

Франц Герман

Формула паркета
franz.h-n@yandex.ru

Представьте себе, что ваш пол выложен паркетной плиткой, которая имеет размеры «золотого» прямоугольника (Рис. 1).

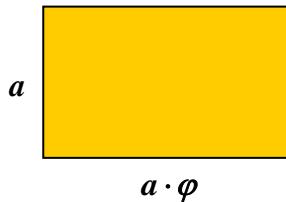


Рис. 1

Здесь $\varphi = 1.618033\dots$ - число «золотого сечения». Каким узором выложен ваш паркет – не важно. Это может быть традиционный узор паркетных полов (Рис. 2а), может быть узор в виде кирпичной кладки (Рис. 2б) или просто – в виде сетки (Рис. 2в).

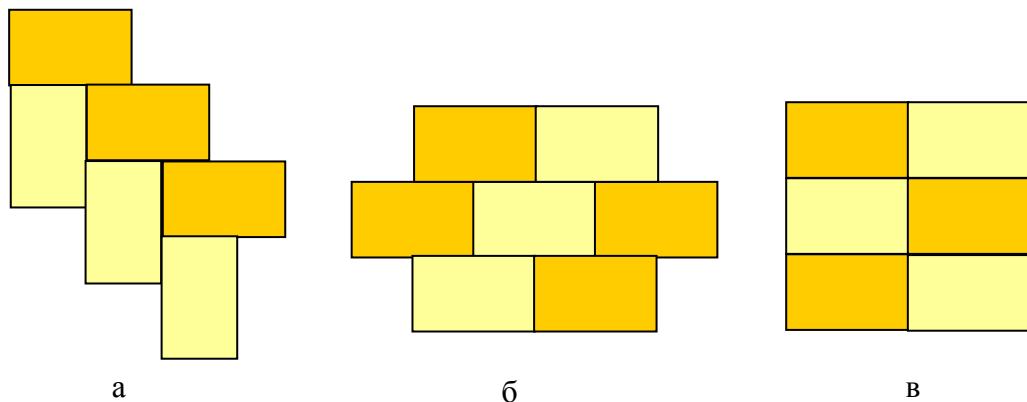


Рис. 2

Кроме того у вас в руках карандаш определённой длины, а именно: $L = \frac{1}{2}a \cdot e$,

где $e = 2.71828182\dots$ - основание натуральных логарифмов.

Случайным образом ваш карандаш падает на пол. Спрашивается: какова вероятность W того, что карандаш при падении пересечёт линии паркетного узора?

Обозначим через D_i число пересечений карандашом паркетных линий. Индекс i - это номер проводимого эксперимента - падения карандаша на пол.

Возможны следующие ситуации. Карандаш не пересёк ни одной линии (Рис. 3а), $D_i = 0$. Карандаш пересёк только одну линию (Рис. 3б), $D_i = 1$. Карандаш пересёк две линии (Рис. 3в), $D_i = 2$. И, наконец, возможна ситуация, когда карандаш будет пересекать три линии (Рис. 3г), $D_i = 3$.

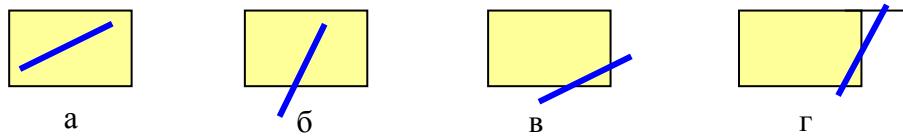


Рис. 3

Предположим, что мы провели N таких экспериментов. Тогда вероятность этого события можно подсчитать и записать в виде следующего выражения:

$$W = \frac{\sum_{i=1}^N D_i}{N}$$

Однако, как оказалось, для вероятности данного события существует точная формула.

$$W = \frac{\varphi \cdot e}{\pi} \quad (1)$$

Я специально взял такие размеры паркетной плитки и карандаша, чтобы заинтриговать читателя и показать, как не совсем тривиальным способом можно объединить в одной формуле три фундаментальных числа. Формула же «паркета» в общем случае имеет такой вид:

$$W = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{L \cdot U}{F} \quad (2)$$

Здесь L - длина карандаша, U - периметр паркетной плитки, а F - её площадь.

Формулу (2) можно переписать в параметрическом виде, где в качестве параметра λ взято отношение длин сторон нашей паркетной плитки $\left(\lambda = \frac{b}{a} \right)$

$$W = \frac{2 \cdot L}{\pi \cdot a} \cdot \left(1 + \frac{1}{\lambda} \right),$$

тогда при $L = \frac{a}{2}$ и $\lambda = \infty$ получаем формулу вероятности известного эксперимента

Бюффона для пола, покрытого не паркетом, а досками шириной a .

$$W = \frac{1}{\pi}$$