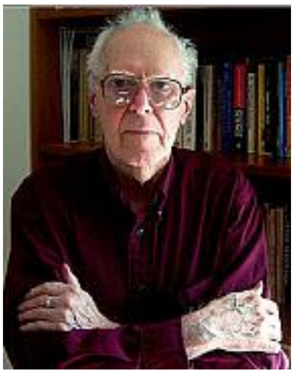
Франц Герман

От игры к профессии.

(К столетию со дня рождения Мартина Гарднера)

(franz.h-n@yandex.ru)

«…математика представляет собой игру,
в которую мы играем с окружающим
миром, со Вселенной»
М. Гарднер [1]



21 октября 2014 года ему испронлилось бы сто лет. Книги Мартина Гарднера продолжают переиздаваться и уже существует третье поколение математиков, чей выбор профессии обязан творчеству этого удивительного человека.

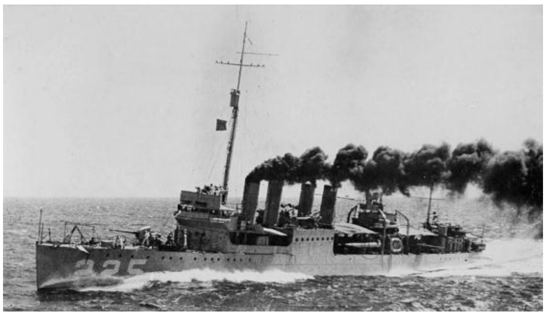
Мне казалось, что написать заметку о Мартине Гарднере – дело не сложное. Забегая вперёд скажу, что в одном из своих писем М. Гарднер сообщил мне, что в настоящее время он работает над очередным (тринадцатым по моим подсчётам) сборником, посвящённым математике. Это был 1994 год. Гарднеру было уже восемьдесят лет. Я читал около десятка его книг, переведённых на русский язык. Для верности я решил заглянуть в интернет. И вдруг читаю, что перу Мартина Гарднера принадлежат более 50-ти книг. По другим источникам узнаю, что он автор более 70-ти книг. Когда же он успел, если в 1994 году у него было написано только чуть больше десятка книг? И я взялся более досконально изучать сведения жизни М. Гарднера.

«Мартин Гарднер – величайший интеллектуал, которого родила наша страна в двадцатом столетии». Эти слова принадлежат Дугласу Хофстадтеру – известному физику, автору книги «Гёдель, Эшер, Бах: эта бесконечная гирлянда». И как бы развивая эту мысль Стефан Гоулд – известный палеоонтолог, биолог и популяризатор науки - продолжает, что Мартин Гарднер является «единственным ярким маяком, защищающим и пропагандирующим здравомыслие, рационализм и науку против мистики и антиинтеллектуализма, которые со всех сторон наседают на нас». Я читал много интересных книг других популяризаторов математики, но никто из них не был удостоен таких о себе высоких выссказываний, как это было сказано о Мартине Гарднере.

Примерно через месяц работы над статьёй я понял, что в полном объёме мне не написать статью о творчестве Мартина Гарднера. И я решил ограничиться рассказом только о его творчестве популяризатора математики. Я отношу себя к людям второго поколения математиков, кто смог приконуться к творчеству М. Гарднера и испытать на себе всю его силу. Поэтому и разговор наш будет построен через призму собственного взгляда и творчества на эту науку.

Мартин Гарднер родился в маленьком городке Тулса штата Оклахома. Город был основан в 1910 году и можно предположить, что родители маленького Мартина были одними из первых поселенцев этого городка. Рос он мальчиком тихим и скромным. Уже с детства у него были проблемы со зрением. Может быть поэтому спорт он не любил. А бокс и футбол (*думаю речь идёт об американском футболе, Ф. Г.*) Мартин Гарднер считал, что вообще надо запретить. Одним из его домашних увлечений была игра на музыкальной пиле (*см. Приложение 1*).

После школы Мартин Гарднер несколько лет учился в Чикагском университете, где изучал математику. А в 1936 году стал посещать философский курс Рудольфа Карнапа, что в конечном итоге послужило разрыву с миром религии в пользу научного естествознания. В 1942 году Гарднер добровольно пошёл на военную службу. Нам

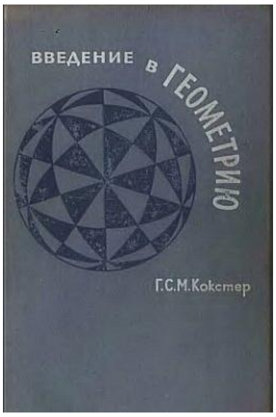


удалось найти фотографию корабля, на котором служил Мартин Гарднер, в списке безвести пропавших кораблей. Это эскортный эсминец «USS Pope»**.**

После службы в армии у Мартина Гарднера был первый опыт в написании научно-фантастических и юмористических рассказов. Жизнь на литературные гонорары позволила Гарднеру не продолжать дальнейшую учёбу в университете, а посвятить себя полностью литературному труду.

Следующим местом жительства Мартина Гарднера был город Гастингс-на-Гудзоне, где он жил на улице «имени Эвклида».

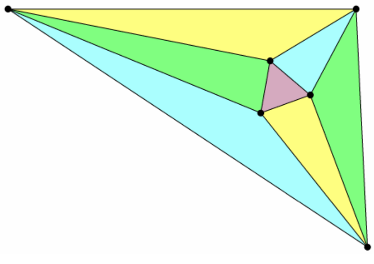
Мартин Гарднер прожил долгую и богатую на творческие события жизнь. Характерной чертой его творчества является то, что в обсуждение изучаемой в данный момент проблемы он втягивал множество людей. Среди которых были и



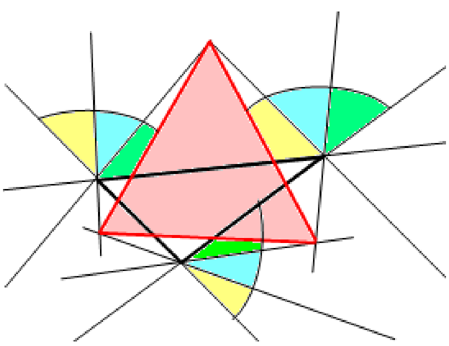
профессионалы, и просто любители математики. Мартин Гарднер никогда не приводил доказательств. Он просто рассказывал о математическом факте, как об удивительном явлении. Порой героями его рассказов становились не только люди, но и книги. Одной из первых таких книг была книга «Введение в геометрию» [11] Г. С. М. Кокстера – выдающегося канадского геометра.

Из этой книги я впервые узнал о знаменитой теореме Морлея. Франк Морлей много чего сделал для математической науки, но всемирную известность приобрёл благодаря именно этой теореме планиметрии, которую он открыл в 1899 году.

Дело в том, что на рубеже XIX-го столетия в математических кругах появилось твёрдое убеждение, что все самые фундаментальные и красивые теоремы планиметрии уже открыты. И вдруг Морлей… В математике

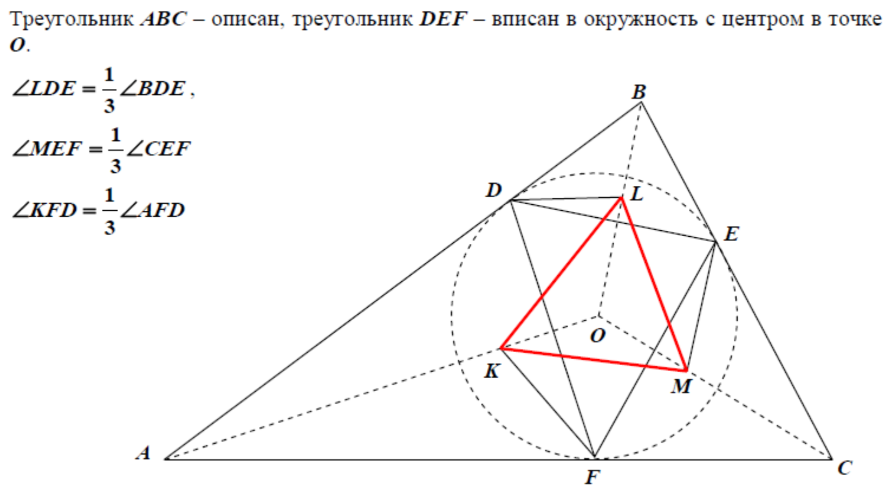


существуют задачи, неразрешимость которых доказана раз и навсегда. Одной из таких задач является задача «О трисекции угла». Т. е. как при помощи циркуля и линейки разделить данный угол на три равные части. Возможно в связи с этим понятие трисекции угла и не рассматривалось в условиях задач планиметрии. А теорема Морлея именно такое условие и содержит в своём условии. Если углы данного треугольника разделены на три части, то трисектрисы, смежные сторонам треугольника, пересекаются в точках, которые



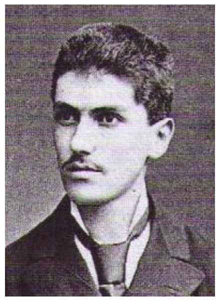
являются вершинами равностороннего треугольника (на рисунке – это маленький треугольник внутри исходного). В этой же книге Кокстера говорится, что если проводить трисектрисы не только внутренних углов треугольника, но и смежных (внешних), то равносторонних треугольников, вершины которых являются пересечением различных трисектрисс, будет всего 27. Одним из них является треугольник Морлея. Покажем пример ещё одного из таких треугольников (доказательство этого факта приведено в *Приложении 2*).

Под впечатлением теоремы Морлея автор этих строк до сих пор продолжает коллекционировать задачи, связанные с равносторонними треугольниками. Одна из таких задач до настоящего времени остаётся ни доказанной, ни опровергнутой.

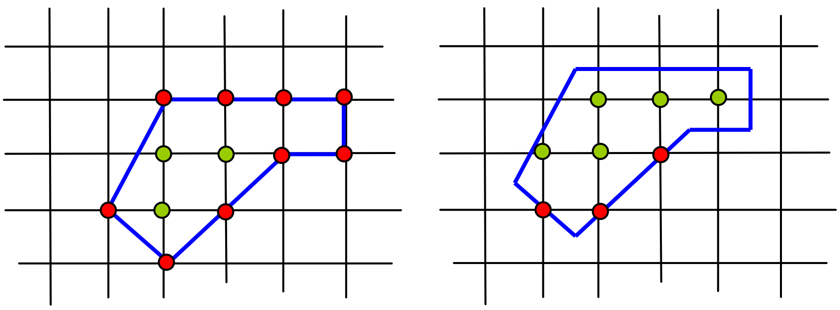


А требуется доказать (или оповергнуть), что треугольник $\boldsymbol{KLM}$ – равносторонний. дерзайте, дорогие читатели.

В одной из своих книг [2] Мартин Гарднер говорит о ещё одной «замечательной» теореме, ссылаясь снова на уже упомянутую книгу Г. С. М. Кокстера. Теорема эта известна сегодня под названием формулы Пика. Открыл он её также как и Морлей в 1899 году. Георг Пик – автор этой теоремы, профессор математики из Австрии. Друг Альберта Эйнштейна, вместе с которым они играли в любительском Пражском скрипичном ансамбле. Жизнь Г. Пика трагически оборвалась в 1938 году в одном из нацистских лагерей.



Формула Пика справедлива для многоугольников, расположенных на целочисленной решётке и предназначена для вычисления их площади. На рисунке слева имеем многоугольник, на границе которого имеется 9 узлов решётки (красные точки), а внутри – 3 узла (зелёные точки). Чтобы подсчитать площадь этого многоугольниуа надо воспользоваться фрмулой Пика: $\boldsymbol{S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1}$. Здесь $\boldsymbol{B}$ – число узлов, расположенных внутри многоугольника, $\boldsymbol{\Gamma}$ – число узлов, расположенных на границе нашего многоугольника. В нашем случаем получаем $\boldsymbol{S = 6{,}5}$ квадратных единиц (за единицу размерности площади принимается елементарный квадратик решётки).



Удивительно то, что Г. Пик не обнаружил второй закономерности. Этого не заметил и Мартин Гарднер, и вообще никто в течение более уже 100 лет. Если вершины многоугольника будут расположены точно в междоузлиях (центрах квадратиков решётки), то формула для вычисления площади данного многоугольника будет иметь вид:

$$\boldsymbol{S = B^* + \frac{\Gamma^*}{2}}, \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{В^*}$ – число узлов, расположенных внутри многоугольника, $\boldsymbol{Г^*}$ – число узлов, расположенных на границе нашего многоугольника (см. рисунок справа). Надо сказать, что нам так и не удалось найти преобразования между формулой (1) и формулой Пика. Автор пришёл к мнению, что это независимые формулы, т. е. не существует функций вида: $\boldsymbol{В^* = f_1(В, Г)}$ и $\boldsymbol{Г^* = f_2(В, Г)}$.

В квантовой хромодинамике существует известная формула Гелл-Манна – Нишиджимы:

$$\boldsymbol{Q = I + \frac{Y}{2}} \qquad (2)$$

Не трудно заметить внешнее сходство формул (1) и (2). Оказывается используя эти фомулы можно построить геометрические модели наглядных характеристик квантовых объектов [15], где элементарные частицы, кварки и партоны представляются в виде многоугольников, расположенных на целочисленной решётке.

Кстати заметим, что элементарную частицу партон ввел известный физик Ричард Фейнман. Мартин Гарднер писал, что однажды Ричард Фейнман прислал ему свою, ещё неопубликованную работу, в которой он показывал, что даже отрицательная вероятность события в квантовой механике имеет физический смысл. Нам так и неизвестно была ли эта работа Фейнмана впоследствии опубликована. Мы привели здесь эту историю для того, чтобы подчеркнуть насколько мнение Мартина Гарднера ценилось в научном мире.

Если бы не Мартин Гарднер, то можно быть уверенным, что большинство из нас никогда бы и не узнали например, кто такой Капрекар. Даттарая Капрекар - индийский математик. Существует константа Капрекара, открытая им в 1949 году.

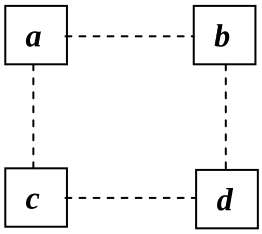
Рассмотрим четырёхзначное число, не все цифры которого равны между собой. Например, 3841. Переставим цифры таким образом, чтобы получилось максимальное и минимальное число: 8431 и 1348. Найдём их разность – 7083. Теперь проделаем такую же процедуру с полученным числом. Повторяя этот алгоритм шесть-семь раз придём к числу **6174**. Это и есть константа Капрекара. Это не единственный пример «игры» в числа, о которых рассказывает Мартин Гарднер. Одно только упоминание о существовании магического квакдрата порядка 12-ти, составленного из ***последовательных, простых*** чисел может привести человека в настоящий трепет.

1	823	821	809	811	797	19	29	313	31	23	37
89	83	211	79	641	631	619	709	617	53	43	739
97	227	103	107	193	557	719	727	607	139	757	281
223	653	499	197	109	113	563	479	173	761	587	157
367	379	521	383	241	467	257	263	269	167	601	599
349	359	353	647	389	331	317	311	409	307	293	449
503	523	233	337	547	397	421	17	401	271	431	433
229	491	373	487	461	251	443	463	137	439	457	283
509	199	73	541	347	191	181	569	577	571	163	593
661	101	643	239	691	701	127	131	179	613	277	151
659	673	677	683	71	67	61	47	59	743	733	41
827	3	7	5	13	11	787	769	773	419	149	751

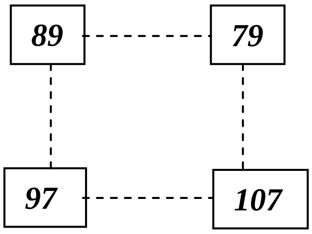
1	823	821	809	811	797	19	29	313	31	23	37
79	83	211	89	631	641	619	709	617	53	43	739
107	227	103	97	193	557	719	727	607	139	757	281
223	653	499	197	113	109	563	479	173	761	587	157
367	379	521	383	241	467	257	263	269	167	599	601
349	359	353	647	389	331	317	311	409	307	293	449
503	523	233	337	547	397	421	17	401	271	433	431
229	491	373	487	461	251	443	463	137	439	457	283
509	199	73	541	347	191	181	569	577	571	163	593
661	101	643	239	701	691	127	131	179	613	277	151
659	673	677	683	67	71	61	47	59	743	733	41
827	3	7	5	13	11	787	769	773	419	149	751

Не трудно заметить, что квадраты, показанные на рисунке, разные. Правый квадрат, является перестройкой левого квадрата (левый взят из книги М. Гарднера [3]).

Что такое перестройка. Если в теле магического квадрата имеются ячейки с числами:



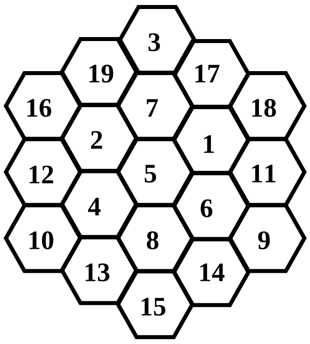
, например,



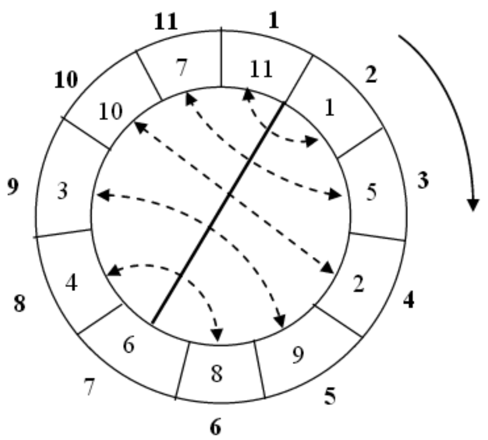
т. е. ***a*-*b* = *d*-*c***, то мы можем столюцы из этих чисел поменять местами. В результате этого действия получим новый магический квадрат, который будет перестройкой исходного квадрата. Причём никакая из исходных ячеек с числами не должна принадлежать какой-нибудь диагонали квадрата. Или все ячейки одновременно должны лежать на диагоналях квадрата.

Не известно, каждый ли магический квадрат имеет перестройку и сколько перестроек может иметь квадрат?

А магический шестиугольник [3] вообще существует в единственном числе.



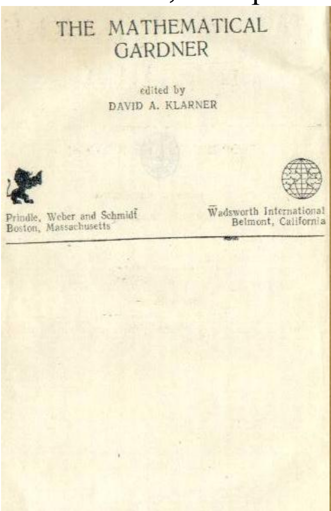
Именно такие примеры подтолкнули автора начать исследования натурального ряда чисел [15] и теорию упаковок [16]. Пример упаковки показан на рисунке внизу.

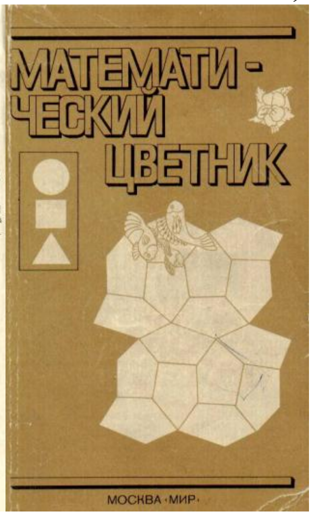


А почему порядок упаковки всегда простое число остаётся загодкой и сегодня.

В далёком 1979 году Мартину Гарднеру исполнялось 65 лет. Математики, кто был неравнодушен к творчеству Гарднера и почитал его талант решили в честь этой даты выпустить сборник [6] научно-популярных статей. У сборника 35 авторов. Свой сборник они назвали «Математический цветник» («The mathematical gardner»).

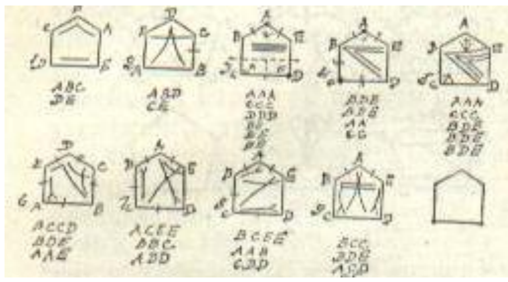
Название выбрано не случайно – слово «цветник» по английски звучит как «GARDNER», обыгрывая тем самым имя того, кому была посвящена эта книга.





Одна из глав этого сборника называется «Хвала любителям». В этой статье речь идёт о замощении плоскости плитками в виде пятиугольника. Мартин Гарднер уже обращался к этой теме [4]. Математики занимались этим вопросом не один десяток лет. Были написаны диссертации и предложен способ классификации всех типов пятиугольников, которыми можно замостить плоскость без пробелов и наложений. Было открыто 8 типов таких мозаик. Но как оказалось – это не так. В 1975 году был открыт ещё один тип пятиугольника, девятый. Гарднер упомянул об этом в дополнениии к своему рассказу. Но на этом дело не закончилось. Далее Гарднер рассказывает о Марджори Райс, домохозяйке из Сан-Диего, матери пятерых детей без специального математического образования. Под впечатлением статей Гарднера она решила заняться собственными исследованиями проблемы мозаик из пятиугольников прямо на кухонном столе. Как пишет автор главы «Хвала любителям», «Райс не только разработала оригинальный подход к решению, но и

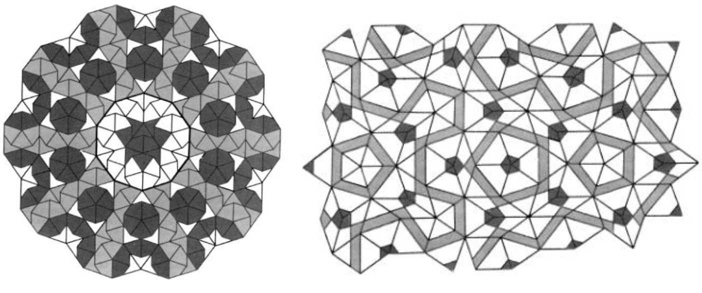
изобрела свои собственные обозначения» (*профессионалы-математики в них так и не разобрались – Ф. Г.*). В результате почти двухлетнего труда Марджори Райс не только систематизировала известные ранее мозаики, но и нашла 4 типа новых. О своих открытиях она известила Мартина Гарднера. А тот, по своему обыкновению, втянул в орбиту этих исследований ещё несколько профессионалов.



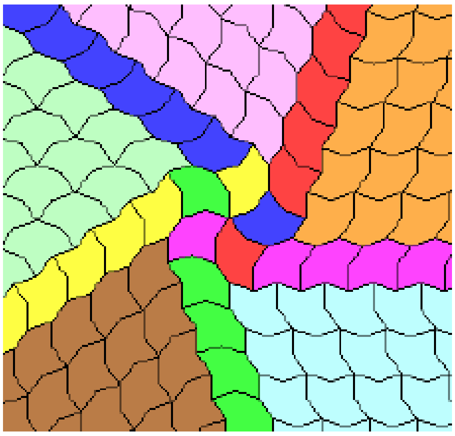
Четырнадцатый тип пятиугольника был открыт в 1985 году. «Насколько мне известно, - пишет Гарднер,- больше новых типов мозаик никто не открывал» [4].

Впервые о Роджере Пенроузе Мартин Гарднер рассказал в своей книге [4]. А в сборнике [7] Мартин Гарднер посвящает целый раздел мозаикам Пенроуза. Он один из первых увидел удивительное будущее таких мозаик. За открытие твёрдых тел - квазикристаллов, в основе которых лежит непериодическая мозаика Пенроуза была присуждена позднее Нобелевская премия.

Как всегда с присущим только Мартину Гарднеру изяществом он вводит читателя в удивительный мир непериодических мозаик, заполняющих плоскость без пробелов. На рисунке показаны несколько примеров таких мозаик Пенроуза.



И в первой и во второй мозаике использованы плитки являющиеся частями правильного пятиугольника. Причём, в каждой из показанных мозаик использованы плитки только двух видов. А как построить непериодическую мозаику используя только одну плитку? Одну из таких возможностей читатель найдёт в работе [16].



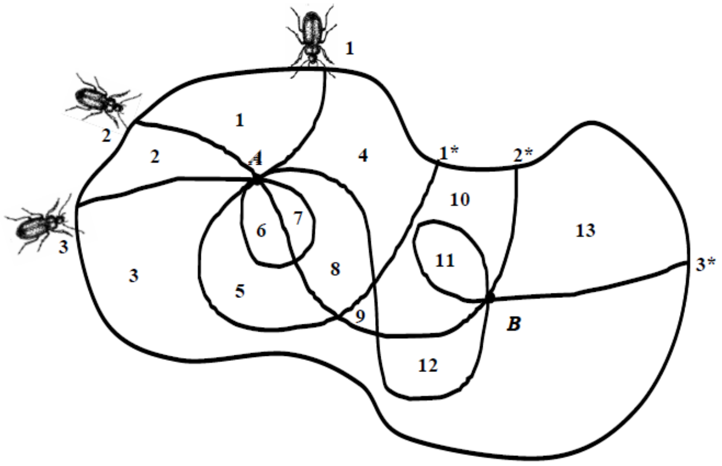
Как разрезать торт? Об этой задаче Мартин Гарднер рассказывает в своей книге «Математические досуги» [3]. Рассказав, как можно подойти к решению этой задачи, Гарднер не приводит конечного решения. И тем самым оставляет интригу читателю.

Один из авторов «Цветника» Р. Хонсбергер – профессор университета «Ватерлоо» в Канаде - в своей книге [8] вновь обращается к задаче о торте. Мы находим здесь формулу для числа кусков, на которые можно разрезать торт, проведя ***n*** разрезов. Правда оговаривается, что разрезы надо проводить так, чтобы никакие три разреза не проходили через одну точку. Но оказывается это условие можно усилить. Разрезы не только могут проходить через одну точку по несколько раз, но и вид самих разрезов – это уже не прямая линия, а произвольная кривая, допускающая даже самопересечения. Это уже не задача «о торте», а задача «о жуках» [17].

$$Q = P + \sum_{n=2}^{k} T_{2n}(n-1) + 1. \qquad (1)$$

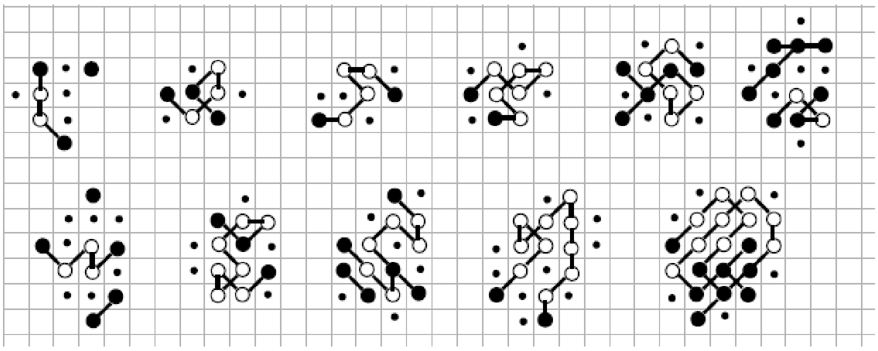
T_{2n} - сумма точек порядка $2n$.

Рассмотрим пример.



Имя Джона Конвея – извесно не только профессионалам математикам, но и любителям. Свою популярность он приобрёл благодаря во многом Мартину Гарднеру, который не раз обращался к творчеству английского математика [3]. Прежде всего надо вспомнить игру «Жизнь». Представляя эту игру Мартин Гарднер пишет: «Для игры «Жизнь» вам не понадобится партнёр – в неё можно играть одному». Нужно только клеточное поле и набор белых и чёрных фишек. Вот так выглядит пример игровой ситуации.

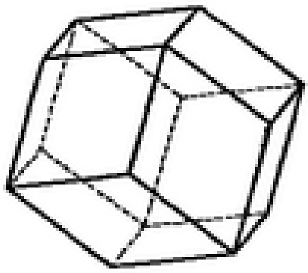
Возвращаясь однажды из командировки автору этих строк пришлось провести в воздухе более 6-ти часов. Монотонно гудели двигатели самолёта, спать не хотелось и читать было нечего. Я стал вспоминать правила игры «Жизнь», но толком ничего вспомнить не удалось. Благо под рукой была тетрадь в клеточку и карандаш. Так родилась модифицированная игра «Жизнь», которую мы назвали «Эволюция» [16].

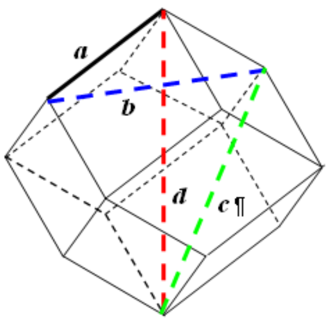


На рисунке показан пример ситуации игры «Эволюция» (11 первых ходов структуры из пяти первоначальных клеток). Чтобы в неё играть нужна бумага в клеточку и карандашь.

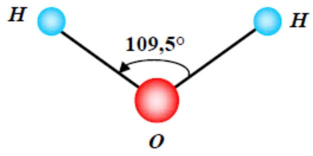
Об удивительном полиэдре (полуправильном многограннике) я впервые узнал из книги знаменитого польского математика Гуго Штейнгауза [12]. А о нём, в свою очередь, писал Мартин Гарднер [5]. Называется этот многогранник – ромбический додекаэдр. Ромбический потому, что гранями его являются ромбы. А додекаэдром, - потому, что граней этих двенадцать, как и граней у классического додекаэдра.

Впервые узнав об этом полиэдре я решил сделать его модель из картона. Вырезал 12 ромбов, каждый из которых был сложен из двух правильных треугольников. И начал клеить.





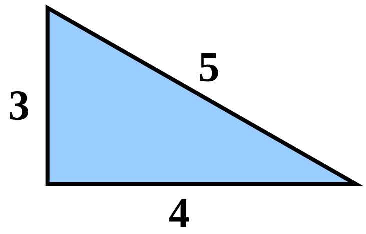
Не тут-то было. Многогранник не хотел строиться. Прочитав о нём ещё раз более подробно стало понятно, что ромб имеет угол не 120 градусов, а примерно 109,5°. Точно вычислить его невозможно, но построить при помощи циркуля и линейки можно. Чем же удивителен этот полиэдр? Оказывается существует только два многогранника, которыми можно упаковать пространство без зазоров. Это куб и ромбический додекаэдр. Далее, именно такой кристалл имеет один из трёх разновидностей природных кристаллов алмаза [14]. Кроме того, самая маленькая из молекул в окружающем нас мире – молекула воды в кристалле льда имеет имеено такой валентный угол угол.



И наконец, давайте заглянем внутрь нашего многогранника (см. рисунок, где показаны полиэдры, справа). Для стороны и диагоналей, показанных на рисунке, справедливы формулы:

$$5a^2 = 4b^2 - 3c^2$$
$$5b^2 = 4a^2 + 3d^2$$
$$5c^2 = 4d^2 - 3a^2$$
$$5d^2 = 4c^2 + 3b^2$$

Не правда ли, - это завораживает. Особенно если вспомнить наименьший пифагоров треугольник.

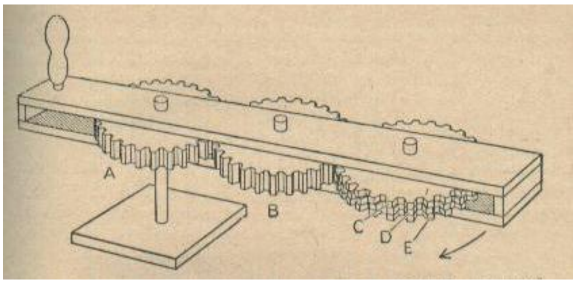


Из книг Мартина Гарднера всегда узнаёшь о многих удивительных фактах не только математического характера, но и физического будь то волчок-перевёртыш или парадокс Фергюсона. Но давайте попарядку. Наверное многим знакома эта фотография:

Знаменитые физики Нильс Бор и Вольфганг Паули рассматривают тот самый волчёк-перевёртыш, о котором рассказывал Мартин Гарднер [3].

Раскрутили волчок, а он взял и перевернулся. Но при этом продолжает крутиться в том же направлении. А это значит, что собственное направление вращения волчка переменилось. Крутился он в одну сторону, потом вдруг остановился (мы даже не заметили когда), встал на ножку и начал крутиться в противоположную сторону (относительно начального собственного вращения). Разобраться во всей этой чертовщине не так просто, как это может показаться. И Гарднер не даёт пояснений. Заманил и ломай теперь голову. В *Приложении* 3 вы найдёте объяснение этому феномену. Можем только сказать, что здесь играет роль не только сила вращения, смещённый цент тяжести, силы трения и прецессия волчка, моменты инерции вокруг разных осей, но и движение вращения, переходящее в движение качения и обратно.

Ещё сложнее обстоит дело с парадоксом Фергюсона [2]. Если волчок можно



крутануть и потом изучать, то сделать механизм Фергюсона не так просто. А чтобы изучать его по картинке – надо иметь исключительное воображение и фантазию. Дело в том, как рассказывает Мартин Гарднер, что шестерни ***C***, ***D*** и ***E*** крутятся по-разному: одна - в одну сторону, другая - в другую, а третья шестерёнка и вовсе – стоит на месте.

Надеемся, что разобраться в этом поможет задача, которую мы нашли в серьёзной книге по теоретической механике (см. *Приложение* 4).

Наша переписка с М. Гарднером началась в 1994 году и продолжалась более 2-х лет. Мы обсуждали мою книгу [17]. Последняя глава посвящена головоломке «взрывающийся кубик». Мартин Гарднер тут же прислал мне европейский адрес (я не просил его об этом), где можно застолбить авторство своей головоломки.

В предисловии к «Математическому цветнику» И. М. Яглом пишет, что Мартин Гарднер «…никогда не вёл серьёзной математической работы в области математики, … и в науке после него не останется ни одной «теоремы Гарднера»». И, тем не менее, существуют математические понятия, математические модели, математические игры, которые придумал и ввёл сам Мартин Гарднер.

В одной из своих игр с числами Гарднер вводит понятие «*стойкости числа*». Рассмотрим пример. Возьмём произвольное число, пусть – 39. Произведение его цифр даст новое число – 27. Произведение новых цифр даст число 14. И, наконец – 1 умножить на 4 даёт нам цифру 4. Получаем такую цепочку **39 → 27 → 14 → 4**. Между числом 39 и 4 три шага, поэтому число 39 имеет стойкость 3.

Попробуйте найти, ставит задачу Мартин Гарднер, наименьшее число стойкости 5. Автор этих строк предполагает, что это число 2777. Действительно, получаем такую цепочку чисел: **2777 → 686 → 288 → 128 → 16 → 6**. Стойкость числа 2777 равна 5-ти, но будет ли это число минимальным? Как вы думаете?

Порой ведь как раз из математических игр и вырастают серьёзные математические исследования.

Стивен Барр в своей книге [9] пишет, что однажды Мартин Гарднер прислал ему алгоритм, следуя которому можно из бумажного квадрата сложить модель проективной плоскости. Я точно знаю, что существует более десятка моделей проективной плоскости. Причём некоторые из них можно физически построить из бумаги. Т. о список этих моделей смело можно пополнить Моделью Гарднера. А это уже серьёзная наука.

А в одном из писем Мартин Гарднер прислал мне оттиск своей статьи, где он исследует задачу о разрезании исходной фигуры на более мелкие, себеподобные фигуры и приходит к уравнению третьей степени. А решением этого уравнения является некоторое трансцендетное число $\boldsymbol{g}$ **= 1,75487766624…**, которое по своей сути является родственным известному «золотому сечению» (см. *Приложение* 5). Предлагаю это число назвать **числом Гарднера**.

Как я уже говорил в самом начале, мы коснёмся чуть чуть только одной стороны творчества Мартина Гарднера, как популяризатора математики.

В одной статье описать всю творческую жизнь этого человека просто невозможно. Очень много сил Гарднер отдал борьбе с лженаукой. Это и дианетика, и органотерапия, и френология, и многое другое. По словам самого Мартина Гарднера он прожил очень интересную жизнь и сожалеет лишь об одном – мало изучал математику и не в силах понять: теория струн – это новое слово в физике или всё-таки лженаука?

(по материалам семинара
Дрезденского научно-инженерного
общества, 29 октября 2014 года)

***Приложение* 1**

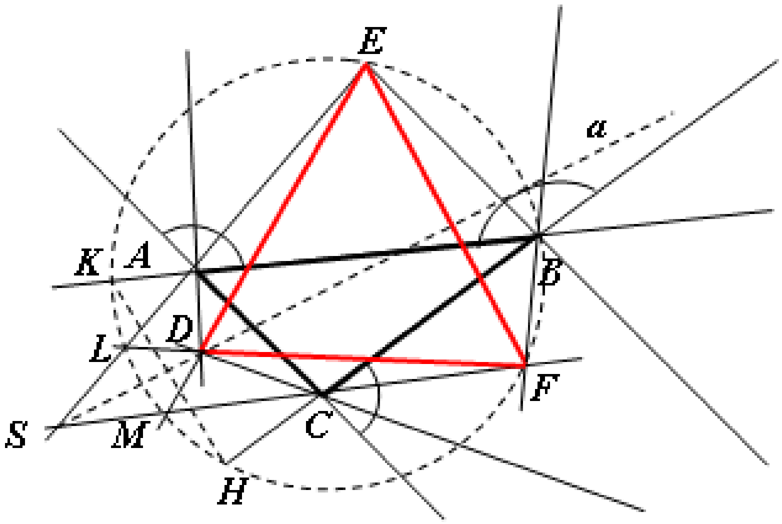
Пила музыкальная фирмы Parkstone (E.T.Roberts & Lee) используется как смычковый музыкальный инструмент. Используется как сольный инструмент, так и в составе оркестра. Выполненная из невероятно гибкой углеродистой стали 80. Полотно имеет зубья, но они не заточены и не разведены. В районе рукояти около 75мм полотна не имеет зубьев, для предотвращения повреждения одежды музыканта, т.к. пила при игре зажимается между коленями. Для игры на пиле можно использовать любой смычок, но обычно используется скрипичный. Рукоять выполнена из бука и установлена на полотно с помощью 4-х латунных винтов.

История Музыкальной Пилы

Использование ручных пил известно еще со времен Древнего Египта. Египтяне использовали их для поперечной и продольной распилки древесины. Материалом для изготовления полотна служила бронза, которую расплющивали молотком. Мягкость материала требовала частой заточки пилы. Несколько пил дошло до наших дней, но без рукоятей. Египетские пилы были короче современных и без обушка. Стандартная ручная пила из стали была разработана во второй половине 17 века в Англии, где началось ее производство. После этого пилы стали сравнительно доступны. В середине 18 столетия началось промышленное производство ручных пил, что сделало их достаточно доступным и популярным инструментом. В 19 веке пила приобрела тот вид, который мы видим сегодня. Достоверно не известно когда пилу стали использовать как музыкальный инструмент. Предположительно эта идея принадлежит французским лесорубам, которые в конце 19 столетия придумали с помощью молотков и палки со шнурком (подобие смычка) извлекать из пилы звуки. В то же время было взято несколько патентов в Европе и Америке. Музыкальная пила стала популярна в 1900-х годах среди цирковых артистов и артистов варьете. Благодаря небольшой стоимости и удобству в транспортировке музыкальная пила использовалась уличными артистами, певцами, и т.п. задолго до того как так называемые "серьезные музвыканты" приняли пилу как музыкальный инструмент. Своего расцвета музыкальная пила достигла в водевиле и умерла во Время Второй Мировой Войны. Одной из известных актрис игравших на музыкальной пиле была Марлен Дитрих. Падение популярности музыкальной пилы во время Второй Мировой Войны было связано с тем, что вся сталь шла на производство оружия и молодые мужчины уходили на фронт и некому было передавать свои знания старшему поколению. При игре на музыкальной пиле ее как правило зажимают между коленками (стороной с рукоятью), левой рукой держа за другой край изгибают в виде буквы S и правой рукой водят по пиле скрипичным смычком. Изменение звучания происходит за счет изгибания пилы во время игры, что требует значительного усилия со стороны левой руки. Несмотря на повышенную нагрузку известно несколько женщин-музыкантов играющих на пиле. Для упрощения удержания пилы левой рукой часто используют круглую деревянную рукоять, которая прорезью вставляется в край полотна. Музыкальная пила используется как одиночный инструмент, так и в составе оркестра (или другого музыкального сопровождения). Современная музыкальная пила производится из специальных видов стали. Тембр её звучания очень похож на чистый, нежный женский голос. Очень многие производители

ручных пил имели в своей линейке музыкальную пилу. Например английский производитель ручного инструмента Thomas Flinn & Co сегодня выпускает под маркой Parkstone (Roberts & Lee) 3 размера пил с низким, средним и высоким звучанием. Это единственная компания на территории Великобритании производящая сегодня музыкальные пилы. Конструкционно пилы сохранили свой вид, в том числе и зубья, которые не разводят и не затачивают. При этом в районе рукояти часть зубов отсутствует. Это сделано с целью предотвращения повреждения одежды музыканта.
(С. Миронов)

***Приложение* 2**



Проведём трисектрисы внешних углов $\angle KAC$ и $\angle HCA$ треугольника ABC. Смежные трисектрисы при этом пересекутся в точке D. Несмежные – в точке S. Точка D является точкой пересечения биссектрис для треугольника SAC. Проведём прямую SD и построим углы $\angle aDF = \angle aDE = 30°$, точка E – точка пересечения стороны угла DE и трисектрисы SA. Аналогично точка $F \equiv (DF \cap SC)$.

Треугольники SDE и SDF равны (SD – общая, $\angle DSE = \angle DSF$, т. к. DS – биссектриса, $\angle SDE = \angle SDF$ - по построению), следовательно $DE = DF$. Проведём прямую FE. Полученный треугольник DEF – равносторонний. Докажем, что точки E и F являются точками пересечения соответственных смежных трисектрис. Т. е. $\angle KBE = \angle HBF = \frac{180° - \angle ABC}{3}$.

$\angle SED = \angle SFD$. Найдём их значение из треугольников AED и CDF.

$$\angle SED = 180° - \angle BAC - 2\left(\frac{180° - \angle BAC}{3}\right) - \angle ADE,$$

$$\angle SFD = 180° - \angle BCA - 2\left(\frac{180° - \angle BCA}{3}\right) - \angle CDF.$$

Из треугольника CAD имеем:

$$\angle ADE + \angle CDF = 180° - \left(\left(\frac{180° - \angle BAC}{3}\right) + \left(\frac{180° - \angle BCA}{3}\right) + 60°\right) = 60° - \frac{\angle ABC}{3}.$$

$$\angle SED+\angle SFD=360°-\angle BAC-\angle ACB-2\left(60°+\frac{\angle ABC}{3}\right)-\left(60°-\frac{\angle ABC}{3}\right)=$$

$=180°+\angle ABC-120°-\frac{2}{3}\angle ABC-60°+\frac{\angle ABC}{3}=2\frac{\angle ABC}{3}$, следовательно $\angle SED=\angle SFD=\frac{\angle ABC}{3}$.

Построим $\angle AEK=\angle CFH=\frac{\angle ABC}{3}$, так чтобы $\Delta AED=\Delta AEK$ и $\Delta CFH=\Delta DCF$.

Получили ***KHFE*** – равнобедренную трапецию, где ***KE*** = ***EF*** = ***FH***.

Опишем около этой трапеции окружность (это всегда возможно, т. к. трапеция равнобедренная).

Продолжим ***DF*** до пересечения с ***SE*** в точке ***L*** и ***DE*** до пересечения с ***SF*** в точке ***M***.

$$\angle FLE=180°-60°-\left(60°+\frac{\angle ABC}{3}\right)=60°-\frac{\angle ABC}{3}.$$

Соединим точку ***K*** с точкой ***F***. Треугольник ***KEF*** – равнобедренный (из построения ***KE*** = ***EF***).

$\angle EKF=\frac{1}{2}\left(180°-\left(60°+\frac{2}{3}\angle ABC\right)\right)=60°-\frac{\angle ABC}{3}$, следовательно $\angle ELF=\angle EKF$ и операются на одну и ту же хорду ***EF***. Следовательно $\angle ELF$ - вписанный и точка ***L*** лежит на той же окружности.

Аналогично доказывается, что и точка М лежит на этой же окружности. Следовательно $\angle KEL+\angle LEM+\angle MFH=\angle ABC$ и дуга ***KLMH*** стягивается хордой ***KH***, на которую операется угол $\angle KBH=\angle ABC$. Следовательно точка ***B*** тоже лежит на этой же окружности.

Соединим точки E и F с точкой B. Получим $\angle EBK=\angle HBF$.

Найдём чему равны эти углы:

$\angle ELF=60°-\frac{\angle ABC}{3}$. Следовательно $\angle EBF=180°-60°+\frac{\angle ABC}{3}=120°+\frac{\angle ABC}{3}$.

Следовательно $\angle EBK=\angle HBF=\frac{1}{2}\left(120°+\frac{\angle ABC}{3}-\angle ABC\right)=60°-\frac{\angle ABC}{3}=$

$=\frac{180°-\angle ABC}{3}$. Следовательно BE и BF – трисектрисы внешних угла для угла $\angle ABC$.

***Приложение* 3**

Волчки.

Волчки кардинально отличаются от гироскопов тем, что в общем случае они не имеют ни одной неподвижной точки. Произвольное движение волчков имеет весьма сложный характер: будучи раскручены вокруг оси симметрии и поставлены на плоскость, они прецессируют, "бегают" по плоскости, выписывая замысловатые фигуры, а иногда даже переворачиваются с одного конца на другой. Не вдаваясь в детали такого необычного поведения волчков, отметим лишь, что немаловажную роль здесь играет сила трения, возникающая в точке соприкосновения волчка и плоскости.

Кратко остановимся на вопросе об устойчивости вращения симметричного волчка произвольной формы. Опыт показывает, что если симметричный волчок привести во вращение вокруг оси симметрии и установить на плоскость в вертикальном положении, то это вращение в зависимости от формы волчка и угловой скорости вращения будет либо устойчивым, либо неустойчивым.

Пусть имеется симметричный волчок, изображенный на рис. 1. Введем следующие обозначения: О - центр масс волчка, h - расстояние от центра масс до точки опоры; K - центр кривизны волчка в точке опоры, r - радиус кривизны; J_Z - момент инерции относительно оси симметрии, J_X - момент инерции относительно главной центральной оси, перпендикулярной оси симметрии.

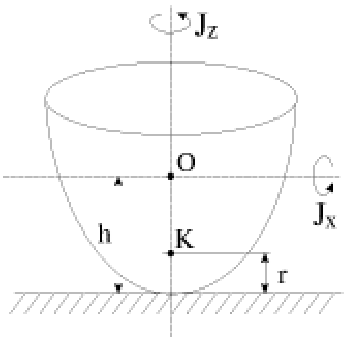


Рис. 1

Анализ устойчивости вращения волчка приводит к диаграмме, изображенной на рис. 2. Здесь по оси абсцисс отложено отношение J_Z/J_X, а по оси ординат – отношение h/r.

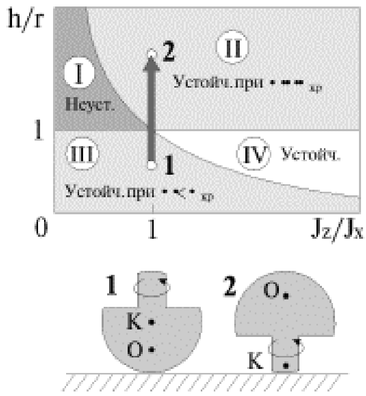


Рис. 2

Проведем гиперболу $\frac{h}{r} = \frac{1}{J_Z/J_X}$ и прямую $\frac{h}{r} = 1$. Эти линии делят область положительных значений J_Z/J_X на 4 части.

Область I соответствует неустойчивому вращению волчка при всех угловых скоростях, область II - устойчивому вращению при достаточно больших угловых скоростях $\omega > \omega_{KP}$. Область III соответствует устойчивому вращению при малых угловых скоростях $\omega > \omega_{KP}$, область IV - устойчивому вращению при произвольных ω. Критическая угловая скорость ω_{KP} зависит от моментов инерции J_Z J_Y, расстояний r, h и веса тела P=mg [К. Магнус, 1974]:

$$\omega_{KP}^{2} = \frac{(h-r)\cdot P}{J_X\left(\frac{r}{h}\right)\cdot\left(\frac{J_Z}{J_X}-\frac{r}{h}\right)}$$

Рассмотрим, например, китайский волчок, раскрученный до $\omega > \omega_{KP}$ и поставленный на плоскость вертикально, как показано на рис. 3,*а*. Пусть $J_Z = J_X$. Поскольку h<r то этой ситуации соответствует точка 1 в области III на рис. 1, то есть область устойчивого вращения лишь при малых ω. Таким образом, в нашем случае $\omega > \omega_{KP}$ вращение будет неустойчивым, и волчок перевернется на ножку (точка 2 в области II на рис. 2).

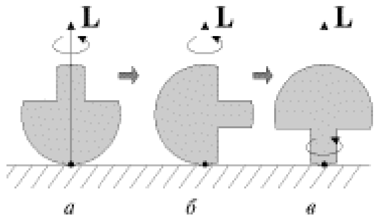


Рис. 3

Следует обратить внимание, что в процессе переворачивания волчка результирующий момент импульса сохраняет свое первоначальное направление, то есть вектор L, все время направлен вертикально вверх. Это означает, что в ситуации, изображенной на рис. 3, *б*, когда ось волчка горизонтальна, вращение вокруг оси симметрии волчка отсутствует! Далее, при опрокидывании на ножку, вращение вокруг оси симметрии будет противоположно исходному (если смотреть все время со стороны ножки, рис. 3, *в*).

В случае яйцеобразного волчка поверхность тела в окрестности точки опоры не является сферой, но существуют два взаимно перпендикулярных направления, для которых радиус кривизны в точке опоры принимает экстремальные (минимальное и максимальное) значения. Опыты показывают, что в случае, изображенном на рис. 3, *а*, вращение будет неустойчивым, и волчок принимает вертикальное положение, раскручиваясь вокруг оси симметрии и продолжая устойчивое вращение на более остром конце. Это вращение будет продолжаться до тех пор, пока силы трения не погасят в достаточной мере кинетическую энергию волчка, угловая скорость уменьшится (станет меньше ω_0), и волчок упадет.

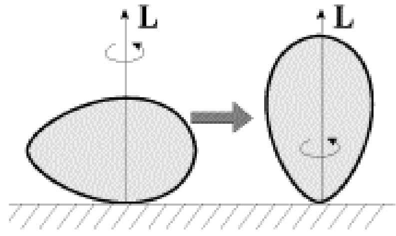


Рис. 4

***Приложение* 4**

Задача № 81. Определить абсолютную угловую скорость шестеренки *III* планетарного механизма, представленного на рис. 134.

Решение. Шестеренка *III* имеет одновременно две угловые скорости: переносную (угловую скорость кривошипа, вращающегося вокруг оси *O*) и относительную (вокруг оси *B*). Пусть кривошип вращается против хода часовой стрелки с угловой скоростью $+\omega_e$. Чтобы определить относительное вращение, мысленно остановим переносное, будем считать кривошип неподвижным. В относительном движении шестеренка *II* вращается с той же угловой скоростью ω_e против хода часовой стрелки, как это было показано в предыдущей задаче № 79. Колесо *III* в относительном движении (относительно кривошипа, принимаемого за неподвижный) вращается с такой же угловой скоростью, как и шестеренка *II*, но в противоположную сторону, т. е. относительная угловая скорость шестерни *III*:

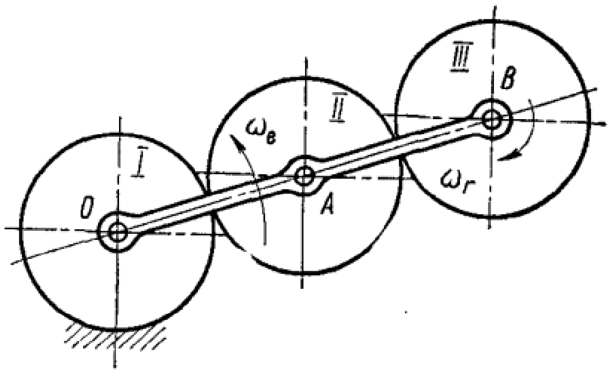


Рис. 134

$$\omega_r = -\omega_e.$$

Следовательно, к шестерне *III* приложена пара угловых скоростей и шестерня *III* совершает поступательное движение.

Ответ. $\omega_{III} = 0$ („парадокс Фергюсона“).

***Приложение* 5**

MATHEMATICAL SURPRISES

Six challenging dissection tasks

And a visit from a close relative of ϕ

by Martin Gardner

KARL SCHERER, A COMPUTER scientist in Auckland, New Zealand, recently posed the following six tasks:

1. Cut a square into three congruent parts.
2. Cut a square into three similar parts, just two of which are congruent.
3. Cut a square into three similar parts, no two congruent.
4. Cut an equilateral triangle into three congruent parts.
5. Cut an equilateral triangle into three similar parts, just two of which are congruent.
6. Cut an equilateral triangle into three similar parts, no two congruent.

The solution to the first task is obvious (see figure 1). It is surely unique, though I know of no proof. Ian Stewart and A. Womstein have shown that no rectangle can be divided into three congruent polyominoes unless the pieces are rectangles.[1]

Figure 1

Figure 2 shows three solutions to the second dissection task.

Task 3 is more difficult. Scherer found the pattern shown in figure 3. The solution is not unique, because the slanting line can assume an infinity of positions. The one shown may be the one in which line segments have the smallest possible integer lengths.

[1] *Journal of Combinatorial Theory*, Series A, Vol. 61, September 1992, pp. 130–36.

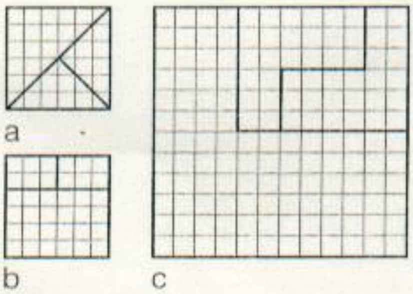


Figure 2

As mathematician Robert Wainwright of Plainview, New Jersey, has observed, figure 2b results when the slanting line is orthogonal.

We turn now to the three equilateral triangle tasks.

The fourth task obviously has an infinity of solutions, obtained by rotating the three trisecting lines about the central point (fig. 4). The trisecting lines need not be straight. They can be as wiggly as you like, provided that they are identical and do not intersect (fig. 4b).

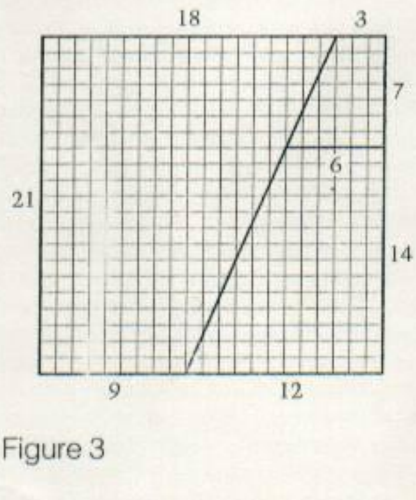


Figure 3

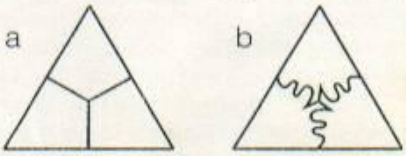


Figure 4

Scherer found an elegant solution to the fifth task (fig. 5). It's believed to be unique. Note its similarity to figure 2c.

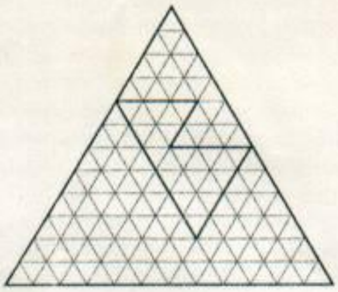


Figure 5

The sixth task is easily solved (fig. 6). It's probably unique, though no proof is known.

My only contribution to the six tasks was the rediscovery of a second solution to the third task

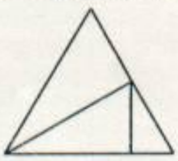


Figure 6

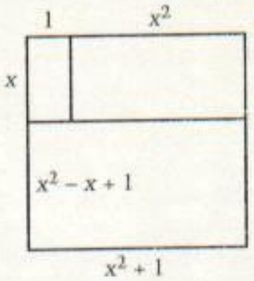


Figure 7

(fig. 7). I later learned from Scherer that he had found it years earlier. What is the value of x, assuming the smaller side of the smallest rectangle is 1? I thought this would be a simple question to answer. If x isn't rational, surely it's a recognizable irrational, such as 1.732... (the square root of 3), or 1.618... (the golden ratio, often called phi), or some other well-known irrational.

To my amazement, x turned out to be an irrational number I had never encountered before.

The cubic equation relating the ratio of the sides of the smallest rectangle to the ratio of the sides of the similar largest rectangle is

$$\frac{1}{x} = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1},$$

$$x^3 - 2x^2 + x - 1 = 0,$$

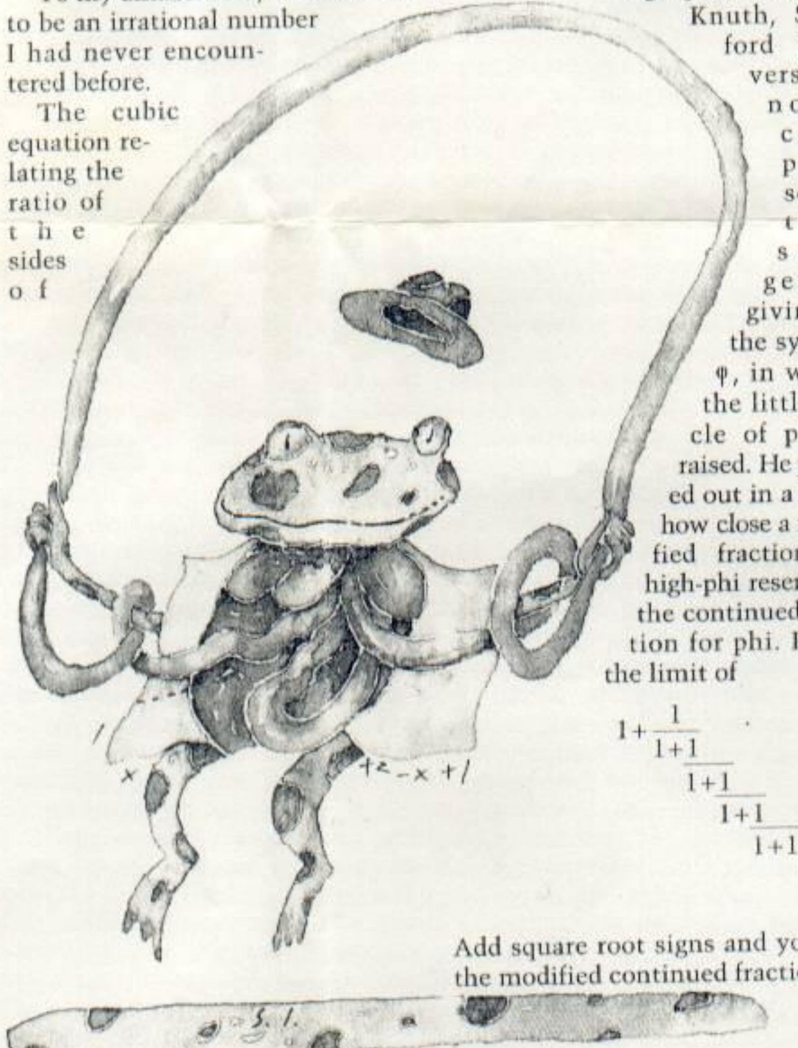
$$(x^2 - x)(x - 1) = 1.$$

The decimal expansion of x is 1.75487766624669276.... As Wainwright pointed out, the number is closely related to phi, the golden ratio. The reciprocal of phi equals phi minus one. The reciprocal of x equals $(x - 1)^2$. Other equalities are

$$\frac{1}{x^2} = \sqrt{x} - 1; \quad \sqrt{x} = \frac{1}{x - 1}.$$

I propose calling this number "high-phi." Donald Knuth, Stanford University's noted computer scientist, suggested giving it the symbol φ, in which the little circle of phi is raised. He pointed out in a letter how close a modified fraction for high-phi resembles the continued fraction for phi. Phi is the limit of

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + 1 \ldots}}}}$$



Art by Sergey Ivanov

Add square root signs and you get the modified continued fraction for high-phi:

$$1 + \cfrac{1}{\sqrt{1 + \cfrac{1}{\sqrt{1 + \cfrac{1}{\sqrt{1 + \cfrac{1}{\sqrt{1 + 1}}}}}}}} \ldots$$

As Knuth write, the series converges more rapidly than the series for phi, giving values that are alternately over and under the true value: 1, 2, 1.71, 1.765, 1.753, 1.7554, ...

Knuth also called attention to the following equality for high-phi:

$$1 + \frac{1}{\varphi - 1} = \varphi + \frac{1}{\varphi}.$$

Karl Scherer points out that the three rectangles in my figure have areas of x, x^3, and x^4. And if the original square has a side length of 1, the rectangles have areas of $1/x$, $1/x^2$, and $1/x^4$. This shows that $1 = 1/x + 1/x^2 + 1/x^4$, and the ratio of the largest rectangle to the rest of the square is $\sqrt{\varphi}$.

Scherer suggests the terms phi-two, phi-three, and so on, for the first terms of the series of solutions for the equation

$$\frac{1}{x} = (x - 1)^n.$$

He conjectures that 1 is the sum of the infinite series of the reciprocals of phi-two, phi-three, phi-four, and so on. In brief,

$$1 = \sum_{0}^{n} \varphi_n^{-2^n}.$$

Can any reader prove or refute this conjecture?

Is it not surprising that such a simple geometrical construction would generate such a curious number? Note that 666, the number of the beast in the Book of Revelations, follows its first six decimal digits. Perhaps *Quantum* readers know of other properties, serious or numerological.

I would welcome hearing from anyone who can find other solutions to any of the six tasks.

Литература

1. М. Гарднер, «Крестики – нолики», М., «Мир», 1988

2. М. Гарднер, «Математические новеллы», М., «Мир», 1974

3. М. Гарднер, «Математические досуги», М., «Мир», 1972

4. М. Гарднер, «Путешествие во времени», М., «Мир», 1990

5. М. Гарднер, «Математические головоломки и развлечения», М., «Мир», 1971

6. Сборник статей и задач, «Математический цветник», М., «Мир», 1983

7. М. Гарднер, «От мозаик Пенроуза к надёжным щрифтам», М., «Мир», 1993

8. Р. Хонсбергер, «Математические изюминки», М., «НАУКА», 1992

9. Ст. Барр, «Россыпи головоломок», М., «Мир», 1987

10. Дж. Орир, «Физика, Т. 1», М., «Мир», 1981

11. Г. С. М. Кокстер, «Введение в геометрию», М., «НАУКА», 1966

12. Г. Штейнгауз, «Математический калейдоскоп», Москва - Ленинград: Гостехиздат, 1949

13. Г. Штейнгауз, «Сто задач», М., «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1976

14. Л. Тарасов, «Этот удивительно симметричный мир», М., «Просвещение», 1982

15. Ф. Герман, «Математика и тнкий мир», „LAP LAMBERT Academic Publishing“ 2016

16. Ф. Герман, «Математика в науке и вокруг нас», „LAP LAMBERT Academic Publishing“ 2016

17. Ф. Герман, «Поэзия разума», „LAP LAMBERT Academic Publishing“ 2015