

Посвящаю любимому ученику
С. В. Варкентину

А зачем ОН не прячет «уши»? (исповедь старого математика)

В математике «уши» Бога торчат из каждого закоулка
А. В. Савватеев

Начиная эту исповедь, я вдруг ясно осознал, что хорошо помню все эпизоды своей жизни, о которых я собираюсь поговорить в этом эссе. А все эти эпизоды будут касаться любимой науки – математики. А математика, как все мы помним, начинается с арифметики, т. е. с первого класса средней школы. Помню, что я уже понимал, что будет если взять один кирпич, а потом к нему добавить ещё два, то всего у нас будет три кирпича. Или так: было у меня за пазухой три яблока, тут появился мой друг и я угостил его одним яблоком. У меня осталось ещё два яблока. Одно съем сам, а второе для сестры. Т. е. к первому классу я уже мог выполнять в уме элементарные действия арифметики. А вот кто меня этому научил я не помню. Умел и всё. На уроке арифметики у каждого из нас, кто учился в первом классе, была коробочка со счётными палочками. Палочки заменяли нам кирпичи и яблоки.

И вот однажды учительница научила нас записывать цифры. Один, два и т. д. Оказывается и цифры, а потом и числа, можно складывать и снова получать цифры и числа. А можно и отнимать. От большего числа можно отнять меньшее. И для всего этого существуют специальные знаки: плюс, минус, равно. Не надо ни кирпичей, ни яблок, ни счётных палочек. Такое занятие на уроке называлось – решать примеры. Я так был поражён и даже потрясён этим занятием, что не мог дождаться конца урока, чтобы об этом рассказать маме. Я как угорелый мчался домой. Пробежал два квартала на одном дыхании. Взлетел на второй этаж, толкнул дверь (мы никогда не закрывали входную дверь, только на ночь), промчался в кухню, не замечая ни сестры, ни бабушки и, остановившись рядом с удивлённой мамой, прокричал: мы сегодня... и замолчал. Я забыл, что же мы делали сегодня! Вернее сказать я помнил, но забыл слова, как это называется. Я стал торопливо расстёгивать портфель, нашёл нужную тетрадь, раскрыл её и торжественно сказал: **мы решали примеры!** Это было для меня каким-то выдающимся событием, которое я запомнил на всю жизнь. Сейчас, вспоминая этот случай, мне кажется, что в тот момент, когда я сидел за партой на уроке арифметики, в окне школьного класса промелькнули чьи-то «уши». И показались они именно для меня. Только я в тот момент их не заметил.

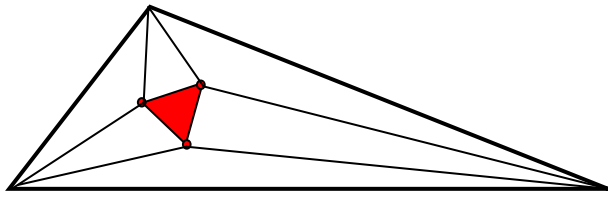
Я переходил из класса в класс, но среди школьных предметов ничего интересного вспомнить не могу. Помню, что после шестого класса меня

учительница по ботанике оставила проходить трудовую практику в кабинете биологии. Я любил ухаживать за растениями. А после седьмого класса нам вдруг объявили, что вместо годовой контрольной по математике у нас будет экзамен. При этом было сказано, что «автоматом» экзамен поставлен только мне и я назначен принимать экзамены по математике у своих одноклассников вместе с директором школы и учительницей по математике. Меня это удивило, но опять же я не заметил «ушей», которые слегка выглядывали из-за спин директора и учительницы по математике.

В восьмом классе я пошёл в другую школу (родители переехали на новую квартиру). В конце года я написал годовую экзаменационную работу по математике лучше и быстрее всех. При этом классный руководитель тихонько принёс мне листы бумаги с задачами из второго варианта экзамена и попросил решить и эти задачи. Я решил и классный руководитель принёс мне ещё чьи-то листочки. Я быстро решил и эти задачи. А через несколько дней мне вдруг предложили ехать в Новосибирск в какую-то спецшколу. Я отказался наотрез – не мог себе представить, как это бросить всех закадычных друзей. А «уши» опять пытались показаться в школьных коридорах, но мне было не до них.

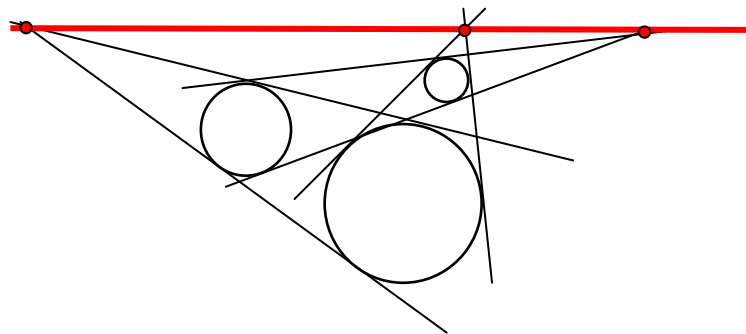
Один из девятых классов этой школы был со специальным уклоном: математическим. Это был дополнительный «Г» класс. Этот класс собирался из учеников всего города. Надо было иметь рекомендацию от учителя математики и пройти собеседование. Первого сентября ко мне на перемене подошёл учитель математики, конкретно взял меня за руку и отвёл в «Г» класс (не знаю было ли это решение подсказано ИМ или учитель сам был настоящим учителем, которому не нужны были подсказки свыше). «Ты должен и будешь учиться здесь» - сказал он бескомпромиссным тоном. И с этого момента для меня началась математика. У нас было шесть математических предметов: алгебра, геометрия, мат. анализ, геометрические преобразования, численные методы и решение задач повышенной трудности. Последний был самым любимым моим предметом. А геометрические преобразования и численные методы проеподавали профессора из местного педагогического института.

И именно с этого времени стали издаваться популярные книги по математике великого Мартина Гарднера. Я читал их все запоем, а некоторые из них до сих пор стоят на полках моей домашней математической библиотеки – [2], [3], [4], [5], [6], [7]. На страницах этих книг мне явились теоремы, которые, как божественными по другому и назвать было невозможно. Первым таким откровением стала теорема Морлея. Смежные трисектрисы углов произвольного треугольника пересекались в вершинах треугольника равностороннего.



Это были не просто «уши», выглядывающие из-за угла, это был сам ЕГО глаз, который смотрел на меня из треугольника и пылал краным огнём.

Математический Бог был везде и во всём. Огненной красной чертой ОН горел линией горизонта, маня моё воображение в божественный мир геометрии, воплощённый в теореме Монжа:



Центры перспектив взятых попарно для трёх произвольных окружностей лежат на одной прямой

Божественные чудеса встречаются не только в геометрии, но и в других областях математики. Например магический квадрат 12x12 [4, с. 421]. Этот минимальный квадрат составлен из 144 простых, нечётных, последовательных! чисел. Разве это не божественное чудо? Прав известный математик А. В. Савватеев: «В математике «уши» Бога торчат из каждого закоулка». Кстати сказать, число 144 можно встретить в Библии.

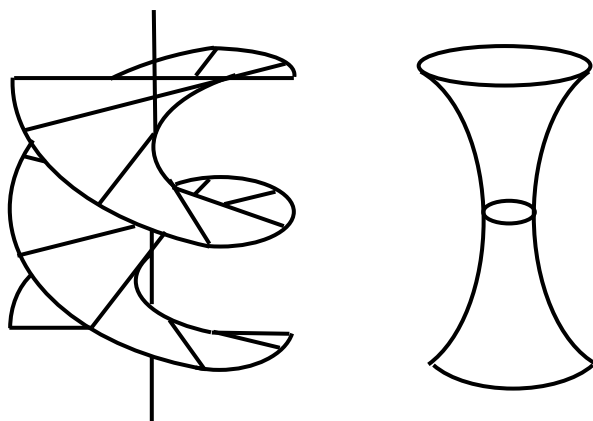
В истории много случаев, когда существование Бога объяснялось при помощи математики. По «легенде», на диспуте о существовании Бога, когда Дидро заявил, что Бога нет, Эйлер молча на доске написал формулу: $e^{i\pi} + 1 = 0$ и добавил: «следовательно Бог существует».

Количество божественных математических фактов постепенно перерастало в качество и в 1979 году я открыл свою первую теорему, которую назвал «Теоремой об исключении» [14, с. 160]. Благодаря этой теореме мне открылись «золотые уравнения»: $x^{\frac{x}{x-1}} = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1}$ и

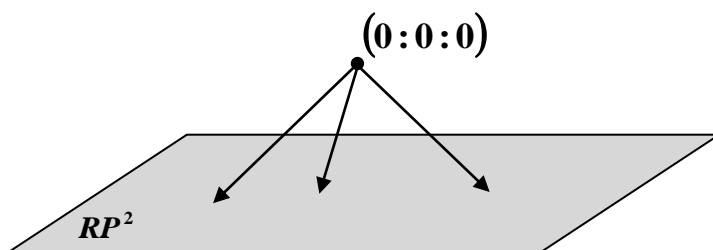
$x^{\frac{1}{x-1}} = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$. Единственными корнями этих уравнений является число ϕ — «золотое сечение». Это было первым божественным откровением личного характера. Канадский профессор из университета «Waterloo» Росс

Хонсбергер, когда увидел эти уравнения, написал мне: «...хочется затаить дыхание, чтобы не спугнуть увиденное».

Первая юношеская любовь в математике у меня была (и остаётся) к геометрии (планиметрии). Потом эту любовь расширила своим очарованием дифференциальная геометрия. Невозможно было поверить, что существуют преобразования, которые могут превращать геликоид в катеноид и наоборот [13, с. 156]. На рисунке слева показан геликоид, справа – катеноид (мы не будем здесь тратить время и выписывать эти преобразования).



А божественный восторг я получил от знакомства с проективной геометрией. Как говорил знаменитый математик Артур Кэли: «Проективная геометрия – это вся геометрия» [8, с. 208]. Судите сами. Рассмотрим проективную плоскость RP^2 . Чтобы ввести координатную систему для однородных координат на этой плоскости надо начало координат разместить где-то в трёхмерном пространстве, в точке не принадлежащей самой этой плоскости. Разве не очевидно, что это начало координат и есть точка Бога, откуда ОН видит всю плоскость.



Все, конечно, знают о таком явлении, которое в естествознании называется Большой Взрыв (БВ). Когда прошли первые мгновения после БВ и появилась материя вместе с материей возникла и геометрия пространства. Какая же это была геометрия? Вспомните слова А. Кэли. Конечно же это была проективная геометрия. А какая ещё? Ведь все остальные геометрии произошли от неё. Можно сказать, что проективная геометрия – это *реликтовая геометрия* нашего Мироздания, «отсветы»

которой мы можем наблюдать и сегодня. Вспомните железнодорожное полотно, где рельсы уходят вдаль и сливаются в бесконечно удалённой точке. А представьте себе, что вы стоите среди бесконечной степи или на палубе океанского лайнера. А где-то там далеко можно увидеть линию горизонта, которая замыкается в непрерывный овал. Все эти линии горизонта – бесконечно удалённые прямые (в проективной геометрии все прямые замкнуты). Эти линии горизонта, бесконечно удалённые точки – это ни что иное, как элементы проективной геометрии. ОН присутствует всегда от точки начала БВ - от точки начала Мироздания и до наших дней.

С началом изучения высшей математики популярные книги сменились учебниками и книгами типа [1] и [8], но ЕГО «уши» продолжали являться с удивительной настойчивостью и одни из ярких таких примеров – это теорема Гёделя о неполноте из математической логики и теорема Банаха-Тарского из теории множеств. Немного задержимся на этих теоремах. Мы не будем вдаваться в математические тонкости, но своими словами напомним вам, что это такое. Если формально непротиворечивая теория построена, скажем, на пяти аксиомах, то рано или поздно в этой теории найдётся утверждение, которое в рамках этих пяти аксиом нельзя будет ни доказать, ни опровергнуть и это утверждение надо будет включить шестой аксиомой нашей теории. Однако потом снова появится утверждение, которое снова будет ни истинным, ни ложным и его снова надо будет включать в систему аксиом. Т. о., наша теория всегда будет не полной (отсюда и название теоремы «о неполноте»). Когда эту теорему впервые услышал математик А. В. Савватеев то воскликнул примерно так (по его собственным словам): «это же и есть доказательство существования Бога!». А теорема Банаха-Тарского настолько противоречит нашей обычной земной логике, что эту теорему можно смело отнести к божественному провидению. Если даны два шара большой и маленький, то теорема Банаха-Тарского [1, с. 314] утверждает, что большой шар можно разрезать определённым образом так, что переложив эти части по другому из них можно сложить шар маленький. Согласно человеческой логике, такое под силу только ЕМУ.

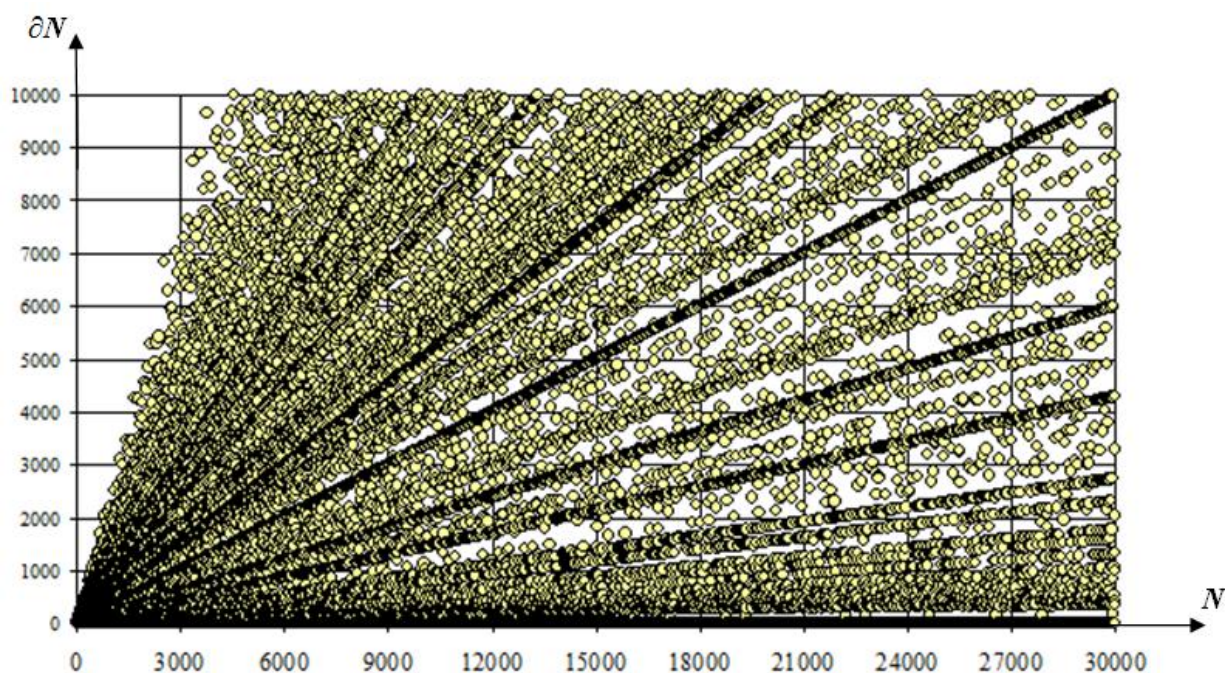
Я регулярно выступал с докладами на зональных конференциях и три моих доклада были удостоены дипломов первой степени. Один из этих докладов был посвящён теории циклического изоморфизма (ЦИ) конечных групп [11, с. 105]. Решением системы уравнений матричных представлений ЦИ оказались матрицы У. Клиффорда [9, с. 104]. А В. Паули переоткрыл эти матрицы, когда работал над теорией спина [10, с. 491] в квантовой механике. Теперь можно утверждать, что матрицы Паули – это ни изобретение Клиффорда и ни гениальное открытие Паули, а одно из решений системы уравнений ЦИ. Такое моё прозрение – это ни что иное, как подсказка СВЫШЕ, потому, что моё занятие разработкой теории ЦИ было совершенно случайным (я по образованию – геометр и никогда не планировал этим заниматься).

Должен напомнить читателям, что наш разговор – это не отчёт о проделанной работе в математике, а попытка анализа некоторых жизненных ситуаций, когда в ходе событий, которые приводили к серьёзным открытиям, как мне кажется, вмешивались силы потусторонние, о которых даже и не мечталось.

Это случилось 20-го апреля 1992 года. Кончался день и я уже собирался лечь спать. Традиционно положил чистый лист бумаги и карандаш на прикроватную тумбочку, посмотрел на часы (было ровно 24 часа 00 минут), лёг на правый бок и погасил свет. И тут же услышал голос. Было ощущение, что кто-то склонился к моему левому уху и низким голосом с оттяжкой на бас произнёс: «Необходимо исследовать число 666». Я тут же зажёг свет. Естественно - никого не было. Я взял карандаш и записал услышанную фразу. Конечно же, я знал, что числу 666 приписывают разные мистические свойства, но как его исследовать? Надо сказать, что теорией чисел я вообще никогда не занимался. Когда-то в институте я учил необходимый минимум по этому предмету и даже сдавал экзамен, но на этом всё и кончилось. Через несколько дней я рассказал этот случай одной моей хорошей знакомой. Она в то время была увлечена изучением эзотерики. «Ты наверное на ночь Библию читаешь? Это ведь почти точная фраза из Библии» - предположила она. А я в то время вообще Библию даже в руках не держал. Раздобыв Библию я начал искать в ней услышанную ночью фразу. И вот в «Откровениях святого Иоанна Богослова» в главе 13.18 я прочитал: «Здесь мудрость. Кто имеет ум, тот сочти число зверя, ибо это число человеческое; число его шестьсот шестьдесят шесть». Я был не на шутку удивлён. Не буду рассказывать, как складывались мои исследования. В течение следующего года я ввёл новые понятия такие, как: *производное число* $\partial(n)$ от натурального числа n , *первообразное число* $\int(n)$ от натурального числа n , *цепочки производных чисел*, *числовое петлеобразование*, *собственное (несобственное) натуральное число* и пр.. Доказал несколько новых числовых теорем и назвал новую теорию *дифференциальной теорией чисел* (ДТЧ). Невольно вспоминается выражение Л. Кронекера [1, с. 269]: «Господь бог создал целые числа; всё остальное – дело рук человеческих». Этот год для меня был не только годом сплошных математических открытий, но и появилось ощущение постоянного общения с НИМ. Было такое чувство, что мне доверен **ключ** к открытию математических истин. К сожалению я не могу подробно рассказывать обо всех исследованиях, которые открылись мне в этот год, но не показать отдельного примера таких исследований не в моих силах.

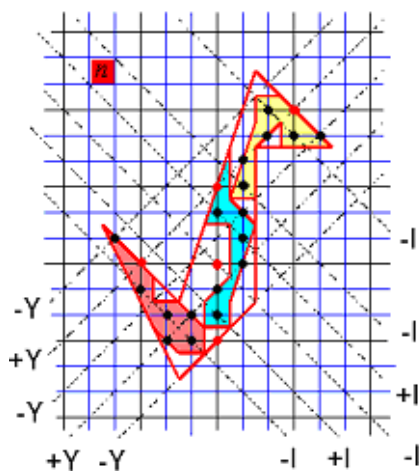
Мне явилась идея рассмотреть числовую плоскость в координатах $(n, \partial(n))$. По горизонтали бралось натуральное число n , а по вертикали откладывалось его производное число и место пересечения отмечалось маленьким кружком. Хаос полученного результата немного

обескураживал, но я не остановился и решил себе в помощь написать небольшую компьютерную программу. Я рассмотрел 30000 первых чисел натурального ряда. Результат меня потряс.



На диаграмме явно были видны выделенные направления в виде жирных прямых линий. Числовая плоскость жила какой-то своей жизнью похожей на БВ. Более того, я обнаружил, что натуральный ряд *квантован*, а первое квантовое число ряда имело интересную корреляцию с постоянной тонкой структуры из теоретической физики.

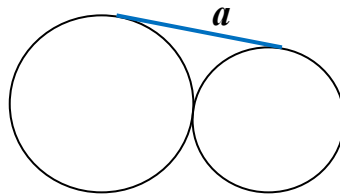
Однако ОН не мешал мне заниматься исследованиями и в других направлениях математики. Была открыта формула «двойственная» формуле Пика [12, с. 300] и с помощью этих формул было разработано геометрическое моделирование для характеристик адронов. Одна из возможных *теней* нейтрона в таком моделировании имеет вид:



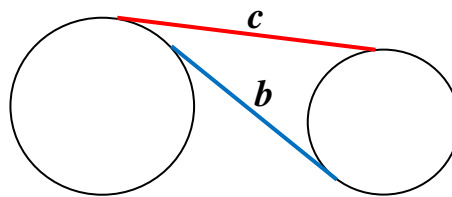
Иногда ОН подсказывал теоремы, цель существования которых была мне не понятна. Может быть эти теоремы будут нужны ТАМ? Я говорю о теоремах *о постоянстве площади и объёма* (сейчас суть их для нас не важна). Правда благодаря этим теоремам было введено новое геометрическое понятие *диаметра кольца*.

А может быть эти божественные теоремы и формулы есть высший знак того, что грядёт единая Вера на смену земным религиям?...

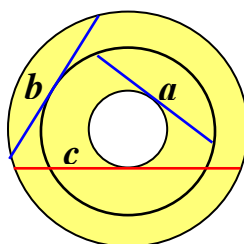
Но порой ЕГО подсказки и действия ставили в тупик. Рассмотрим теорему Пифагора. Открытие этой теоремы – это действительно божественное провидение. Но возникает вопрос. Почему ни Пифагор и ни кто-то другой после него более чем за 2000 лет не заметили, что алгебраическая запись теоремы Пифагора не исчерпывается только прямоугольными треугольниками? Рассмотрим теорему *о двух окружностях* [14, с. 126]. Даны две произвольные окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Обозначим длину этой касательной через ***a***.



Раздвинем эти окружности на некоторое произвольное расстояние. Теперь к этим окружностям можно провести две общих касательных: ***b*** (внутреннюю) и ***c*** (наружную). Тогда: $a^2 + b^2 = c^2$.



Почему же Пифагор не заметил теорему об окружностях, где касательные выполняют роль сторон прямоугольного треугольника? А теорема *о делении кольца концентрической окружностью на две части* показывает, что в теореме Пифагора окружности играют роль ни чуть не меньшую чем прямоугольные треугольники.



Здесь тоже $a^2 + b^2 = c^2$.

Однако, возникает вопрос: А зачем ОН не прячет «уши»? Для чего-то ведь ЕМУ надо, чтобы эти «уши» время от времени кто-то замечал? Может быть ОН забывал прятать «уши»? Но такое вряд ли возможно. ОН – всемогущий! Вспомним пословицу: «пути Господни неисповедимы». Если планы Бога нам не понять, то может быть и пытаться не стоит? Однако, «уши» существовали и существуют и поныне и Человек Разумный не был бы разумным если бы отказался от возможности понять ЕГО замысел. Мы можем только гадать и одна из догадок неотвратимо приходит в голову. Возможно грядёт новая Религия – вера в математику. Ведь говорят же: «математика – язык Бога». Бог, конечно один. Просто человек в силу своего несовершенства «видит» Бога каждый по своему. Кому-то ОН – это воплощение Христа. Мне ОН явился математической истиной. Для кого-то – это Аллах... Мы уже поняли, что математика ЕМУ не чужда, так почему бы в неё и не поверить? Познать всю математику невозможно. На это не хватит ни сил, ни времени. Не обязательно знать высшую математику. Есть люди, для которых математика становится профессией, но большинство людей в своей жизни и вовсе не сталкиваются с высшей математикой. Однако в школе мы все учим математику в виде арифметики и элементарной геометрии и алгебры. Хотелось бы чтобы эти знания всё-таки не выветривались совсем из наших голов.

Я уверен, что будет когда-нибудь построен Музей Чистой Математики – **новый храм науки и религии**. Девчонки и мальчишки будут посещать его и знакомиться с удивительными ЕГО математическими «чудесами». Для кого-то эта радость первых знакомств с большой Математикой станет путеводной нитью к будущей профессии, а кто-то просто поверит в её божественное откровение.

Не сомневаюсь, что первые храмы новой религии – Музеи Чистой Математики будут воздвигнуты именно в России - стране, с которой Бог всегда рядом.

Литература

1. М. Клайн, «Математика. Утрата определённости», М., «Мир», 1984
2. М. Гарднер, «Математические чудеса и тайны», М., «Наука», 1967
3. М. Гарднер, «Математические головоломки и развлечения», М., «Мир», 1971
4. М. Гарднер, «Математические досуги», М., «Мир», 1972
5. М. Гарднер, «Математические новеллы», М., «Мир», 1974
6. М. Гарднер, «Крестики – нолики», М., «Мир», 1988
7. М. Гарднер, «Путешествия во времени», М., «Мир», 1990
8. Ф. Клейн, «Элементарная математика с точки зрения высшей. II», М., «Наука», 1987

9. Х. Грин, «Матричная квантовая механика», М., «Мир», 1968
10. В. Паули, «Труды по квантовой теории», М., «Наука», 1975
11. Ф. Герман, «Закоулки и перекрёстки математики», «LAP LAMBERT Academic Publishing», 2015
12. Г. С. М. Кокстер, «Введение в геометрию», М., «Наука», 1966
13. А. П. Норден, «Краткий курс дифференциальной геометрии», М., «Физматгиз», 1958
14. Ф. Герман, «Поэзия разума», «LAP LAMBERT Academic Publishing», 2015

Я искренне благодарен Алексею Владимировичу Савватееву за его «откровения». Без них я бы наверное не решился написать свою исповедь.

Франц Герман
21. 07. 2024