Франц Герман

Ромбический параллелепипед

franz.h-n@yandex.ru

Данную заметку мы посвятим геометрической фигуре, которая называется ромбическим параллелепипедом. Речь идёт о параллелепипеде, который построен из шести одинаковых ромбов. Интерес к этой фигуре вызван тем, что практически, по крайней мере в известной нам литературе по занимательной математике, никто не задавался вопросом: а сколько вообще различных параллелепипедов можно сложить из шести одинаковых ромбов. Косвенно эта тема была затронута в нашей статье «Экс-додекаэдр».

Всякий ромб характеризуется двумя параметрами. Например, длиной своих диагоналей или длиной стороны и одним из своих углов. Именно так мы и будем поступать, описывая данный ромб.

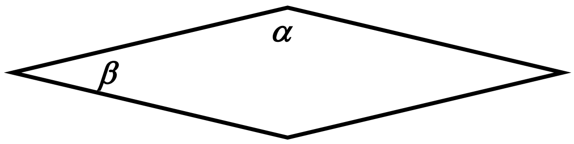

Рис. 1

Больший из углов ромба будем обозначать через α, а меньший – через β.

Рассмотрим конструкцию из трёх ромбов (Рис. 2)

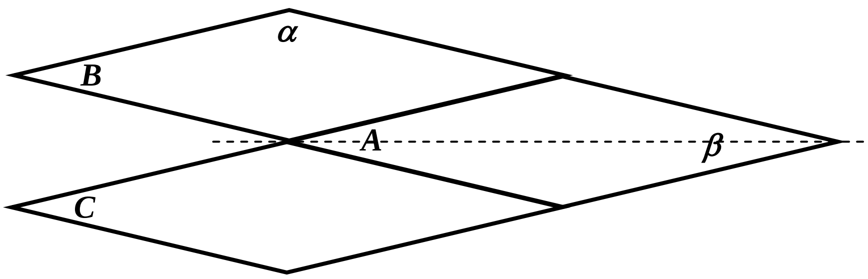

Рис. 2

Данная фигура является развёрткой трёхгранного угла с вершиной в точке ***A***. Для получения трёхгранного угла надо отождествить (склеить) стороны ***AB*** и ***AC***. Трёгранный угол может быть тоже определяющим объектом для характеристики исследуемого параллелепипеда. Введём обозначение для такого угла: $\angle A(\alpha\beta\alpha)$.

Каждый ромбический параллелепипед имеет два различных типа трёхгранных углов. Развёртка угла первого типа показана на Рис.2. Развёртка угла второго типа показана на Рис. 3. $\angle A(\beta\beta\beta)$. Углов первого типа в ромбическом параллелепипеде 6, а углов второго типа 2. Как и в первом случае, чтобы из развёртки, показанной на Рис. 3, получить трёхгранный угол надо отождествить (склеить) стороны ***AB*** и ***AC***. Из двух трёхгранных углов, развёртка которого показана на Рис.2, можно сложить ромбический параллелепипед. Если взять два трёгранных угла, развёртка которого показана на Рис. 3, то из них можно сложить тот же самый параллелепипед.

Заметим также, что обе развёртки имеют ось симметрии. Это горизонтальная прямая, проходящая через точку A (совпадает с большей диагональю ромба). Именно вдоль этой оси проходит плоскость симметрии параллелепипеда, построенного из двух трёхгранных углов.

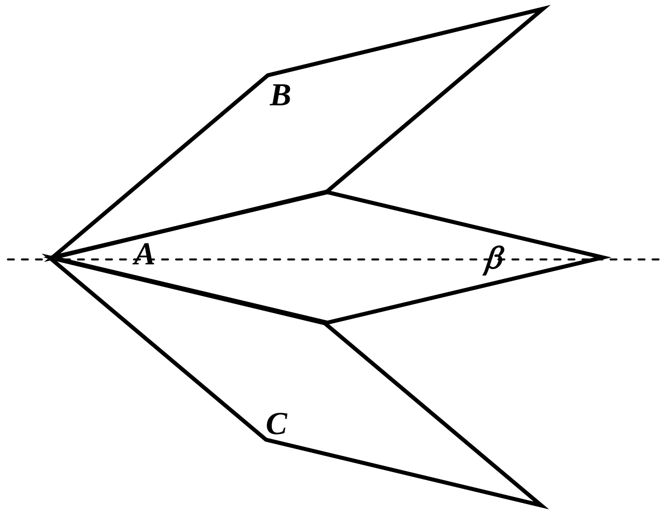

Рис. 3

Как оказалось из ромбов в диапазоне углов $0^o < \beta \leq 60^o$ можно построить только один ромбический параллелепипед. Если углы ромба находятся в диапазоне $60^o < \beta < 90^o$, то из 6-ти таких ромбов можно сложить два различных ромбических параллелепипеда. К уже описанному добавляется ещё один, так сказать, двойственный ромбический параллелепипед, который характеризуется трёхгранными углами $\angle A(\beta\alpha\beta)$ и $\angle A(\alpha\alpha\alpha)$. А при $\beta = 90^o$ ромбический параллелепипед превращается куб.

Очевидно, что при дальнейшем увеличении, углы просто меняются местами, т. е. весь диапазон значений для углов ромба исчерпан.

Заметим, что у двойственных ромбических параллелепипедов будут разные длины высот.

$$H = \frac{d_1}{2d_2}\sqrt{\frac{3d_2^4 + 2d_1^2 d_2^2 - d_1^4}{d_1^2 + d_2^2}}$$

$$H_{двойственного} = \frac{d_2}{2d_1}\sqrt{\frac{3d_1^4 + 2d_1^2 d_2^2 - d_2^4}{d_1^2 + d_2^2}}$$