Франц Герман

Ещё раз о доказательстве теоремы Пифагора

franz.h-n@yandex.ru

Как известно, в книгу рекордов Гиннеса занесено 367 доказательств теоремы Пифагора. В это число вошли только те доказательства, ктoрые известны по научной литературе. Кроме того существуют ещё доказательства, которые разбросаны по другим источникам. Как утверждают в сегодняшней мировой сети вообще существует около 500 различных доказательств знаменитой теоремы.

И тем не менее, мы рискнём показать здесь ещё одно доказательство этой теоремы.

Доказательство это было найдено автором в 1971 году в период подготовки его к школьным выпускным экзаменам. С того момента прошло уже более 40 лет, но, в известной нам литературе, такого доказательства так и не встретилось.

Чтобы больше оттенить оригинальность нашего доказательства мы решили напомнить читателю наиболее яркие из них. Речь идёт только о тех доказательствах, которые носят чисто геометрический характер и не относятся к доказательствам вычислительного характера.

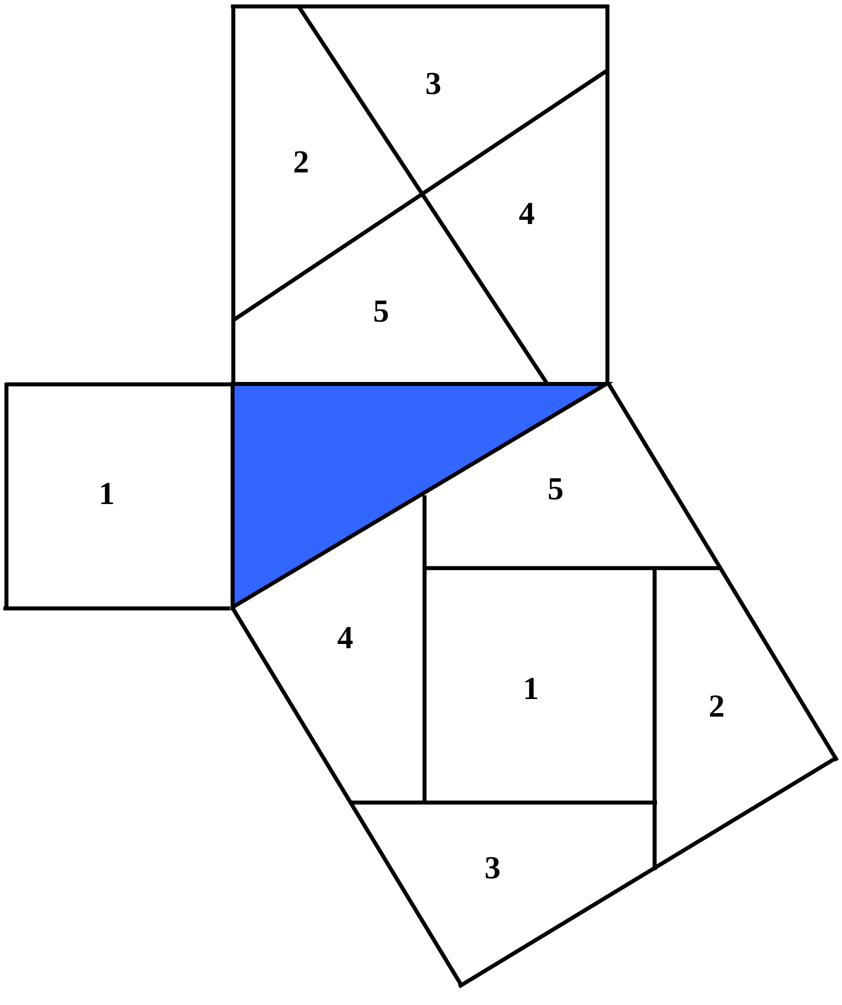

Рис. 1

На Рис. 1 показано доказательство теоремы Пифагора древних индусов, которые называли фигуру, изображённую в квадрате гипотеннузы, «Стулом Невесты».

Поистине гениальное доказательство, показанное на Рис. 2, принадлежит иранскому математику ан-Найризи (конец IX - начало X века),

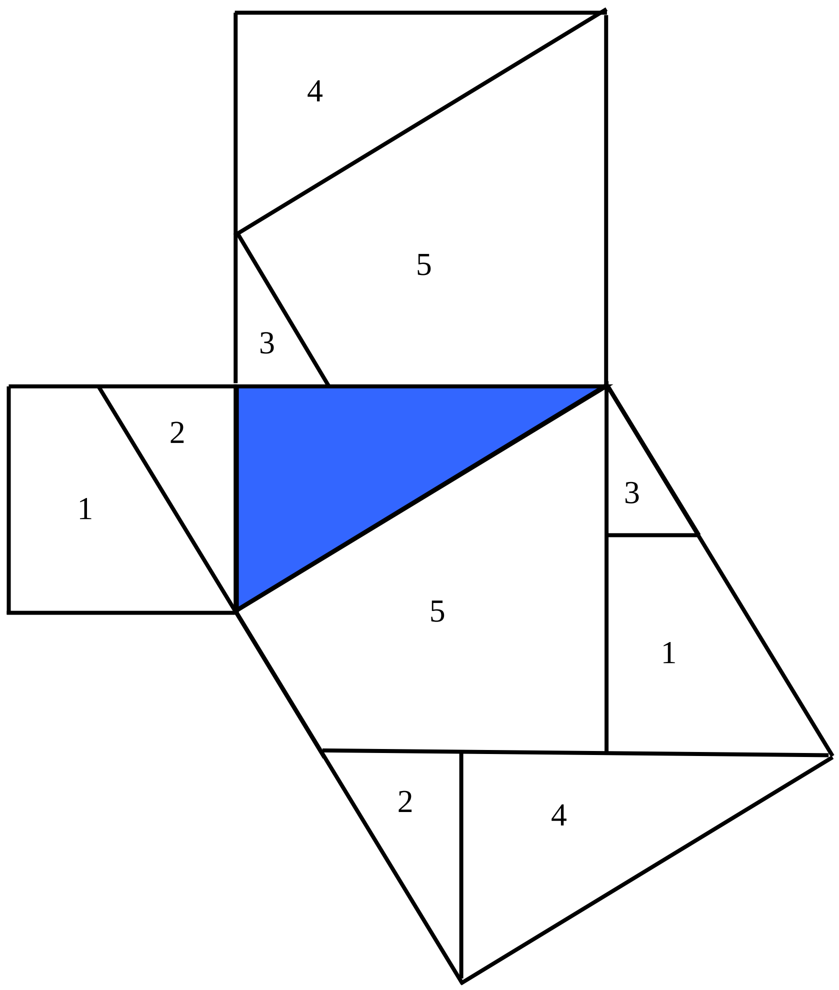

Рис. 2

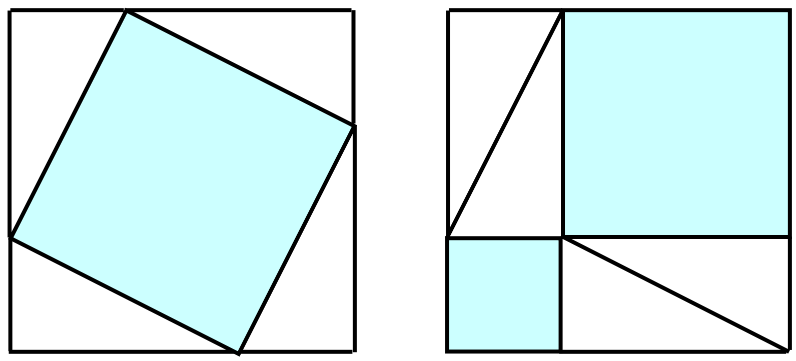

Рис. 3

На Рис. 3 показано доказательство теоремы, которое приписывают самому Пифагору (по другой версии это доказательство Пифагор привёз из Индии).

Доказательство арабского математика Сабита ибн Коры показано на Рис.4.

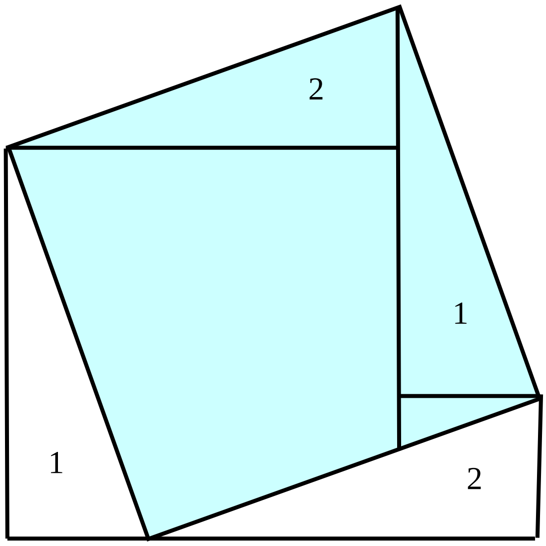

Рис. 4

Довольно сложную и не тривиальную, но оригинальную и красивую конструкцию доказательства видим мы на Рис. 5. Это доказательство Эпштейна.

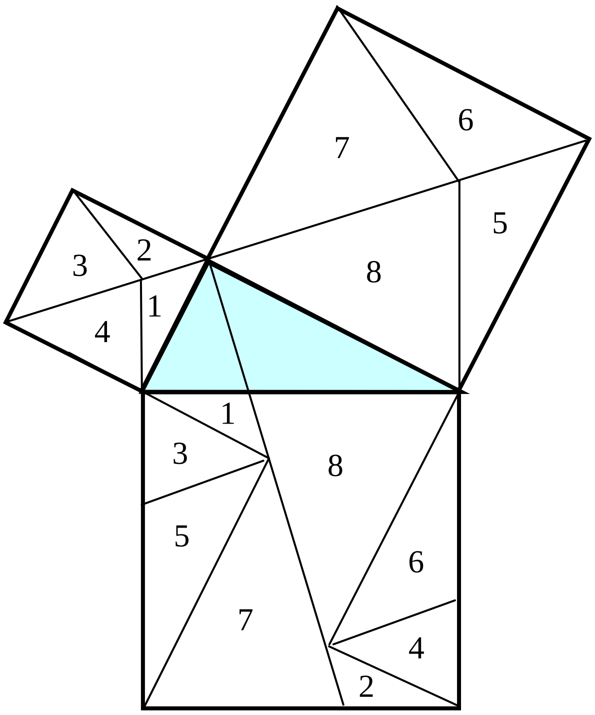

Рис. 5

Мы привели лишь несколько примеров наиболее известных геометрических доказательств теоремы Пифагора. Существует великое множество литературы на эту тему, поэтому мы не будем повторяться, и хотим показать читателю ещё одно собственное доказательство.

Дадим описание конструкции нашего доказательства.

Рассмотрим два равных прямоугольных треугольника, развёрнутых относительно друг друга на 90° (Рис. 6).

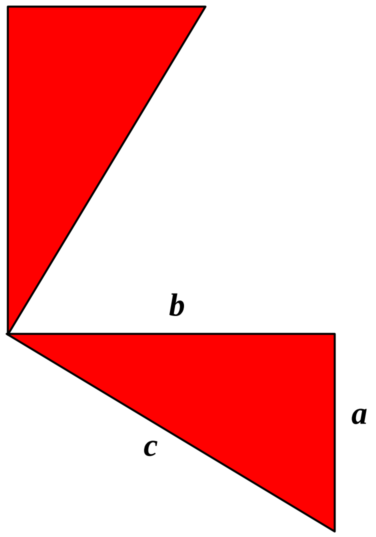

Рис. 6

На гипотенузах и больших катетах данных треугольников построим квадраты (Рис. 7).

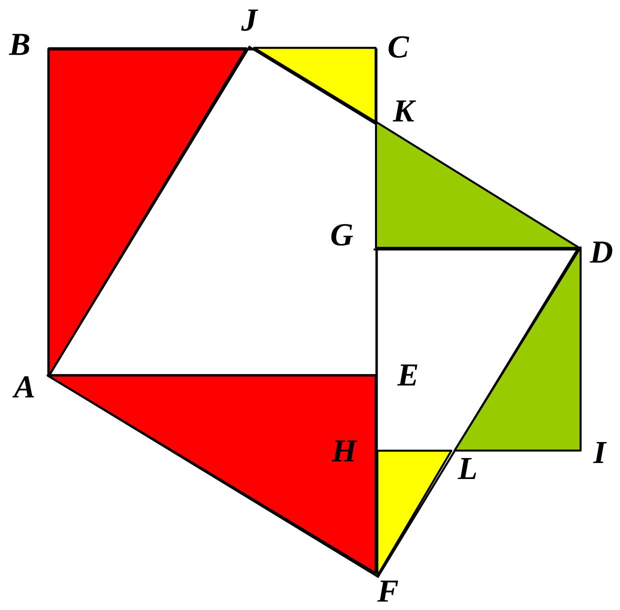

Рис.7

Из точки $\boldsymbol{D}$ опустим перпендикуляр на прямую $\boldsymbol{CF}$, т. е. $\boldsymbol{DG} \perp \boldsymbol{CF}$. Из точки $\boldsymbol{G}$ на прямой $\boldsymbol{CF}$ отложим отрезок $\boldsymbol{GH} = \boldsymbol{a}$ и на сторонах $\boldsymbol{DG}$ и $\boldsymbol{GH}$ построим прямоугольник $\boldsymbol{DGHI}$.

Теперь для доказательства теоремы Пифагора достаточно доказать равенство либо жёлтых треугольников, либо зелёных. Т. к. из равенства одной пары треугольников вытекает равенство другой пары.

Покажем, что это действительно так.

Из подобия треугольников ***ABJ*** и ***JCK*** можем записать: $\frac{CK}{a}=\frac{b-a}{b}$. Откуда $CK=\frac{a(b-a)}{b}$.

Из подобия треугольников ***ABJ*** и ***KGD*** имеем: $\frac{KD}{c}=\frac{KG}{a}$ или $KG=\frac{a\cdot KD}{c}$.

Из подобия треугольников ***JCK*** и ***KGD*** получаем: $\frac{KD}{c-KD}=\frac{KG}{CK}$, а с учётом найденных ранее выражений находим: $KD=\frac{ac}{b}$ и $KG=\frac{a^2}{b}$. Тогда из подобия этих же треугольников получаем, что $GD=a$, т. е. ***DGHI*** – квадрат. Следовательно зелёные треугольники равны. Теперь не трудно показать, что ***HL*** = ***CK*** и, следовательно, равны и жёлтые треугольники.

Теорема доказана.