



Trabajo Práctico Nro. 1, Trimestre 1: Un poco de Matemática no hace mal

Notas: La interpretación del enunciado corre por cuenta del alumno.

Introducción

El trabajo práctico trata de introducirse al manejo de los tipos de datos y metodos que nos provee el lenguaje Java. Además de esto nos brindara hacer repaso de ciertas nociones de Matemática.

Enunciado:

Dada una matriz de dimensión nxn, cuyas posiciones contienen números generados al azar, el alumno deberá desarrollar una clase matriz que contenga los métodos y atributos necesarios para resolver los siguientes problemas:

- 1) Calcular el determinante por el método de los cofactores, tratando de hacer la menor cantidad de cuentas.
- 2) Utilizar el método de Sarrus si el coeficiente de la matriz es 2 o 3 .
- 3) Para ciertos casos particulares, triangular la matriz por el método de Gauss.
- 4) Indicar si la matriz es definida positiva o no.
- 5) Suponiendo que se dispone de un vector para armar un sistema de nxn ecuaciones, se debe ver la posibilidad de utilizar la regla de Crámer y en caso que se pueda dar la solución x_1, x_2, \dots, x_n
- 6) Permitir saber si dos matrices son iguales.
- 7) Permitir saber cuantas instancias de la clase matriz se generaron.

Aclaraciones: El coeficiente n al igual que el rango de números al azar a generar son pasados por línea de comando.

Un poco de repaso Matemático

Sistema de Ecuaciones: Esta es una idea básica que el alumno debe conocer de 4to año. Intuitivamente es tener N ecuaciones con N incógnitas y ver si cumplen con ciertos coeficientes. Matemáticamente hablando:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Este es un sistema de 3X3. En nuestro caso nos limitaremos solo a sistemas de ecuaciones cuadrados .

Triangulación por método de Gauss: La idea es recordar para que sirve este método.

Técnicamente hablando, nos facilita el poder resolver sistema de ecuaciones de nxn bajo algunas condiciones donde no perdamos precisión (Computacionalmente hablando). Por ej el sistema anterior se podría tenerlo de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Salida} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix} \therefore \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 4 \end{cases}$$

Notese que el sistema que aparece a la derecha es de mas fácil resolución que el primero y se puede comprobar que las soluciones coinciden.

Cálculo de Determinantes: Una noción poco intuitiva pero no tanto es pensar como que es una función que mapea de un dominio RXR a un dominio R, es decir, que dado una matriz podría obtener un número que la representa. Lamentablemente un determinante puede ser igual para 2 matrices con coeficientes distintos. Una forma de comparar "SI UNA MATRIZ ES MAYOR QUE OTRA" podríamos hacerlo con esto.

Además el uso del cálculo de determinantes es importante para el hecho de resolver sistemas de ecuaciones lineales, sobre todo para el método de Cramer, a saber, si una matriz tiene determinante distinto de 0 entonces es un sistema compatible determinado, cuya solución es única.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Det}(A) = (-1)^{(1+3)} * 0 * (4*0 - 2*1) + (-1)^{(2+3)} * 0 * (1*4 - 2*1) + (-1)^{(3+3)} * 1 * (2*1 - 2*0) = 2$$

Esta Matriz cumple con lo mencionado antes.

Saber si una matriz es postiva: Básicamente es saber si los determinantes menores(ir anulando filas y columnas quedándose solo con matrices superiores izquierdas) son >0. Ej:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$1ra.Superior.Izq = B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Det}(A) = (-1)^{(1+3)} * 0 * (4*0 - 2*1) + (-1)^{(2+3)} * 0 * (1*4 - 2*1) + (-1)^{(3+3)} * 1 * (2*1 - 2*0) = 2$$

$$\text{Det}(B) = (-1)^{(1+1)} * 1 * 2 + (-1)^{(1+2)} * 0 * 2 = 2$$

$$\text{Det}(A) \wedge \text{Det}(B) > 0 \therefore A \text{ es Definida Positiva.}$$

Método de Cramer: El método es bastante intuitivo y que se utiliza con mucha frecuencia en la Ingeniería. Se necesita de una hipótesis: El determinante de la matriz debe ser distinto de 0. Si se cumple lo mencionado, la solución xi sale de reemplazar en la matriz original la columna i-ésima por la columna solución y calcular el determinante.

Entonces $x_i = \text{det}(\text{Matriz reemplazada la columna } i\text{-ésima}) / \text{det}(\text{Mat Original})$