

Франц Герман

Математика в науке и вокруг нас

LAP LAMBERT
Academic Publishing

Франц Герман

Математика в науке и вокруг нас

LAP LAMBERT Academic Publishing

Impressum / Выходные данные

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen-, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу <http://dnb.d-nb.de>.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брэндах и их можно использовать всем без ограничений.

Coverbild / Изображение на обложке предоставлено:
www.ingimage.com

Verlag / Издатель:

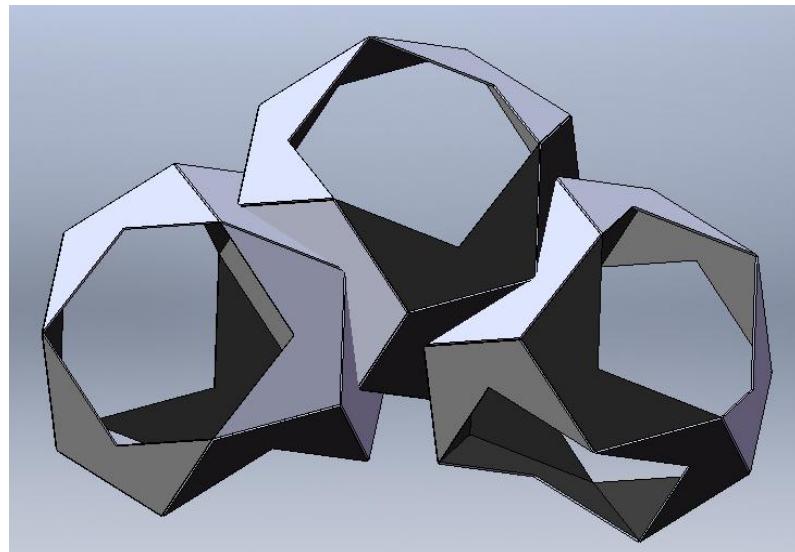
LAP LAMBERT Academic Publishing
ist ein Imprint der / является торговой маркой
OmniScriptum GmbH & Co. KG
Bahnhofstraße 28, 66111 Saarbrücken, Deutschland / Германия
Email / электронная почта: info@lap-publishing.com

Herstellung: siehe letzte Seite /
Напечатано: см. последнюю страницу
ISBN: 978-3-659-85082-0

Copyright / АВТОРСКОЕ ПРАВО © 2016 OmniScriptum GmbH & Co. KG
Alle Rechte vorbehalten. / Все права защищены. Saarbrücken 2016

Франц Герман

Математика в науке и вокруг нас



2016

Содержание

Часть I

Естественно-математические статьи

1. К вопросу о представлении δ – функции Дирака	стр. 4
2. К вопросу о свёрнутых измерениях	стр. 10
3. К вопросу о «золотом сечении». «Золотые» уравнения и формулы	стр. 22
4. К вопросу о непериодическом замощении плоскости	стр. 33
5. Геометрическое моделирование характеристик элементарных частиц и кварков	стр. 51
6. Промежуточный ряд	стр. 84
7. Формулы Френе и принцип неопределённости Гейзенберга	стр. 93
8. Уравнение перетока для сообщающихся сосудов	стр. 97
9. Локально параметрическая симметрия двух функций	стр. 106
10. Алгоритм нахождения перестановок	стр. 111
11. Математическая модель машины времени	стр. 115

Часть II

Научно - популярные статьи

1. К вопросу о теореме Пифагора	стр. 130
2. К вопросу о геометрии футбольного мяча	стр. 135
3. Линия катастроф	стр. 142
4. Мактоида и упаковки	стр. 152
5. Формула Эйлера и топология полиэдров	стр. 169
6. Введение в теорию планарных пропорций	стр. 176

7. К вопросу о развёртках куба	стр. 189
8. Теорема о постоянстве объёма	стр. 196
9. Разговор о научном чуде или как формировалось моё мировоззрение	стр. 203
10. Математика в живой природе	стр. 219
11. О пользе обобщений	стр. 236
12. Вокруг и в кругу 6 -ти	стр. 239
13. Почти забытая теорема	стр. 254
14. К вопросу о природе листа Мёбиуса	стр. 258
15. Задача о треугольниках	стр. 267
16. Экс-додекаэдр	стр. 271
17. Минимальный периметр	стр. 279
18. К вопросу о выворачивании пространства наизнанку	стр. 286
19. Квадратичный закон в геометрии и не только...	стр. 296
20. К вопросу о магическом шестиугольнике	стр. 305

Часть I

Естественно-математические статьи

1. К вопросу о представлении δ -функции Дирака

В данной заметке мы покажем представление δ -функции Дирака, которое будем называть естественным. Существующие способы представления δ -функции Дирака носят в общем-то искусственный характер.

Определение $\delta(x)$ -функции задаётся следующими равенствами:

$$\delta(x) = 0, \quad \forall x \neq 0. \quad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1. \quad (2)$$

Обычно представляют $\delta(x)$ -функцию, как предел функциональной последовательности, образованной некоторой исходной функцией $f(x)$.

$$f_n(x) = nf(nx), \quad (3)$$

здесь n – натуральное число.

Такую последовательность называют слабо сходящейся к $\delta(x)$ -функции.

Покажем три наиболее распространённых примера представления $\delta(x)$ -функции.

Пример 1. В качестве базовой функции берётся функция $\frac{\sin(x)}{x}$.

Базовая функция должна быть нормирована, т. е. Приведена к выражению

(2). Известно, что $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx = \pi$. Откуда получаем:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x)}{\pi \cdot x} dx = 1.$$

Т. о. в качестве базовой функции имеем: $f(x) = \frac{\sin(x)}{\pi \cdot x}$ и по правилу (3) получаем необходимую последовательность:

$$f_n(x) = n \frac{\sin(nx)}{\pi \cdot (nx)} = \frac{\sin(nx)}{\pi \cdot x}.$$

Покажем график этой функции при $n = 50$ (Рис. 1).

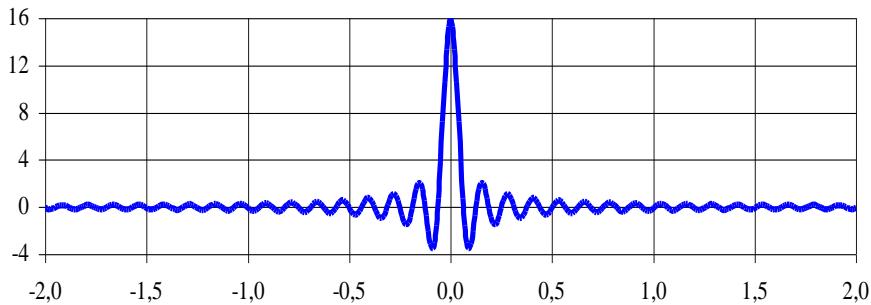


Рис. 1

На интервале $(-2; +2)$ при $x = 0$ получаем пиковое значение функции примерно равное 16.

Пример 2. В данном случае используется функция Гаусса закона нормального распределения: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2)$. Данная функция уже нормирована, поэтому получаем такую функциональную последовательность:

$$f_n = \frac{n}{\sqrt{\pi}} \exp(-(nx)^2).$$

Покажем график этой функции при $n = 50$ (Рис. 2).

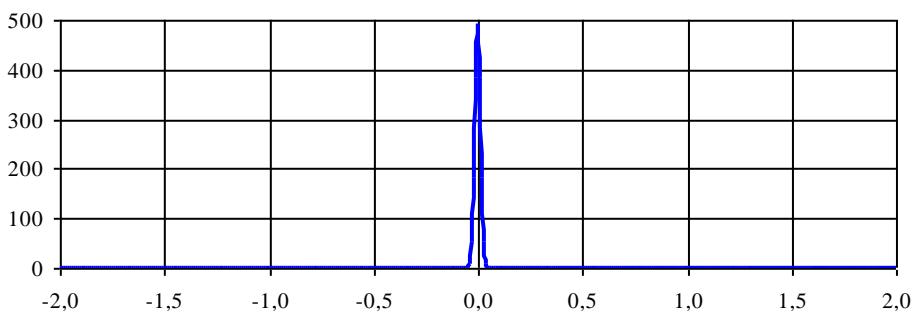


Рис. 2

Как видим, представление функцией Гаусса быстрее сходится к $\delta(x)$ -функции. При $x = 0$ получаем пиковое значение функции примерно равное 500.

Пример 3. В данном случае за базовую функцию взята функция Лоренца, которая после нормирования принимает вид: $f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{(x^2 + 1)}$.

Переходя к функциональной последовательности, получаем:

$$f_n = \frac{1}{\pi} \frac{n}{(nx)^2 + 1}.$$

График этой функции показан на Рис. 3

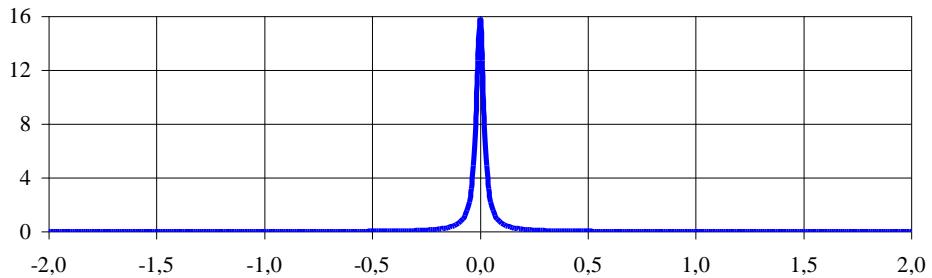


Рис. 3

Представления 1 - 3 будем называть искусственными, так как исходные функции искусственно превращаются в функциональные последовательности по правилу (3).

Рассмотрим пример естественного представления $\delta(x)$ -функции.

На Рис. 4 показана кривая, которая называется версъера (Локон Аньези). Уравнение этой кривой имеет вид:

$$y = \frac{d^3}{x^2 + d^2}, \quad (4)$$

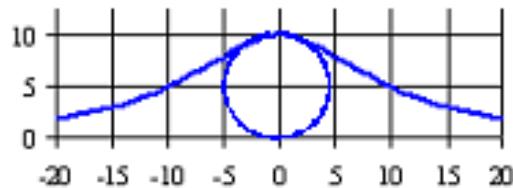


Рис. 4

где d – диаметр образующей окружности.

Вместо образующей окружности возьмём эллипс (Рис.5) с полуосами b, a ; уравнение которого имеет вид:

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{(y-a)^2}{a^2} = 1. \quad (5)$$

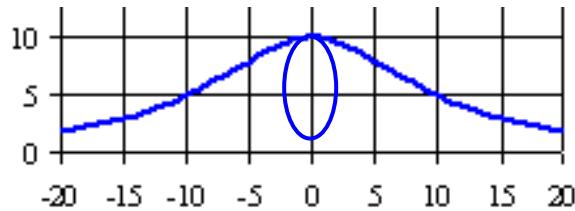


Рис. 5

Очевидно, что при $b \rightarrow 0$, и $a \rightarrow \infty$ новая кривая будет давать представление $\delta(x)$ -функции, конечно же при соблюдении условия нормирования (2).

Построим обобщённое уравнение версъеры. Покажем, как строится текущая точка искомой кривой.

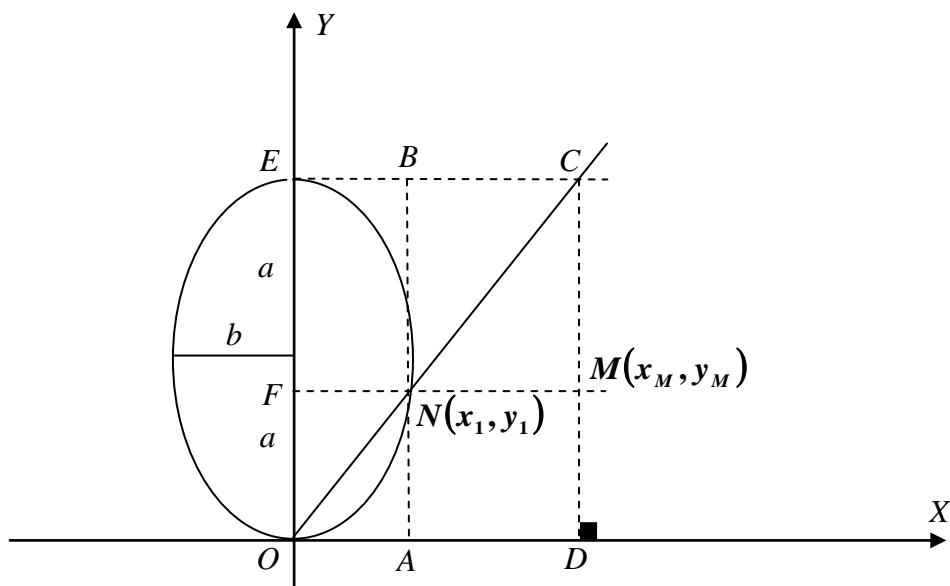


Рис. 6

Пусть точка N принадлежит нашему эллипсу. Прямая EB : $y = 2a$, тогда $C \equiv ON \cap EB$. Проведём прямую $CD \perp OX$. Прямая FN : $y = y_1$, тогда $FN \cap CD \equiv M$ - текущая точка искомой прямой.

Из построения имеем такое соотношение:

$$\frac{x_M}{2a} = \frac{x_1}{y_1}. \quad (6)$$

Откуда можем записать:

$$x_1 = \frac{x_M y_M}{2a}, \quad (7)$$