

# Generación de Órdenes Totales mediante el Vector de Perron de Cadenas de Markov Irreducibles

Silvio Vileriño (*svilerino@gmail.com*), Sacha Kantor (*sacha.kantor+exactas@gmail.com*)  
Juan Grandoso (*juan.grandoso@gmail.com*) y Nahuel Lascano (*laski.nahuel@gmail.com*)

## Resumen

La elaboración de órdenes es uno de los problemas más frecuentes que se da en nuestra sociedad. Virtualmente todos los ámbitos conocidos (deportes, laboral, lúdico, salarial, etc) enfrentan este problema, que será más o menos complejo según el contexto. A lo largo de este trabajo estudiamos este problema en el ámbito de las páginas web: ¿cuándo una página debería estar por encima de otra?

## Palabras Clave

PageRank, Autovectores, Matriz Estocástica, Motores de Búsqueda

## Índice

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. Introducción Teórica</b>                    | <b>1</b>  |
| 1.1. La motivación . . . . .                      | 1         |
| 1.1.1. Compresión de video . . . . .              | 1         |
| 1.1.2. Reproducción en cámara lenta . . . . .     | 2         |
| 1.1.3. Suavización de video y Morphing . . . . .  | 2         |
| 1.2. Los métodos propuestos . . . . .             | 3         |
| 1.2.1. Cuadro más cercano . . . . .               | 3         |
| 1.2.2. Interpolación lineal . . . . .             | 3         |
| <b>2. Desarrollo</b>                              | <b>5</b>  |
| <b>3. Implementación</b>                          | <b>6</b>  |
| <b>4. Experimentación</b>                         | <b>7</b>  |
| <b>5. Conclusiones</b>                            | <b>8</b>  |
| <b>Apéndice A: Enunciado del Trabajo Práctico</b> | <b>9</b>  |
| <b>Apéndice B: Código Fuente Relevante</b>        | <b>11</b> |



## 1. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

EN el siguiente trabajo se aborda el desafío de aumentar algorítmicamente la cantidad de frames de un video de manera que el resultado se asemeje al video original. En otras palabras, el objetivo es, a partir de un video, generar otro con mayor cantidad de frames, de modo tal que coincidan en aquellos frames presentes en el video original y los frames generados se *ajusten* a estos, apuntando idealmente a que el ojo humano no perciba el agregado artificial.

En esta introducción presentaremos una lista no exhaustiva de las diversas situaciones que motivan la resolución de dicho problema y daremos un marco teórico a los métodos propuestos para su solución.

### 1.1. La motivación

#### 1.1.1. Compresión de video

El aumento exponencial de internet ha dado lugar, entre otras cosas[TP2], a la mejora de la infraestructura utilizada, lo que en particular repercutió en un aumento generalizado de las velocidades de conexión y del ancho

de banda de las mismas. Esto promovió su utilización para compartir contenido cada vez más pesado, en particular videos de todo tipo, desde caseros a profesionales. Además, de la mano con el avance de las tecnologías de captura de video, la resolución de los mismos aumenta cada vez más.

Sin embargo, la inmensa cantidad de usuarios impone un límite al ancho de banda que se le puede dedicar a cada uno, sobretodo para sitios populares como YouTube que sirven miles de videos en cada instante determinado [¿CITA?], e impone la necesidad de criterios para reducir la cantidad de paquetes que se le transfieren a cada usuario.

Un abordaje común y ampliamente difundido es la compresión de videos, con o sin pérdida de calidad. En términos generales, consiste en que el servidor envíe una versión comprimida del video (posiblemente precomputada de antemano) y que el usuario use su propio poder de cómputo para descomprimirlo y visualizarlo. De este modo se reduce la cantidad de tráfico en la red a costa de un trabajo mayor de CPU de servidores y usuarios, que en general resulta menos costoso.

Los resultados de este trabajo pueden utilizarse como método de compresión con pérdida. Visto de ese modo, una versión *comprimida* de un video es un nuevo video con un subconjunto de los frames del original. El mecanismo de compresión, entonces, resulta muy sencillo de implementar. Para realizar la descompresión se precisa, entonces, generar los frames faltantes a partir de los recibidos. El objetivo de este trabajo es el estudio de distintos métodos para resolver ese problema.

Pero la compresión de videos no es la motivación principal de los métodos estudiados. Para dicho problema existen variados algoritmos que, sin eliminar cuadros completos, representan cada uno en función de los cambios respecto de los anteriores, obteniendo resultados más fieles (dado que no eliminan por completo la información de ningún cuadro) sin un tamaño mucho mayor[wiki`data`compression`video ].

### 1.1.2. Reproducción en cámara lenta

Otra motivación posible y más generalizada resulta de analizar las tecnologías de captura de video. Desde su invención, el principio básico se mantuvo intacto: capturar varias imágenes por segundo y reproducirlas en orden para dar al ojo humano la sensación de movimiento. Un video, entonces, no es más que una secuencia de imágenes (en adelante *frames*) reproducidas a una frecuencia determinada, en general mayor a 12 por segundo (el máximo que el sistema visual humano puede percibir como imágenes separadas[wiki`framerate ]). En la época del cine mudo las películas se filmaban con cámaras manuales, lo cual permitía alterar la cantidad de frames por segundo (en adelante *frame-rate*) según la velocidad que se le quisiera dar a la escena: a mayor frame-rate la escena se percibe más lenta y viceversa. Pero al añadirles sonido fue necesario estandarizar el frame-rate, pues el oído humano es mucho más sensible a cambios de frecuencia que el ojo[wiki`framerate ]. Desde entonces el estándar ha sido filmar y reproducir a (aproximadamente) 24 cuadros por segundo, tanto películas como demás videos, lo cual se mantuvo prácticamente intacto hasta 2012 con la llegada del Cine en Alta Frecuencia (*HFR* por sus siglas en inglés) de la mano de Peter Jackson en *The Hobbit: An Unexpected Journey*.

A lo largo de la historia y cada vez con mayor frecuencia se han utilizado Cámaras de Alta Velocidad (*HSC*) para generar videos que, reproducidos a 24 *fps*<sup>a</sup> permitan percibir cosas que el ojo humano o incluso quizás una cámara normal no percibiría. Los usos de los mismos son muy variados, y van desde la biomecánica<sup>b</sup> hasta los eventos deportivos<sup>c</sup>, pasando incluso por meras curiosidades<sup>d</sup>. Sin embargo los videos resultantes son sumamente pesados por unidad de tiempo, haciéndolos complicados de almacenar, transportar y distribuir. Además, el equipo necesario para realizar las capturas suele ser mucho más costoso que el equipamiento normal. O quizás simplemente no se cuenta con una versión en alta velocidad de un video ya filmado.

Dicho en líneas más generales, es posible que se desee reproducir en cámara lenta un video del cual, por el motivo que fuere, solo se tiene una versión con frame-rate estándar. Una solución es generar computacionalmente los frames faltantes, aprovechando la información existente para crear frames que se acerquen lo más posible a los que hubiese producido una HFC. Lo cual nos lleva nuevamente al objeto de estudio de este trabajo.

### 1.1.3. Suavización de video y Morphing

También es posible que lo que se busque sea generar frames nuevos a partir de un video ya existente pero no con la intención de verlo en cámara lenta sino para que el resultado final sea más “suave” o agradable a la vista.

a. frames por segundo, unidad estándar del frame-rate  
b. <https://www.youtube.com/watch?v=VSzpM8vEAFA>  
c. <https://www.youtube.com/watch?v=O0ICJfFtjCQ>  
d. [https://www.youtube.com/watch?v=tw3q4\\_jZv8M](https://www.youtube.com/watch?v=tw3q4_jZv8M)

Es un proceso común en los videos animados dibujados a mano<sup>a</sup>, dado que el trabajo extra necesario para dibujar cada frame individualmente difícilmente sea apreciado por el espectador final. Hoy en día se utiliza también en animaciones por computadora, por ejemplo para realizar una transición fluida entre dos expresiones de una cara o entre dos estados posibles de un cuerpo 3D.

Un objetivo similar es generar una transición entre dos fotos o videos que no necesariamente forman parte de una misma captura, pero que se quiere integrar en un único y, en lo posible, fluido video. Los usos más comunes del *morphing*, como se le llama, consisten en transformar la cara de una persona en la de otra<sup>b</sup>.

## 1.2. Los métodos propuestos

Finalizada la enumeración de ciertos rubros que motiven la investigación sobre el tema, nos desviaremos al marco teórico que se nos presenta. A continuación, daremos una breve explicación de cada herramienta que encaminará a las posibles soluciones al problema de construir, a partir de un video en tiempo real, una secuencia de imágenes generadas de forma artificial que explaye la sensación de que el video original ha sido ralentizado. A esto último lo definimos como el efecto de *slowmotion*.

### 1.2.1. Cuadro más cercano

Este método se basa en una idea de carácter simplista, pero comprende de una intuición que puede resultar de utilidad para ciertos tipos de videos, como por ejemplo, la filmación de un objeto inmóvil.

Se extrae cada cuadro/frame en el orden en que el video los reproduce y tomando de a pares, se le adiciona una cierta cantidad de frames de por medio. No hay un número exacto que represente esta cantidad, por lo que se lo interpreta como parámetro de experimentación. Sin embargo, nos resta como incógnita, el procedimiento por el cual se obtiene dichos cuadros. Esto último es lo que caracterizará al método en cuestión.

Nos abstraemos por un momento de la totalidad de frames que compone una grabación para analizar en detalle el conjunto de imágenes resultantes entre cada par de cuadros de la reproducción original. Asumimos que se decidió la cantidad de frames a realizar. Para un mejor entendimiento, llamaremos a estos cuadros como *frames artificiales*. Por otro lado, el par de frames provenientes del video original, se lo conocerán como *frames originales*.

Como lo indica el sub-título de la sección, mediante un algoritmo que muestra la posición del frame artificial entre los dos frames originales, determinamos a qué distancia se encuentra de ambos extremos. Recordemos que se ingresaron  $n$  cuadros entre medio de los originales. Una vez realizado el paso de búsqueda, se decide copiar la imagen del extremo más cercano al frame artificial que se está evaluando.

De esta manera, habrá al menos (despreciando decimales)  $n/2$  frames cuya imagen será idéntica a la de alguno de los dos frames originales. En caso que se decida agregar una cantidad impar, se opta por fragmentar en dos partes de  $n/2$  y  $n/2 + 1$  cuadros. En la partición de mayor peso, es el usuario quien selecciona qué extremo escoger de los originales. En la siguiente figura, nos encontramos con un ejemplo conciso de lo explicado:

( Ejemplo gráfico o dejar eso para el desarrollo )

( Breve explicación del ejemplo )

Volviendo al análisis del video en su mera totalidad, se repite el anterior procedimiento en cada par de frames en el orden concebido por la secuencia del video. De tal forma, se obtienen los frames artificiales, consiguiendo una nueva filmación con el efecto de *slowmotion* que este método propone.

( Algún comentario final )

### 1.2.2. Interpolación lineal

Semejante al *cuadro más cercano*, en el sentido que comparten la ideología de trabajar cíclicamente con cada par de frames para eventualmente, obtener el video deseado con su respectivo efecto. No obstante, contaremos lo particular y característico de este método, que puede proporcionar ciertas mejoras en el movimiento de objetos durante su filmación.

Por un lado, no posee la misma intuición que su antecesora, donde la imagen de cada frame artificial se basa en copiar alguno de los dos cuadros originales en evaluación. En cambio, se busca utilizar fundamentos matemáticos que ayuden a *predecir y reflejar* lo sucedido entre cada par de frames del video original.

a. De hecho el primer video animado de la historia, Fantasmagorie de 1908, tiene solo la mitad de sus cuadros realmente dibujados.

b. Como se puede ver en este excelente ejemplo: <https://www.youtube.com/watch?v=3ZHtL7CirJA>

Nuevamente, nos enfocamos en analizar el algoritmo propuesto para la creación de los  $n$  frames artificiales que se desean adherir entre cada conjunto de pares. En primer lugar, debemos pensar a cada frame como una matriz de  $m \times n$  píxeles (dependiendo la resolución en que se dispone el video), siendo  $m$  el largo del cuadro y  $n$  el ancho. En segundo lugar, el procedimiento destina a generar un polinomio de grado uno <sup>a</sup> entre ese par de frames originales. Aunque, ¿de qué forma inventaremos dichos polinomios? Para ello, introducimos algunos conceptos que resolverán esta incógnita.

Contamos previamente acerca de la idealización de tales cuadros como matrices compuestas por píxeles. Sin embargo, en ningún momento se aclaró del valor numérico que posee cada posición. Consideramos un rango en el conjunto de números enteros del 0 al 255, inclusive. Esta última se la conoce como **escala de grises** <sup>b</sup>.

( TBD )

a. También definida como función lineal; <https://es.wikipedia.org/wiki/Lineal>.

b. [https://es.wikipedia.org/wiki/Escala\\_de\\_grises](https://es.wikipedia.org/wiki/Escala_de_grises)

## 2. DESARROLLO

EN la sección anterior se presentó una descripción breve del problema a resolver, y se llegó a un modelo matricial del mismo sobre el cual la resolución del problema se reducía a calcular el autovector  $x$  asociado al autovalor  $\lambda$  de valor 1. A su vez, se demostró que como consecuencia del modelo y su matriz resultante, este  $x$  y  $\lambda$  existirán (y en el caso de  $x$ , que será único).

### 3. IMPLEMENTACIÓN

A continuación nos explayaremos sobre los detalles de la implementación del método propuesto. En las secciones previas hemos dado una introducción al problema, su modelo y justificación de por qué el mismo sirve y a su vez hemos expuesto un método que nos permite hallar la solución.

En esta sección primero hablaremos sobre una implementación del algoritmo ?? (página ??), su justificación y correctitud. Luego pasaremos a resolver el problema de las estructuras de datos utilizadas para las matrices del problema (las cuales, por representar grafos completos, presentarán inconvenientes al querer trabajar con *datasets* cada vez más grandes).

## **4. EXPERIMENTACIÓN**

A continuación se detallan todos los experimentos realizados en este trabajo y sus resultados. Se detalla no sólo el experimento en si, sino que también se explican los resultados que se esperan comprobar y sus motivaciones.

## 5. CONCLUSIONES

A lo largo de este trabajo pudimos vislumbrar las complejidades propias del problema de ordenar una colección en principio desordenada de elementos. Tomamos el ejemplo de las páginas web por un lado y el de las competencias deportivas por otro, enfocándonos particularmente en el fútbol. Usamos el algoritmo de PageRank y su adaptación GeM para resolver ambos problemas respectivamente, y estudiamos su comportamiento al variar diferentes parámetros de entrada, particularmente el factor de teletransportación  $\alpha$ .



## APÉNDICE A

### ENUNCIADO DEL TRABAJO PRÁCTICO

#### Métodos Numéricos

Segundo Cuatrimestre 2015

#### Trabajo Práctico 3



Departamento de Computación

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

### Un juego de niños

#### Introducción

¿Quién nunca ha visto un video gracioso de bebés? El éxito de esas producciones audiovisuales ha sido tal que el sitio youborn.com es uno de los más visitados diariamente. Los dueños de este gran sitio, encargado de la importantísima tarea de llevar videos graciosos con bebés a todo el mundo, nos ha pedido que mejoremos su sistema de reproducción de videos.

Su objetivo es tener videos en cámara lenta (ya que todos deseamos tener lujo de detalle en las expresiones de los chiquilines en esos videos) pero teniendo en cuenta que las conexiones a internet no necesariamente son capaces de transportar la gran cantidad de datos que implica un video en *slow motion*. La gran idea es minimizar la dependencia de la velocidad de conexión y sólo enviar el video original. Una vez que el usuario recibe esos datos, todo el trabajo de la cámara lenta puede hacerse de modo offline del lado del cliente, optimizando los tiempos de transferencia. Para tal fin utilizaremos técnicas de interpolación, buscando generar, entre cada par de cuadros del video original, otros ficticios que nos ayuden a generar un efecto de slow motion.

#### Definición del problema y metodología

Para resolver el problema planteado en la sección anterior, se considera el siguiente contexto. Un video está compuesto por cuadros (denominados también *frames* en inglés) donde cada uno de ellos es una imagen. Al reproducirse rápidamente una después de la otra percibimos el efecto de movimiento a partir de tener un “buen frame rate”, es decir una alta cantidad de cuadros por segundo o fps (frames per second). Por lo general las tomas de cámara lenta se generan con cámaras que permiten tomar altísimos números de cuadros por segundo, unos 100 o más en comparación con entre 24 y 30 que se utilizan normalmente.

En el caso del trabajo práctico crearemos una cámara lenta sobre un video grabado normalmente. Para ello colocaremos más cuadros entre cada par de cuadros consecutivos del video original de forma que representen la información que debería haber en la transición y reproduciremos el resultado a la misma velocidad que el original. Las imágenes correspondientes a cada cuadro están conformadas por píxeles. En particular, en este trabajo utilizaremos imágenes en escala de grises para disminuir los costos en tiempo necesarios para procesar los datos y simplificar la implementación; sin embargo, la misma idea puede ser utilizada para videos en color.

El objetivo del trabajo es generar, para cada posición  $(i, j)$ , los valores de los cuadros agregados en función de los cuadros conocidos. Lo que haremos será interpolar en el tiempo y para ello, se propone considerar al menos los siguientes tres métodos de interpolación:

1. *Vecino más cercano*: Consiste en rellenar el nuevo cuadro replicando los valores de los píxeles del cuadro original que se encuentra más cerca.
2. *Interpolación lineal*: Consiste en rellenar los píxeles utilizando interpolaciones lineales entre píxeles de cuadros originales consecutivos.
3. *Interpolación por Splines*: Similiar al anterior, pero considerando interpolar utilizando splines y tomando una cantidad de cuadros mayor. Una alternativa a considerar es tomar la información de bloques de un tamaño fijo (por ejemplo, 4 cuadros, 8 cuadros, etc.), con el tamaño de bloque a ser determinado experimentalmente.

Cada método tiene sus propias características, ventajas y desventajas particulares. Para realizar un análisis cuantitativo, llamamos  $F$  al frame del video real (ideal) que deberíamos obtener con nuestro algoritmo, y sea  $\bar{F}$  al frame del video efectivamente construido. Consideramos entonces dos medidas, directamente relacionadas entre ellas, como el *Error Cuadrático Medio* (ECM) y *Peak to Signal Noise Ratio* (PSNR), denotados por  $ECM(F, \bar{F})$  y

$\text{PSNR}(F, \bar{F})$ , respectivamente, y definidos como:

$$\text{ECM}(F, \bar{F}) = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |F_{k_{ij}} - \bar{F}_{k_{ij}}|^2 \quad (1)$$

y

$$\text{PSNR}(F, \bar{F}) = 10 \log_{10} \left( \frac{255^2}{\text{ECM}(F, \bar{F})} \right). \quad (2)$$

Donde  $m$  es la cantidad de filas de píxeles en cada imagen y  $n$  es la cantidad de columnas. Esta métrica puede extenderse para todo el video.

En conjunto con los valores obtenidos para estas métricas, es importante además realizar un análisis del tiempo de ejecución de cada método y los denominados *artifacts* que produce cada uno de ellos. Se denominan *artifacts* a aquellos errores visuales resultantes de la aplicación de un método o técnica. La búsqueda de este tipo de errores complementa el estudio cuantitativo mencionado anteriormente incorporando un análisis cualitativo (y eventualmente subjetivo) sobre las imágenes generadas.

### Enunciado

Se pide implementar un programa en C o C++ que implemente como mínimo los tres métodos mencionados anteriormente y que dado un video y una cantidad de cuadros a agregar aplique estas técnicas para generar un video de cámara lenta. A su vez, es necesario explicar en detalle cómo se utilizan y aplican los métodos descriptos en 1, 2 y 3 (y todos aquellos otros métodos que decidan considerar opcionalmente) en el contexto propuesto. Los grupos deben a su vez plantear, describir y realizar de forma adecuada los experimentos que consideren pertinentes para la evaluación de los métodos, justificando debidamente las decisiones tomadas y analizando en detalle los resultados obtenidos así como también plantear qué pruebas realizaron para convencerse de que los métodos funcionan correctamente.

### Programa y formato de entrada

Se deberán entregar los archivos fuentes que contengan la resolución del trabajo práctico. El ejecutable tomará cuatro parámetros por línea de comando que serán el archivo de entrada, el archivo de salida, el método a ejecutar (0 para vecinos más cercanos, 1 para lineal, 2 para splines y otros números si consideran más métodos) y la cantidad de cuadros a agregar entre cada par del video original.

Tanto el archivo de entrada como el de salida tendrán la siguiente estructura:

- En la primera línea está la cantidad de cuadros que tiene el video ( $c$ ).
- En la segunda línea está el tamaño del cuadro donde el primer número es la cantidad de filas y el segundo es la cantidad de columnas ( $\text{height width}$ ).
- En la tercera línea está el framerate del video ( $f$ ).
- A partir de allí siguen las imágenes del video una después de la otra en forma de matriz. Las primeras  $\text{height}$  líneas son las filas de la primera imagen donde cada una tiene  $\text{width}$  números correspondientes a los valores de cada píxel en esa fila. Luego siguen las filas de la siguiente imagen y así sucesivamente.

Además se presentan herramientas en Matlab para transformar videos (la herramienta fue probada con la extensión .avi pero es posible que funcione para otras) en archivos de entrada para el enunciado y archivos de salida en videos para poder observar el resultado visualmente. También se recomienda leer el archivo de README sobre la utilización.

---

### Sobre la entrega

- FORMATO ELECTRÓNICO: Martes 10 de Noviembre de 2015, **hasta las 23:59**, enviando el trabajo (informe + código) a `metnum.lab@gmail.com`. El asunto del email debe comenzar con el texto [TP3] seguido de la lista de apellidos de los integrantes del grupo. Ejemplo: [TP3] Artuso, Belloli, Landini
- FORMATO FÍSICO: Miércoles 11 de Noviembre de 2015, en la clase práctica.

## **APÉNDICE B**

### **CÓDIGO FUENTE RELEVANTE**