Франц Герман

«Рогатый» полиэдр

Приглашение к творческому поиску

franz.h-n@yandex.ru

Когда видишь этот рисунок впервые (Рис. 1), возникает ощущение, что на нём изображён какой-то усечённый куб или параллелепипед. Но приглядевшись повнимательнее начинаешь понимать, что что-то здесь не так. То ли какая-то линия лишняя, то ли какой-то линии не хватает. Почему одна из линий изображена пунктиром? В общем, впечатление такое, что автор рисунка где-то дал маху. Ещё немного посмотрев на рисунок понимаешь, что он строго симметричен и не понятно: смотрим ли мы на куб сверху или снизу. А может быть этот рисунок относится к тем картинкам, что используют в своей практике психологи?...

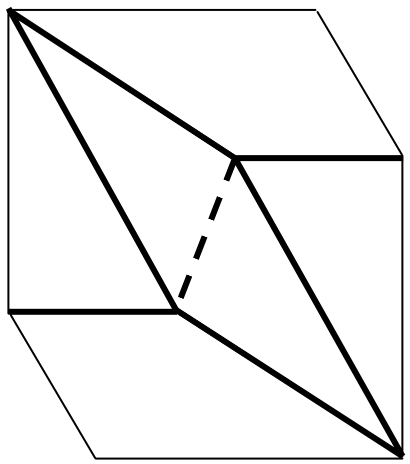

Рис. 1

Мы не будем далее искушать читателя и раскроем карты. На Рис. 1 изображена развёртка «Рогатого» полиэдра. Да-да, - это развёртка, в виде выпуклого многоугольника. Здесь жирными линиями обозначены «хребты», а пунктирной линией – «долина». Перерисуем нашу развёртку ещё раз (Рис. 2).

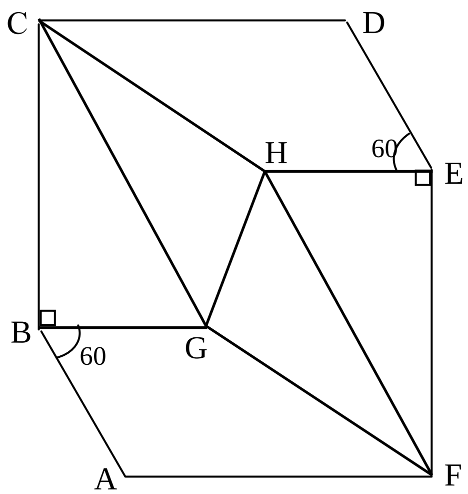

Рис. 2

Наша развёртка центрально симметрична относительно середины отрезка ***GH***. Сторона ***AB*** = ***BG*** = ***GH*** = ***HE*** = ***ED*** = ***a***, сторона ***BC*** = ***CD*** = ***EF*** = ***FA*** = ***b***. Отрезки ***CD, HE, BG, AF*** параллельны. Зависимость между ***a*** и ***b*** выражается следующим непростым уравнением:

$$2b^3 - 2b^2a - ba^2\left(1+2\sqrt{3}\right) + a^3\left(1+\sqrt{3}\right) = 0. \qquad (1)$$

Положив ***a*** = **1** (единичный отрезок), уравнение (1) можно привести к виду:

$$(b-1)\cdot\left(2b^2 - 1 - \sqrt{3}\right) - b\sqrt{3} = 0 \qquad (2)$$

Точное решение этих уравнений найти сложно (надо использовать формулу Кордано), а выполнить геометрическое построение с циркулем и линейкой просто невозможно (зависимость одной величины от другой имеет выражение третьего порядка), да нам это и не понадобится. Для построения развёрток «Рогатого» полиэдра вполне достаточно знать примерное соотношение:

$$\frac{b}{a} \approx 1{,}81509\ldots.$$

Мы в своих построениях в большинстве случаев использовали ***a*** = 5 см, ***b*** = 9,1 см.

Чтобы не утомлять читателя громоздскими математическими выкладками и непростыми доказательствами, мы их здесь не приводим. Но можем выслать всем желающим. Для тех, кто хочет попробовать всё сделать самостоятельно можем дать небольшую подсказку: при выводе уравнения (1) была использована формула Герона, а в доказательстве того, что данный многоугольник (Рис. 1 и 2) действительно является развёркой полиэдра использовалась теорема «О трёх перпендикулярах».

Сам «Рогатый» полиэдр тоже обладает симметрией. Он симметричен относительно оси, которая проходит через середины отрезков ***DE, GH,*** и ***AB*** (отрезки ***DE*** и ***AB*** при построении полиэдра склеиваются).

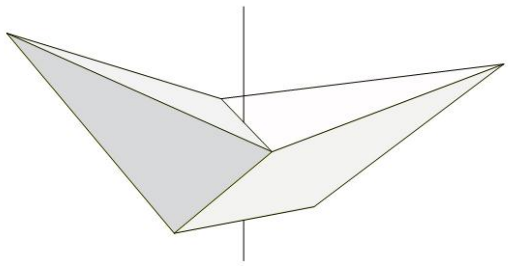

Рис. 3

Используя несколько «Рогатых» полиэдров можно построить множество оригинальных конструкций. Давайте пофантазируем. Может быть именно так будут выглядеть дома и архитектурные композиции будущего (Рис. 4, Рис. 5)

Два склеенных «рогатых» полиэлра

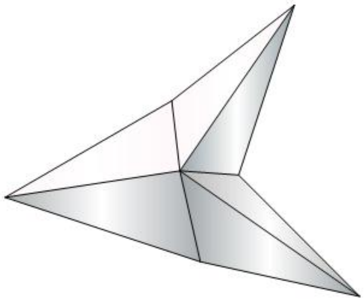

Рис. 4

Рис. 5

«Рогатый» полиэдр не единственный многогранник, который имеет развёртку в виде выпуклого многоугольника. Одна из двух развёрток простейшего многогранника – тетраэдра – является параллелограммом. Развёртку в виде параллелограмма имеет также многогранник, склееный из двух тетраэдров. Многогранник, построеный Славой Варкентином имеет развёртку в виде прямоугольника.

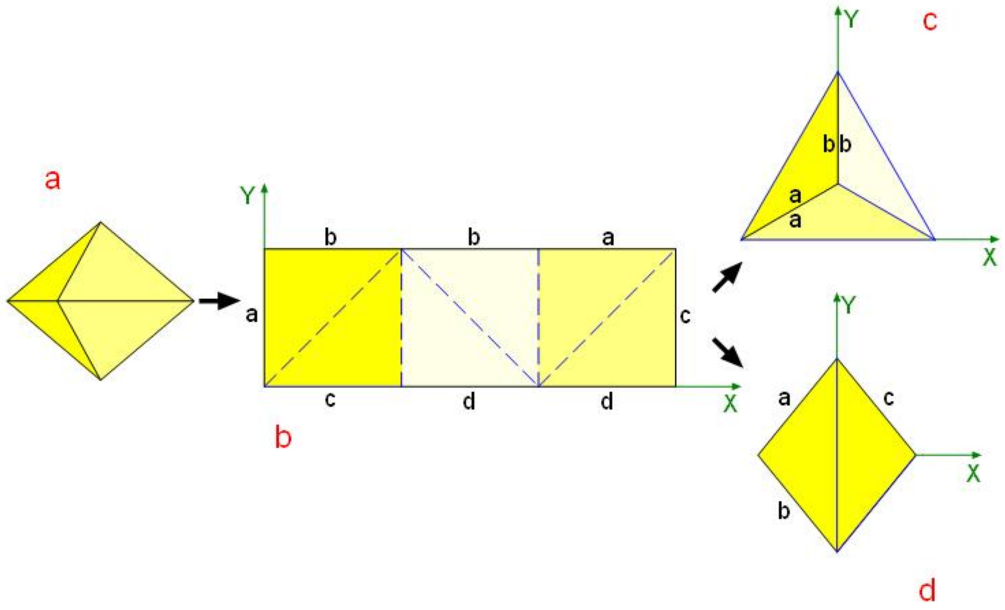

Рис. 6

В заключение приглашаем всех желающих включиться в творческий поиск. Предлагаем для начала три проблемы.

1. (Для математиков) Существуют ли другие полиэдры, развёртки которых были бы выпуклыми многоугольниками (например, семиугольники)?

2. (Для строителей и архитекторов) Какие интересные фигуры и кострукции можно складывать из «Рогатых» полиэдров?

3. (Для механиков и физиков) Если развёртка (Рис.1) выполнена из какого-то жёсткого материала, например из металла, а все «хребты» и «долина» - это механические рояльные шарниры, то будет ли такая развёртка подвижна, т. е. можно ли из неё сложить «Рогатый» полиэдр?