

Удивительная теорема Прасолова.

Наверное впервые научный мир человечества столкнулся с криволинейным треугольником, стороны которого являются дугами окружностей, когда Архимед открыл свою теорему, а может быть и раньше. Мы не изучали специально этот вопрос. Возможно, историки науки нас поправят.

Итак, если на диаметре полуокружности построены ещё две касающиеся между собой полуокружности, то получается фигура, которая в математике называется арбелос Архимеда (на Рис. 1 слева арбелос Архимеда показан красным цветом). Оказывается, что площадь арбелоса Архимеда равна площади окружности (Рис. 1 справа, показана синим цветом), построенной, как на диаметре, на отрезке, восстановленном в точке касания внутренних полуокружностей перпендикулярно данному диаметру.

Доказать это не сложно, надо помнить, что длина восстановленного отрезка равна среднему геометрическому длин отрезков, на которых, как на диаметрах, построены внутренние полуокружности.

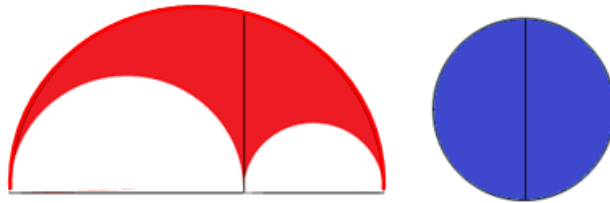


Рис. 1

Рассмотрим остроугольный треугольник. На его сторонах, как на диаметрах построены окружности. Фигуру, которая получилась в результате пересечений, построенных окружностей, будем называть внешним арбелосом Прасолова*) (на Рис. 2 показана красным цветом), а синий криволинейный треугольник будем называть внутренним арбелосом Прасолова.

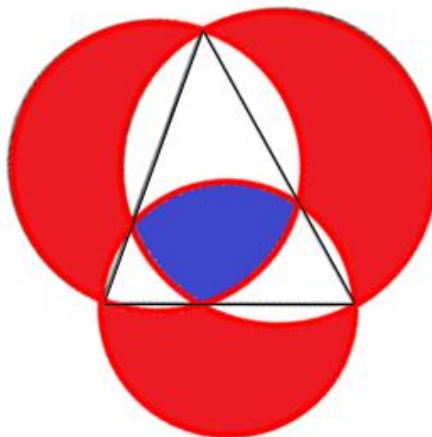


Рис. 2

*) Прасолов Виктор Васильевич – известный российский математик

Справедлива теорема Прасолова:

Если дан остроугольный треугольник, то разность площадей внешнего и внутреннего арбелосов Прасолова равна удвоенной площади данного треугольника.

Попробуйте самостоятельно доказать эту теорему. Для этого достаточно знаний школьной математики.

Ф. Г.