теорема Эйлера о сумме делителей натурального числа n

$$\sigma(n) = \sum_{k=1}^{t_{\max} \leq n} \left\{ \left[\sigma(n - t_{2k-1}) + \sigma(n - t_{2k}) \right] \cdot (-1)^{k+1} \right\}$$

5.43. Теорема Эйлера о биномиальном произведении

$$\prod_{k=1}^{\infty} (1 - x^k) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[(x^{t_{2k-1}} + x^{t_{2k}}) (-1)^{k+1} \right] = 1$$

5.44. Формула паркета

$$\frac{\sum_{i=1}^N D_i}{N} = \frac{1}{\pi} \frac{L \cdot U}{F}$$

5.45. Формула числа треугольников

$$T(k) = \frac{2k \cdot (k+2)(2k+1) - 1 + (-1)^k}{16}$$

5.46. Формула для вычисления сопряжённых направлений в мозаике

$$\delta_k = \frac{1}{5} \pi \cdot k$$

5.47. Формулы диагоналей клетки замощения

$$5.47.1 \quad d_i = a \sqrt{i+2-\varphi}, \quad i \in \{1, 2, 3, 4\}$$

$$5.47.2 \quad d_5 = \varphi \cdot a(3-\varphi),$$

$$5.47.3 \quad d_6 = \varphi^2 \cdot a,$$

$$5.47.4 \quad d_7 = \varphi \cdot a \sqrt{5-\varphi}.$$

5.48. Формула связи площади клетки замощения с площадью правильного 10-угольника

$$F_8 = \frac{1}{\sqrt{5}} S_{10}$$

5.49. Формулы пифагоровых четвёрок

$$5.49.1 \quad (2n)^2 + [2(n+2)]^2 + [2n(n+2)+3]^2 = [2n(n+2)+5]^2$$

$$5.49.2 \quad n^2 + (n+2k-1)^2 + ((n+k)^2 + k^2 - 2k - n)^2 = ((n+k)^2 + (k-1)^2 - n)^2$$

$$5.49.3 \quad (2n\sqrt{k})^2 + (2n\sqrt{k})^2 + [n(2n)-k]^2 = [n(2n)+k]^2$$

5.50. Формула суммы квадратов объёмов тетраэдров

$$\sum_{i=1}^4 V_i^2 = V_T$$

5.51 Формула произведения элементов группы винта

$$|b_k\rangle \cdot \langle b_k|^{-1} = \langle b_k| \cdot |b_k\rangle^{-1}$$

5.52. Формула места N_n числа n в упаковке:

$$N_n = \left(n \frac{2n^2 - 3n + 7}{6} + C(n-1) \right) \bmod(K)$$

5.53. Формула преобразования решёток $P(I) \rightarrow P(II)$

$$Y(II) = Y_1(I) \cup 4 \cdot \left[\frac{1}{8} Y_2(I) \right]$$

5.54. Формула преобразования решёток $P(II) \rightarrow P(III)$

$$Y(III) = Y(II) \cup 6 \cdot \left[\frac{1}{6} Y(II) \right]$$

5.55. Формула преобразования решёток $P(I) \rightarrow P(IV)$

$$Y(IV) = 32Y_1(I) \cup 13Y_2(I) \cup 6 \left[\frac{1}{2} Y_2(I) \right]$$

5.56. Формула связи между объёмами ячеек решёток $P(I)$ и $P(II)$

$$V_2(I) - V_1(I) = V(II)$$

5.57 Рекуррентная формула расширения $P(I)$

$$12 \cdot V_T(a) + 7 \cdot V_O(a) = V_T(2a) + V_O(2a)$$

5.58. Формулы обращения:

$$5.58.1 \quad \langle a_0 \| a \rangle = \langle a |$$

$$5.58.2 \quad \langle a_0 | \langle a | = | a \rangle$$

Геометрические преобразования

5.59. Формулы композиций векторных функций некоторых геометрических преобразований, где σ - осевая симметрия, γ - гомотетия, ρ - подобие второго рода

$$5.59.1 \quad \overrightarrow{\rho_k} = \overrightarrow{\gamma_0^k} + k \overrightarrow{\sigma_{ox}}$$

$$5.59.2 \quad \overrightarrow{\sigma_{ox}} = \frac{\overrightarrow{\rho_k}}{k} + \overrightarrow{\gamma_0^{\frac{1}{k}}}$$

5.60. Формулы алгебры композиций векторных функций некоторых геометрических преобразований

$$5.60.1 \quad a \cdot \overrightarrow{\rho_k} + b \cdot \overrightarrow{\gamma_n} = m \cdot \overrightarrow{\rho_{\frac{ak}{m}}}; \quad m = (a + b - bn); \quad m \neq 0$$

$$5.60.2 \quad a \cdot \overrightarrow{\rho_k} + b \cdot \overrightarrow{\sigma_{ox}} = m \cdot \overrightarrow{\gamma_{\frac{ak+b}{m}}}; \quad m = a + b; \quad m \neq 0$$

$$5.60.3 \quad a \cdot \overrightarrow{\gamma_k} + b \cdot \overrightarrow{\gamma_n} = (a + n - ak - bn) \overrightarrow{\gamma_0}$$

$$5.60.4 \quad a \cdot \overrightarrow{\rho_k} = \overrightarrow{\rho_{ak}} + \overrightarrow{\gamma_{2-a}}$$

$$5.60.5 \quad a \cdot \overrightarrow{\gamma_k} = \overrightarrow{\gamma_{a(k-1)+1}}$$

$$5.60.6 \quad a \cdot \overrightarrow{\gamma_k} + b \cdot \overrightarrow{\sigma_{ox}} = m \cdot \overrightarrow{\rho_{\frac{b}{m}}}; \quad m = a + b - ak; \quad m \neq 0$$

$$5.60.7 \quad a \cdot \overrightarrow{\sigma_{ox}} = \overrightarrow{\rho_a} + \overrightarrow{\gamma_{2-a}}$$

5.61 Формула связи групп

$$M_I \cap M_{II} \equiv G_n(I)$$

Дифференциальная теория чисел

5.62 Формула связи постоянной тонкой структуры и ДТЧ

$$(\alpha^{-1}] = f.$$

5.63 Формула для вычисления производного числв от $n = (m \cdot k)$, где $(m, k) = 1$

$$\partial(n) = \begin{pmatrix} m & k \\ \partial(m) & \Delta & \partial(k) \end{pmatrix}.$$

5.64 Формулы для вычисления производных чисел от натурального числа n

$$5.62.1 \quad \partial n = \frac{P^k - 1}{P - 1}; \quad n = P^k$$

$$5.62.2 \quad \partial n = \partial(x \cdot y) = x \cdot \partial y + y \cdot \partial x + \partial x \cdot \partial y; \quad (x; y) = 1$$

$$5.62.3 \quad \partial n = \partial\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{y \cdot \partial x - x \cdot \partial y}{y(y + \partial y)}; \quad \left(\frac{x}{y}; y\right) = 1$$

5.65. Формула для вычисления изотопа $\partial_P(n)$ для $n = P^k$

$$\partial_P(n) = 2\partial(n) - 1$$

5.66. Формулы, отражающие свойства ряда с общим членом:

$$a_n = \frac{(2n+1)(2n+1-(-1)^n)}{4}$$

$$5.66.1 \quad S_n = \frac{n+1}{12} \left[(2n+3) \cdot (2n+1) - 3 \cdot (-1)^n \right]$$

$$5.66.2 \quad (a_{2k})^2 = \frac{1}{4} \left[1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (4k)^3 \right]$$

$$5.66.3 \quad a_{2k-1} = \frac{3}{2k-1} \left[1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (2k-1)^2 \right]$$

$$5.66.4 \quad a_{2k^2} = \frac{1}{2} \left[1 + 2 + 3 + \dots + (2k)^2 \right]$$

$$5.66.5 \quad a_n = a_{n-1} + 2n + n(-1)^{n-1}$$

$$5.66.6 \quad a_{2k}^2 = \frac{a_{8k^2-1}}{4} + 2 \cdot k \cdot a_{2k}$$

$$5.66.7 \quad a_{2k-1}^2 = \frac{a_{8k^2}}{4} - (2k)^3$$

$$5.66.8 \quad \alpha_k^n = (n-2) \cdot \left[a_k - \frac{k \cdot (k+2)}{2} - \frac{(2k+1) \cdot (1 - (-1)^k)}{4} \right] + k,$$

где α_k^n - n -угольное число

$$5.66.9 \quad a_{2k} \cdot a_{2k+1} = k \cdot (k+1) \cdot \{ 2 \cdot (a_{2k} + a_{2k+1}) - 3 \}$$

$$5.66.10 \quad a_{2k-1} \cdot a_{2k} = k^2 \cdot \{ 2 \cdot (a_{2k-1} + a_{2k}) - 1 \}$$

5.67. Формула числа тетраэдров в решётке $P(I)$.

$$S_T = \frac{(n+1) \cdot (n^2 + 2n + 3)}{3}$$

5.68. Формула числа октаэдров в решётке $P(I)$.

$$S_O = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{6}$$

5.69. Рекуррентная формула для производного числа

$$\partial(2^n) = 2^{n-1} + \partial(2^{n-1})$$

5.70. Формула для вычисления числа K всех числовых x -формул в системе счисления с основанием q .

$$K = q(q-1)$$

Формулы фундаментальной константы (ДТЧ)

$$5.71.1 \quad f = \oint_{1,2} \left(\frac{1}{3} f \right)$$

$$5.71.2 \quad f = \partial(f) + \partial^2(f) - \partial^3(f)$$

$$5.71.3 \quad 7 \cdot f - 2\partial(f) - 3\partial^2(f) = 0$$

$$5.71.4 \quad f = 3 \cdot \partial(f) - \partial^4(f)$$

$$5.71.5 \quad f = 3 \cdot \partial^2(f) - \partial^5(f)$$

$$5.71.6 \quad f = 3 \cdot \partial \left[\frac{1}{6} \partial^4(f) \right]$$

$$5.71.7 \quad f = \frac{1}{3} \partial(f) + \int_1 \left(\frac{2}{3} f \right)$$

$$5.71.8 \quad f = \frac{1}{3} \left[\int_1 \left(\frac{1}{2} f \right) - \partial^2 \left(\frac{1}{2} f \right) \right]$$

$$5.71.9 \quad f = \frac{1}{2} \partial^2(f) + \partial \left(\frac{1}{2} f \right)$$

$$5.71.10 \quad f = \int_1 \left(\frac{1}{6} f \right) + 3 \cdot \partial \left(\frac{1}{2} f \right)$$

$$5.71.11 \quad f = \int_1 \left(\frac{1}{2} \partial(f) \right) - \frac{1}{2} \partial(f)$$

$$5.71.12 \quad f = \frac{1}{3} \partial^5(f) - \frac{2}{3} \int_1 \left(\frac{1}{6} f \right)$$

$$5.71.13 \quad f = 3 \cdot \partial \left(\frac{1}{2} f \right) + \int_1 \left(\frac{1}{6} f \right)$$

$$5.71.14 \quad f = \oint_{1,3} \left(\frac{1}{6} \partial(f) \right) - \frac{2}{3} \partial(f)$$

$$5.71.15 \quad f = \frac{1}{2} \left\{ \partial \left[5 \int_1 \left(\frac{1}{3} f \right) \right] - \int_1 \left(\frac{1}{3} f \right) \right\}$$

$$5.71.16 \quad f = \frac{2}{3} \left[\frac{1}{3} \partial(f) + \iint_{12} \left(\frac{1}{3} \partial(f) \right) - \iint_{21} \left(\frac{1}{3} \partial(f) \right) \right]$$

$$5.71.17 \quad f = 2 \oint_{1,2} \left[\frac{1}{4} (\partial^2(f) - f) \right] = 2 \oint_{1,2} \left[\frac{1}{3} \left(f - \frac{1}{2} \partial(f) \right) \right]$$

$$5.71.18 \quad f = \frac{3}{2} \cdot \partial(f) - 3 \cdot \partial \left(\frac{5}{6} f \right)$$

$$5.71.19 \quad f = \int_2 \left(\frac{1}{3} \partial(f) \right) + \int_1 \int_1 \left(\frac{1}{3} \partial(f) \right)$$

$$5.71.20 \quad \frac{1}{3} \partial^2(f) = \iint_{21} \left(\frac{1}{3} \partial(f) \right)$$

$$5.71.21 \quad \partial(f) = \int_1 \left(\frac{1}{3} f \right) + \iint_{12} \left(\frac{1}{3} \partial(f) \right)$$

$$5.71.22 \quad \frac{1}{2} \partial^2(f) = \int_2^3 \left(\frac{1}{2} \partial(f) \right) - \int_1 \left(\frac{1}{2} \partial(f) \right)$$

$$5.71.23 \quad \partial^3(f) = \frac{2}{3} \partial(f) + \oint_{1,2} \left(\frac{1}{3} \partial(f) \right)$$

$$5.71.25 \quad \partial^3(f) + \partial^2 \left(\frac{1}{3} f \right) = \oint_{1,2} \left(\frac{1}{3} \partial(f) \right) + \oint_{1,2} \left(\frac{2}{3} f \right)$$

$$5.71.26 \quad \frac{1}{2} \partial^2(f) = \int_2^3 \left(\frac{1}{2} \partial(f) \right) - \int_1^2 \left(\frac{1}{2} \partial(f) \right) = \int_3^2 \left(\frac{1}{2} \partial(f) \right) - \oint_{1,2} \left(\frac{1}{2} \partial(f) \right)$$

$$5.71.27 \quad \oint_{1,2,3} \left(\frac{1}{2} \partial(f) \right) = \int_1^2 \left(\frac{1}{6} \partial(f) \right) + \oint_{1,2} \left(\frac{5}{6} f \right) + \int_2^1 \left(\frac{1}{3} f \right)$$

$$5.71.28 \quad \partial(f) = \frac{1}{2} \oint_{1,2} \left[f - \int_1^2 \left(\frac{1}{6} f \right) \right] = \frac{1}{2} \oint_{1,2} \left[3 \partial \left(\frac{1}{2} f \right) \right]$$

$$5.71.29 \quad f^2 + f - \partial^2(f) \cdot \int_2^1 \left(\frac{1}{6} f \right) - \partial^4(f) = 0$$

$$5.71.30 \quad \left[(\partial(f))^2 - \partial(f) - f^2 - f \right] \cdot \int_1^2 \left(\frac{2}{3} f \right) = (\partial^5(f))^2$$

$$5.71.31 \quad \partial^4(f) - \partial^2(f) = \int_1(\Phi), \quad \text{где } \Phi = \frac{f + \partial(f)}{2}$$

$$5.71.32 \quad \partial^2 f - \partial(f) = \frac{1}{2} \Phi$$

$$5.71.33 \quad \partial^4(f) - \partial^3(f) = \iint_{11}(\Phi)$$

$$5.71.34 \quad f = \int_1 \left[\frac{1}{3} \partial^5(f) - 2 \cdot \partial(f) \right] + \int_1(\Phi)$$

$$5.71.35 \quad 2f^2 + 6(f) - (\partial^2(f))^2 = \frac{1}{2} \Phi^2$$

$$5.71.36 \quad f^2 + 3 \cdot \partial^3(f) \cdot \partial \left(\frac{1}{2} f \right) = \int_1(\Phi)$$

$$5.71.37 \quad \int_1^2 \frac{2}{3} f = \int_1(\Phi)$$

$$5.71.38 \quad \Phi = \frac{5}{12}f + \frac{1}{2} \left[\partial(\Phi) - \int_2 \left(\frac{1}{3}f \right) \right]$$

$$5.71.39 \quad \partial^3(2f) = 8 \cdot f$$

$$5.71.40 \quad \partial^2(2f) - \partial(2f) = 2\partial(f)$$

$$5.71.41 \quad 2(\partial(2f) - 2f) = \partial(\partial(2f) - 2f)$$

$$5.71.42 \quad \Phi + \int_1(\Phi) = \partial^3(f)$$

VI. Новые константы

6.1. Константа отношения длины к ширине правильного листа Мёбиуса

$$\xi = \frac{L}{H} = \frac{\cos \omega + 2\sin \omega}{\sin \omega - (2 - \sqrt{3})\cos \omega} = 3,9465...; \quad \omega = \frac{\pi}{2} \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

6.2. Первое суперчисло

$$f = 138$$

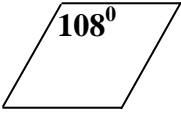
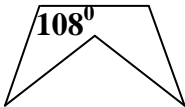
6.3. Радиус кластера в математической модели структуры жидкой воды

$$R = l \cdot \sqrt{10 + 9\varphi} = 13,8 \text{ \AA} \text{ [ангстрем];}$$

$\varphi = 1,618...$ - «золотое сечение», l - диаметр молекулы воды

VII. Новые математические фигуры и объекты

7.1. Экс-додекаэдр

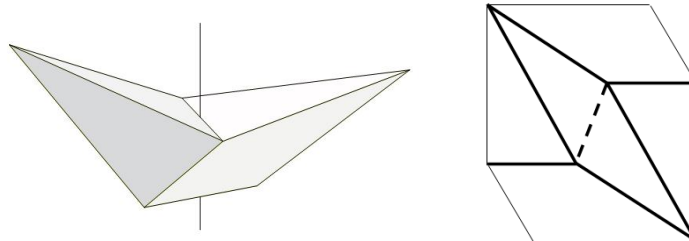
12 ромбовидных граней  12 граней вида 
32 вершины, 54 ребра

7.2. Полный лист Мёбиуса (*K*-Мёбиус)

$$S = \pi R^2 \left(\frac{2 + 3\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2} \right), \quad l = R(\pi + 2\pi\sqrt{2 - \sqrt{3}} + 2 - \sqrt{3}),$$

R - условный радиус. *K*-Мёбиус состоит из четырёх «склеенных» полуконусов, гладко переходящих друг в друга

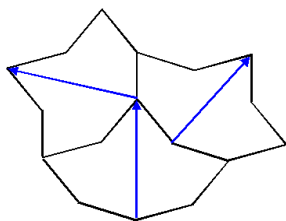
7.3. Попарносимметричногранный рогатый полиэдр и его развёртка



7.4. Полиэдрическая модель проективной плоскости

7.5. Клетка замощения плоскости – равносторонний 8-миугольник с последовательностью внутренних углов: 72° , 216° , 72° ; 144° , 144° , 144° , 72° , 216° .

7.6. Стандартное ядро мозаики - SC



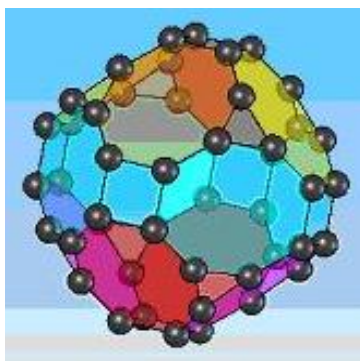
7.8. Псевдогиперболическая геометрия

7.9. Поверхности вращения в фокальных координатах

7.10. Туннельная сфера

7.11. Аналитическая модель проективной плоскости

7.12. «Алмазный» фуллерен



VIII. Новые гипотезы

9.1. Если $(x_1; y_1) = p$ - простое и $(x_0; y_0) = 1$ для $x_0 \cdot y_0 = x_1 \cdot y_1$, то

$$\partial_p(x_1 \cdot y_1) \equiv \partial(x_0 \cdot y_0) \pmod{p}$$

9.2. Гипотеза о ромбической мозаике n – угольника

Если из правильного n -угольника ($n = m \cdot k$) определённым образом вырезать m правильных k -угольников или k правильных m -угольников, то оставшуюся площадь можно замостить ромбической мозаикой. Причём такая мозаика может быть не единственной.

9.3. Число развёрток додекаэдра равно числу развёрток икосаэдра

9.4. Группа симметрии многогранника является инвариантом двойственного преобразования полиэдров

9.5. Модель структуры жидкой воды должна содержать симметрию 5 и 6 порядков

9.6. Если точки B_{ix} и B_{iy} являются соответственно проекциями точек касания B_i сторон треугольника $A_1 A_2 A_3$, описанного около данной коники, относительно двух произвольных точек X и Y на эту же конику, то прямые, проходящие через вершины треугольника A_i и полюсы прямых $B_{ix} B_{iy}$ соответственно, конкурентны.

9.7. (двойственная Т. 9.6)

Если точки B_{ix} и B_{iy} являются проекциями точек касания B_i сторон треугольника $A_1 A_2 A_3$, описанного около данной коники, относительно двух произвольных точек X и Y на эту же конику, то точки пересечения прямых $B_{ix} B_{iy}$ и прямых $A_j A_k$ соответственно, коллинеарны.

9.8. (обобщающая Т. 9.6 и Т. 9.7)

Если точки B_{ix} и B_{iy} являются проекциями точек касания B_i сторон треугольника $A_1A_2A_3$, описанного около данной коники, относительно двух произвольных точек X и Y на эту же конику, то прямые $B_{ix}B_{iy}$ образуют треугольник, перспективный данному

9.9. Открыта двойственная природа ромбоэдра на интервале $60^\circ < \alpha < 90^\circ$

9.10. Для любого $n \in N$ и алгоритма $X_k = k^2 + n$ существует минимальная упаковка K , где K - простое число, причём $K \equiv 5 \pmod{6}$

9.11. Для любого чётного n алгоритма $X_k = 2 \cdot k^2 + n$, кроме минимальной упаковки K существует и упаковка $2K$.

9.12. Для любой минимальной упаковки K существует зеркальная ось симметрии, проходящая через клетку с числом $\frac{K+1}{2}$, относительно которой, сумма чисел в «зеркальных» клетках постоянна и равна $K+1$.

9.13. Если числу n_1 соответствует минимальная упаковка K_1 , то для любого $n_2 \equiv n_1 \pmod{K_1}$, также существует упаковка K_1 .

9.14. Если числу n_1 соответствует минимальная упаковка K_1 и числу n_2 соответствует минимальная упаковка K_2 , то для любого $n \equiv n_1 \pmod{K_1} \equiv n_2 \pmod{K_2}$, существует упаковка $K_1 \cdot K_2$.

9.15. Натуральный ряд чисел содержит в себе числовые модели всех фундаментальных законов Мироздания, включая и модель сотворения самого Разума.

9.16. Всемирный закон отталкивания

9.17. Периодический закон дней рождения

9.18. Если ядром мозаики является фигура SC , то построенная вокруг такого ядра, мозаика будет всегда непериодической

9.19. Принцип двойственности - это один из фундаментальных законов Мироздания, который должен проявляться во всех физических теориях.

9.20. В пространственно-временной структуре микромира (макромира) должна существовать реликтовая геометрия.

9.21. В основе пространств a лежит аналог некоторой n -мерной пространственной решётки.

9.22. Гипотетическая формула решётки Мироздания

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} RP_i^2 \cup \int_1^{\infty} f(V) dV \equiv RP^3$$

9.23. Геометрическая топология магнитного монополя – тор.

9.24. Уникальность гептаэдра, как модели проективной плоскости среди классических Платоновых и близких к ним полиэдров

9.25. Гипотеза полевого разума

9.26. Гипотеза тёмной материи и энергии в структуре $IIII$ решёток

9.27. Если $Q(n)$ - число групп n -го порядка, то $Q(2P)=2$, где P – простое число

9.28 Группа, порядок которой принадлежит классу $[v]$, не бывает уникальной.

IX. Математическое моделирование

10.1. Спроектирован и создан многоцелевой программно-технический комплекс (ПТК), включающий в себя: объект исследования (генератор сценариев динамических процессов), компьютерную модель объекта исследования, аналоговую модель объекта исследования.

- ПТК предназначен для:
- Обучения математическому моделированию динамических процессов школьников, студентов, научных работников и всех желающих.
- Научных исследований в различных областях науки и техники.

10.2. Метод реперных точек (для анализа экспериментальных кривых в теории текучести полимеров)

X. для ЗАМЕТОК