

zadani

December 1, 2023

Vítejte u třetího projektu do SUI! V tomto projektu si procvičíte trénování jednoduchých neuronových sítí. Dost jednoduchých na to, abyste pro výpočty nepotřebovali grafickou kartu. Na druhé straně, dost složitých na to, abychom Vás již netrápili implementaci v holém NumPy. Vaším nultým úkolem bude nainstalovat si PyTorch, na [domovské stránce projektu](#) si můžete nechat vygenerovat instalační příkaz pro Vaše potřeby.

Odevzdejte prosím dvojici souborů: Vyrenderované PDF a vyexportovaný Python (File -> Download as). Obojí **pojmenujte loginem vedoucího týmu**. U PDF si pohlídejte, že Vám nemizí kód za okrajem stránky.

V jednotlivých buňkách s úkoly (což nejsou všechny) nahrazujte `pass` a `None` vlastním kódem.

V průběhu řešení se vždy vyvarujte cyklení po jednotlivých datech.

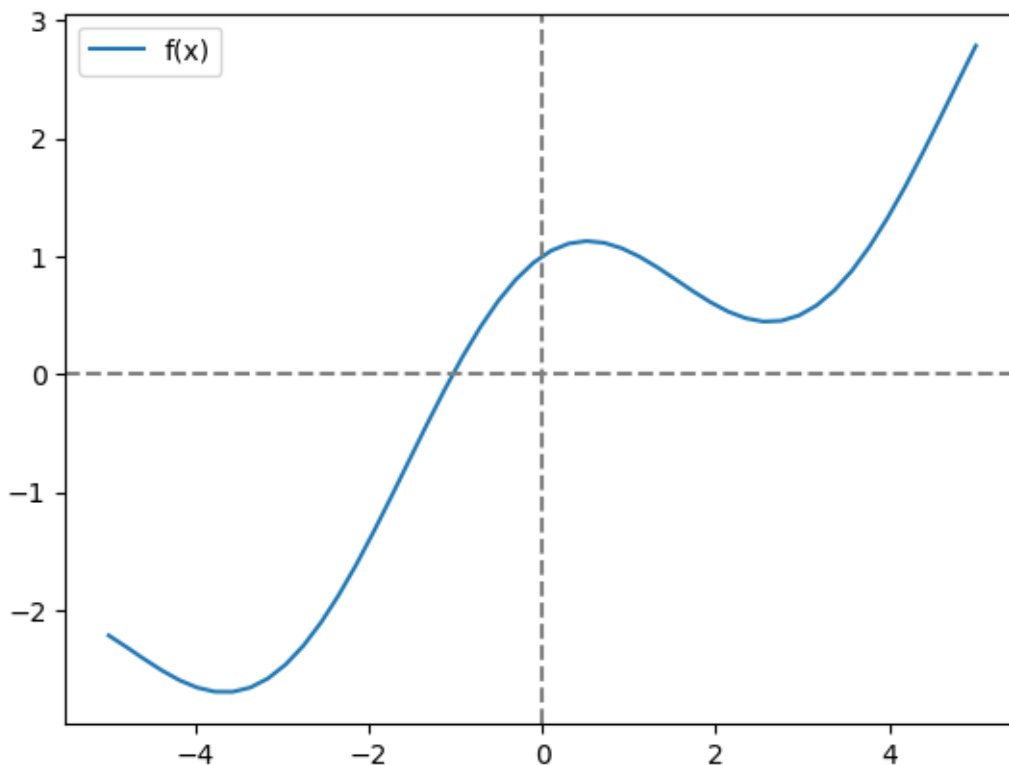
```
[1]: import torch
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

Celý tento projekt bude věnován regresi, tj. odhadu spojitě výstupní veličiny. V první části projektu budete pracovat s následující funkcí:

```
[2]: def func(x):
    return torch.cos(x) + x/2

xs = np.linspace(-5, 5, 50)

plt.plot(xs, func(torch.tensor(xs)), label="f(x)")
plt.axvline(0, color='gray', linestyle='--')
plt.axhline(0, color='gray', linestyle='--')
plt.legend()
plt.show()
```



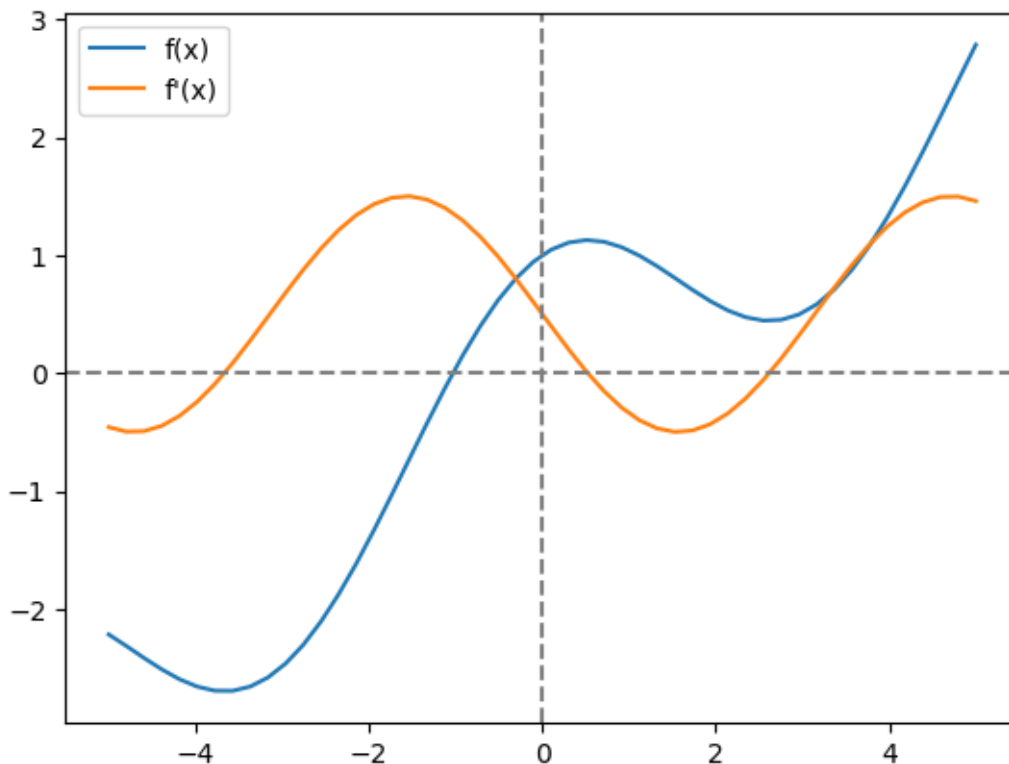
Vaším prvním úkolem bude pomocí PyTorché vypočítat hodnoty derivace této funkce na rozsahu $<-5, 5>$. Vytvořte si tensor x ů a řekněte PyTorch, že budete vzhledem k němu chtít spočítat gradienty (defaultně se to u `Tensoru` nepředpokládá). Pomocí back-propagace je pak vypočítejte. PyTorch umí backpropagovat jenom skalár, najděte tedy způsob, jak agregovat všechny výstupy funkce tak, aby složky gradientu agregované hodnoty byly hodnotami derivace funkce `func` v jednotlivých `xech`.

```
[3]: # xs = None
# A torch.Tensor is a multi-dimensional matrix containing elements of a single
# data type.
xs = torch.tensor(np.linspace(-5, 5, 50), requires_grad=True)
fs = func(xs)

# fs.sum -> dopředny pruchod neuronovou siti
# .backward() -> projdení z5 a spocitání gradientu loss (chybove) funkce.
fs.sum().backward()

# Vidíme, že derivace odpovídá přibližně:  $-\sin(x) + 1/2$ 
plt.plot(xs.detach(), fs.detach(), label="f(x)")
plt.plot(xs.detach(), xs.grad, label="f'(x)")
plt.axvline(0, color='gray', linestyle='--')
```

```
plt.axhline(0, color='gray', linestyle='--')
plt.legend()
plt.show()
```



Dále budete hledat lokální minimum této funkce. Naimplementujte funkci `tangent_minimum`, která – v blízké podobnosti metodě tečen – nalezne řešení, resp. vrátí posloupnost jednotlivých bodů, jimiž při hledání minima prošla. Jejímí vstupy jsou: * `function` – PyTorch-kompatibilní funkce * `x0` – počáteční bod * `nb_steps` – zadaný počet kroků, který má být proveden. Ve výstupu tedy bude `nb_steps + 1` položek (vč. `x0`)

Reálně implementujte gradient descent, tedy iterativně vypočítejte hodnotu gradientu (derivace) v aktuálním bodě řešení a odečtěte ji od onoho bodu. Neuvažujte žádnou learning rate (resp. rovnou jedné) a nepoužívejte žádné vestavěné optimalizátory z PyTorch.

Zbýlý kód v buňce pak funkci zavolá a vykreslí, jak postupovala.

```
[4]: def tangent_minimum(function, x0, nb_steps):
    updates = [x0.item()] # Uložíme počáteční hodnotu x0

    for i in range(nb_steps):
        # Výpočet gradientu
        gradient = torch.autograd.grad(function(x0), x0)[0]
```

```

    # Aktualizace x0 podle metody tečen
    x0 = x0 - gradient

    # Append hodnoty do výstupního pole
    updates.append(x0.item())

    return updates
x0 = torch.tensor([0.0], requires_grad=True)
print(x0)
updates = tangent_minimum(func, x0, 4)

plt.figure()
plt.axvline(0, color='gray', linestyle='--')
plt.axhline(0, color='gray', linestyle='--')
plt.plot(xs.detach(), func(xs).detach(), label="f(x):")
plt.plot(updates, func(torch.tensor(updates)).detach(), 'r', marker='o',
        ↪label="gradient descent")

for i, (x, y) in enumerate(zip(updates, func(torch.tensor(updates)).detach())):
    plt.annotate(f'{i}', (x, y), xytext=(x-0.3, y+0.2))

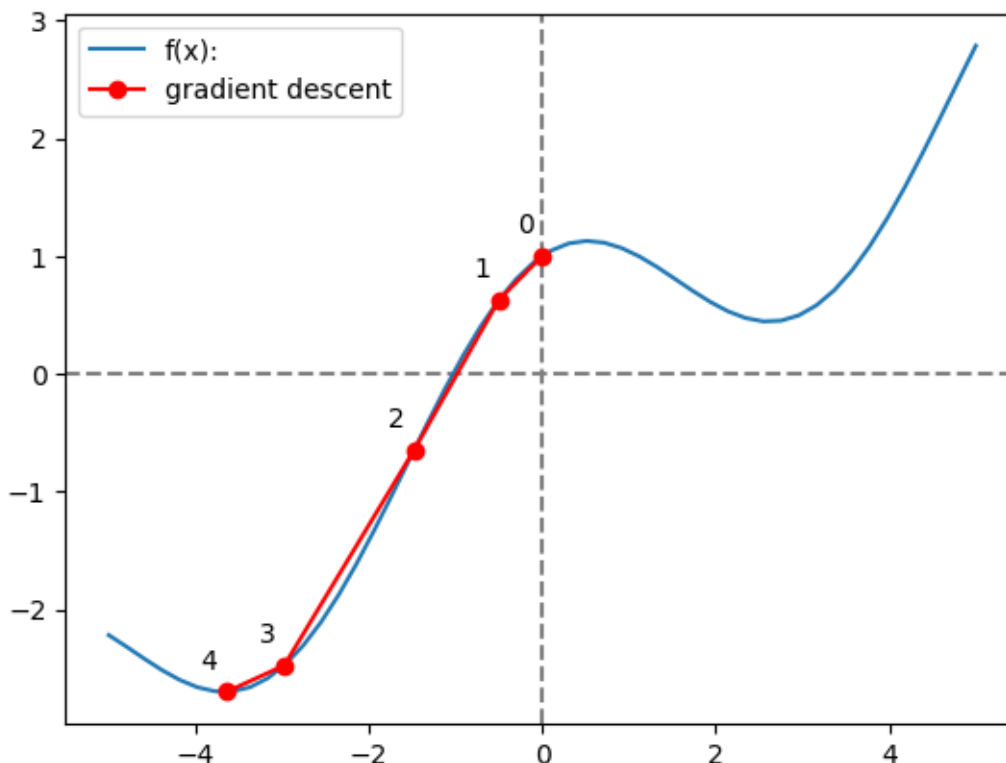
plt.legend()
plt.show()

```

```

tensor([0.], requires_grad=True)

```



0.1 Modelování polynomů

V následujících několika buňkách budete usilovat o modelování této křivky pomocí polynomů. Prvním krokem bude implementace třídy `LinearRegression`, která bude implementovat ... lineární regresi, pomocí jediného objektu třídy... `torch.nn.Linear`! Po vytvoření objektu `torch.nn.Linear` sáhněte do jeho útrob a nastavte na nulu bias a všechny váhy kromě nulté – tu nastavte na jednu polovinu. Tím získáte model $y = \frac{x}{2}$, který pro nadcházející úlohu není úplně mimo, a nebudete se tak trápit s dramatickým dynamickým rozsahem loss.

Nechť `LinearRegression` dědí od `torch.nn.Module`, výpočet tedy specifikujte v metodě `forward()`. Při výpočtu zaříďte, aby byl výstup ve tvaru `[N]`, nikoliv `[N, 1]`; zároveň to ale nepřepíchejte a pro jediný vstup vraťte stále vektor o rozměru `[1]` a ne jen skalár. Dále naimplementujte metodu `l2_norm()`, která vrací eukleidovskou velikost všech parametrů modelu dohromady, jakoby tvořily jediný vektor. Může se vám hodit `torch.nn.Module.parameters()`.

```
[5]: class LinearRegression(torch.nn.Module):
    def __init__(self, input_dim):
        # super().__init__()
        #super(LinearRegression, self).__init__()
        # Proveď lineární transformaci
        # Pokud je bias False, je to ekvivalent toho jako by tam byla 0
        #self.linear = torch.nn.Linear(input_dim, 1, bias=False)
        # Nastavení vah na nulu kromě nulté váhy, kterou nastavíme na polovinu
```

```

        #self.linear.weight.data[0] = 0.5
        #self.linear.weight.data[1:] = 0.0

        super(LinearRegression, self).__init__()
        self.linear = torch.nn.Linear(input_dim, 1)
        self.linear.bias.data.fill_(0)
        self.linear.weight.data[0] = 0.5
        self.linear.weight.data[1:] = 0.0
        #torch.nn.init.constant_(self.linear.weight[0,0], 0.5)

    def forward(self, x):
        # Výstup ve tvaru [N], nikoliv [N, 1]
        return torch.squeeze(self.linear(x))

    def l2_norm(self):
        # Eukleidovská norma všech parametrů modelu
        # konkatenuj všechny parametry do jednoho vektoru po tom co je
        ↪flattenuje
        return torch.norm(torch.cat([p.view(-1) for p in self.parameters()]))

class LinearRegression(torch.nn.Module):
    def __init__(self, input_dim):
        super(LinearRegression, self).__init__()
        self.linear = torch.nn.Linear(input_dim, 1)
        self.linear.bias.data.fill_(0)
        self.linear.weight.data.fill_(0)
        torch.nn.init.constant_(self.linear.weight[0,0], 0.5)

    def forward(self, x):
        x = self.linear(x)
        return torch.squeeze(x)

    def l2_norm(self):
        l2_norm = 0.0
        for param in self.parameters():
            l2_norm += param.norm(2)
        return l2_norm

```

Naimplementujte funkci pro trénování modelu takového modelu. Funkce přijímá: * `model` – PyTorch-kompatibilní model * `loss_fun` – funkci, která konzumuje výstupy modelu a cílové hodnoty a model (kvůli regularizaci) * `optimizer` – PyTorch-kompatibilní optimalizátor * `train_X` – trénovací data ve formátu `[N, F]` * `train_t` – cílové hodnoty ve formátu `[N]` * `nb_steps` – počet kroků, které se mají provést

Funkce potom vrací průběh trénovací MSE a průběh velikosti parametrů (předpokládejte, že `model` poskytuje `.l2_norm()`). Tedy, dodaná `loss_fun` je použita pouze pro optimalizaci, ale nikde se

její hodnoty nelogují.

Dále naimplementujte třídu `MSE_with_regression`, jejíž instance budou sloužit jako mean-square-error loss, navíc rozšířená o L2 regularizaci, jejíž sílu určí uživatel při konstrukci parametrem `l2_beta`.

```
[6]: def train_regression_model(model, loss_fun, optimizer, train_X, train_t,
    ↪nb_steps=100):
    mses = []
    norms = []
    for i in range(nb_steps):
        # Nastavení gradientů na nulu
        optimizer.zero_grad()
        # Předpovědi modelu
        predictions = model(train_X)
        # Výpočet loss
        loss = loss_fun(predictions, train_t, model)
        # Posílení dobrých vah a oslabení špatných vah pomocí metody zpětného
    ↪průchodu
        loss.backward()

        optimizer.step()
        mses.append(torch.nn.functional.mse_loss(predictions.detach(), train_t))

        # Uložení hodnot pro sledování průběhu
        #mses.append(loss.item())
        norms.append(model.l2_norm().item())

    return mses, norms

class MSE_with_regression:
    def __init__(self, l2_beta=0.0):
        self.loss = torch.nn.MSELoss()
        self.l2_beta = l2_beta

    def __call__(self, y, t, model):

        mse = self.loss(y, t)
        l2 = model.l2_norm()
        mse_plus_reg = mse + self.l2_beta * l2
        return mse_plus_reg
```

Spusťte trénování několikrát pomocí `try_beta` a najděte tři nastavení, která dají po řadě: 1. Dobrý odhad. 2. Silně potlačený odhad regrese, kde ale bude pořád dobře zřetelný trend růstu 3. Extrémně zregularizovaný model, který de facto predikuje konstantu.

Omezte se na interval $<1e-10, 1e+10>$.

```
[7]: def plot_training_result(model, losses, norms):
    fig, axs = plt.subplots(ncols=2, figsize=(13, 6))
    axs[0].plot(xs.detach(), model(xs.float().unsqueeze(-1)).detach())
    axs[0].scatter(data, ts, c='r')
    axs[1].plot(losses, 'r-', label='mse')
    axs[1].legend(loc="upper left")
    axs[1].set_ylim(bottom=0)
    ax_2 = axs[1].twinx()
    ax_2.plot(norms, 'b-', label='norms')
    ax_2.legend(loc="upper right")
    ax_2.set_ylim(bottom=0)

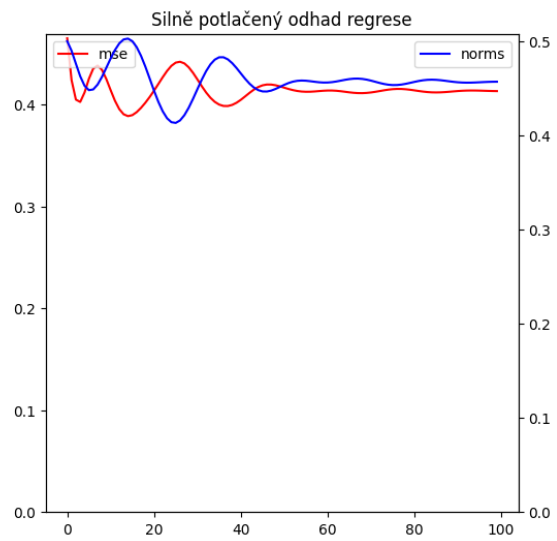
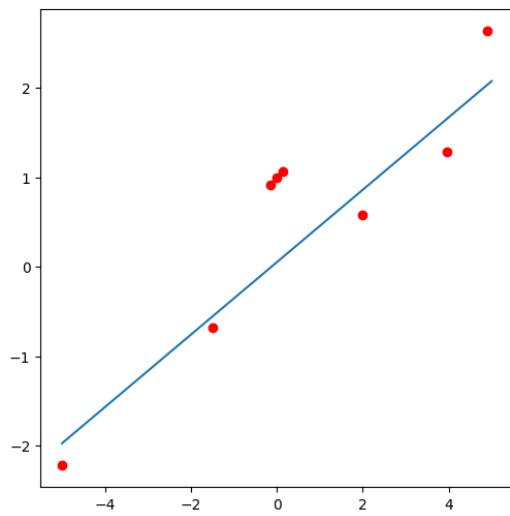
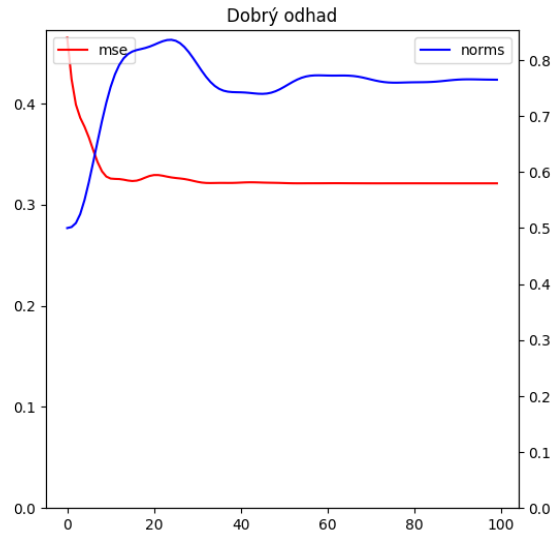
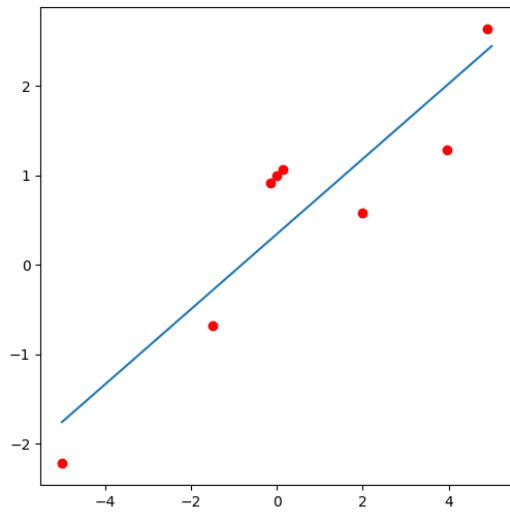
def try_beta(l2_beta):
    regr_1 = LinearRegression(1)
    opt = torch.optim.Adam(regr_1.parameters(), 3e-2)
    losses, norms = train_regression_model(regr_1,
    ↪MSE_with_regression(l2_beta), opt, data, ts)
    plot_training_result(regr_1, losses, norms)

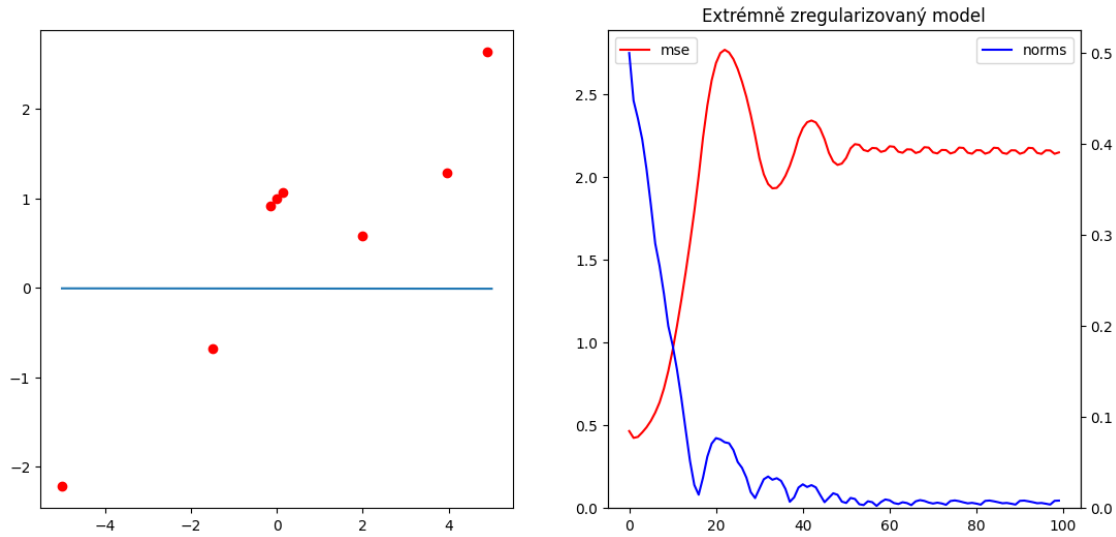
xs = torch.linspace(-5, 5, steps=100)
data = torch.tensor([-4.99, 3.95, -1.5, -0.15, 0, 0.15, 2, 4.9]).unsqueeze(-1)
ts = func(data).squeeze(-1).detach()

try_beta(0.001) # Dobrý odhad
plt.title("Dobrý odhad")
plt.show()

try_beta(0.6) # Silně potlačený odhad regrese
plt.title("Silně potlačený odhad regrese")
plt.show()

try_beta(1e+10) # Extrémně zregularizovaný model
plt.title("Extrémně zregularizovaný model")
plt.show()
```



Zde doimplementujte metodu `forward` pro `PolynomialRegression`. Je potřeba vytvořit rozšířené příznaky a slepit je do jednoho tensoru o tvaru $[N, F]$, který předložíte `self.lin_reg`. Nezapomeňte pak výstup opět omezit na $[N]$.

Zbytek buňky Vám model natrénuje v několika různých variantách řádu polynomu a síly regularizace.

```
[8]: class PolynomialRegression1D(torch.nn.Module):
    def __init__(self, order):
        super().__init__()
        self.order = order
        self.lin_reg = LinearRegression(order)

    def forward(self, x):
        x = x.squeeze()
        powers = torch.arange(self.order, dtype=torch.float32).unsqueeze(0)
        poly_features = torch.pow(x.unsqueeze(1), powers)
        x = self.lin_reg(poly_features)
        return x

    def l2_norm(self):
        return self.lin_reg.l2_norm()

def run_polynomial_regr(order, l2_beta):
    model = PolynomialRegression1D(order)

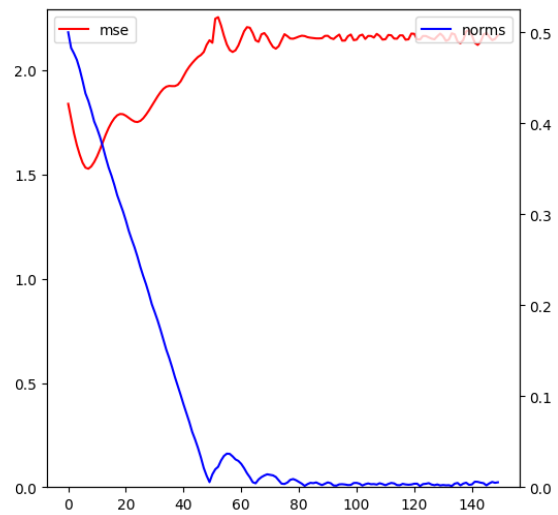
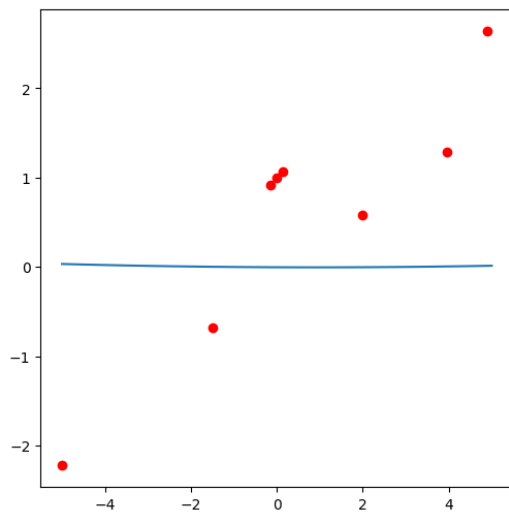
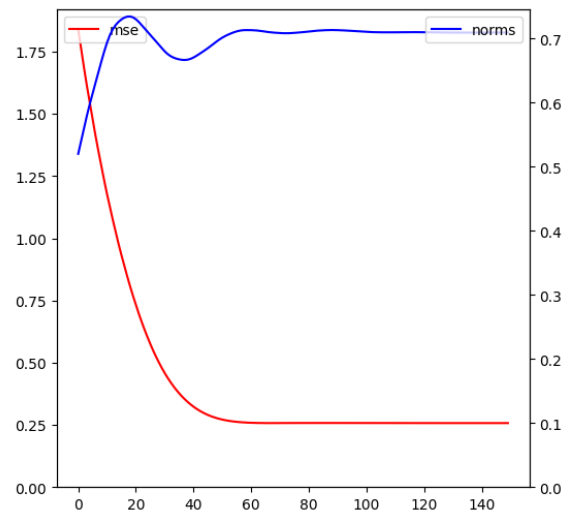
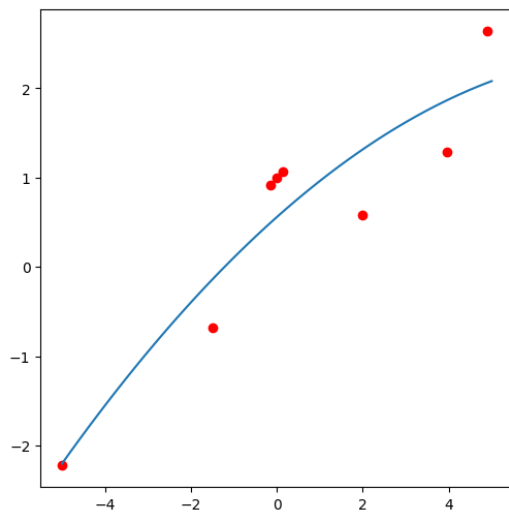
    losses, norms = train_regression_model(
        model,
        MSE_with_regression(l2_beta),
```

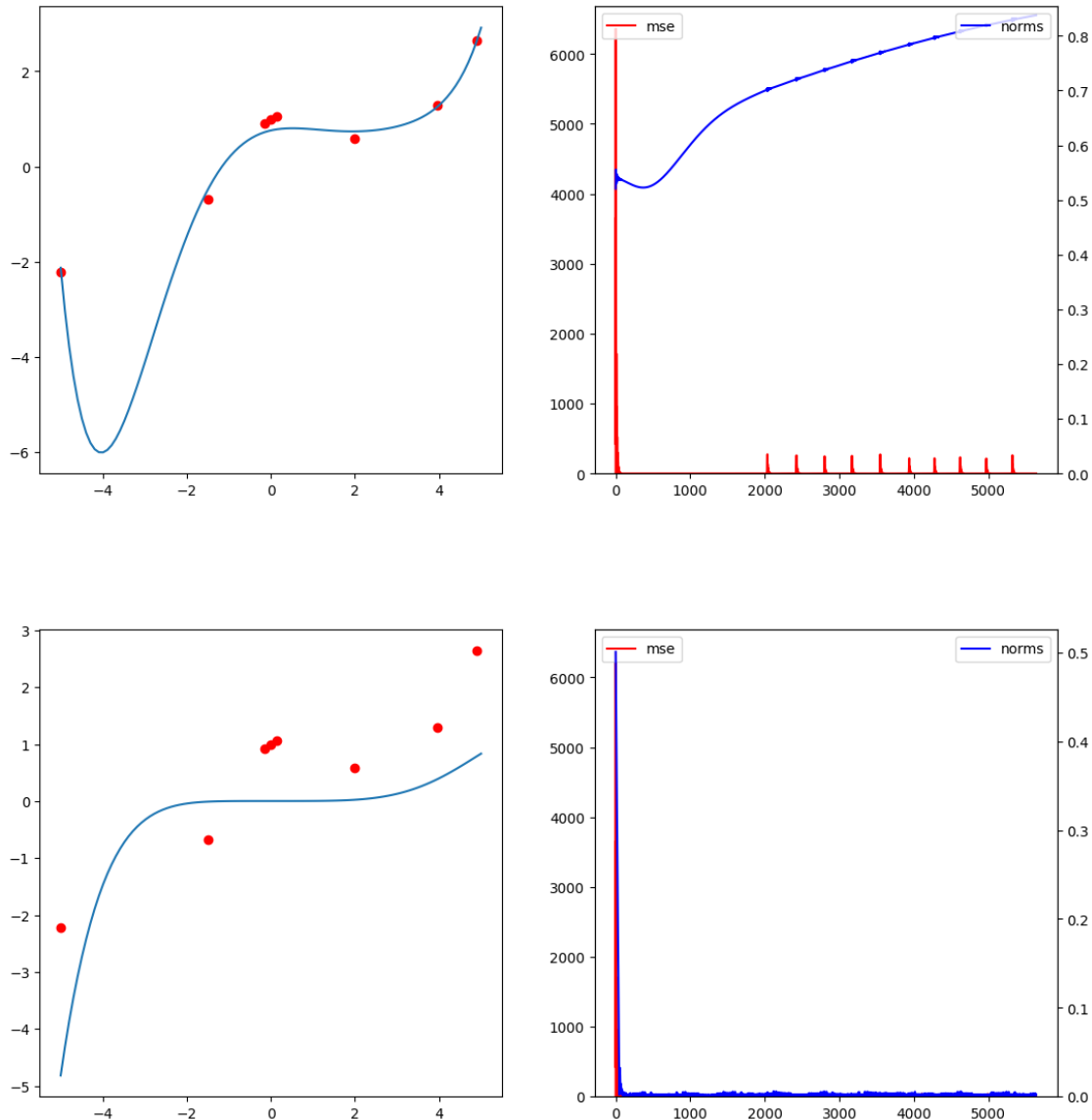
```

    torch.optim.Adam(model.parameters(), 1e-2),
    data,
    ts,
    nb_steps= 50 + int(100*(order-2)**2.5)
)
plot_training_result(model, losses, norms)

run_polynomial_regr(3, 1e-3)
run_polynomial_regr(3, 1e+2)
run_polynomial_regr(7, 1e-1)
run_polynomial_regr(7, 1e+3)

```





1 Regrese meteorologických dat

V této části budete usilovat o doplnění tlaku vzduchu z dalších meteorologických měření. Nejprve pomocí lineární regrese, následně pomocí jednoduché neuronové sítě. Každopádně více pomocí vestavěných věcí z PyTorch.

```
[9]: turany = np.loadtxt('data-chmu/turany.txt', dtype=np.float32)
mosnov = np.loadtxt('data-chmu/mosnov.txt', dtype=np.float32)
kosetice = np.loadtxt('data-chmu/kosetice.txt', dtype=np.float32)
ruzyne = np.loadtxt('data-chmu/ruzyne.txt', dtype=np.float32)
pribyslav = np.loadtxt('data-chmu/pribyslav.txt', dtype=np.float32)
```

```
features = ['teplota průměrná', 'teplota maximální', 'teplota minimální',  
            ↪ 'rychlost větru ', 'tlak vzduchu', 'vlhkost vzduchu', 'úhrn srážek',  
            ↪ 'celková výška sněhu', 'sluneční svit']
```

V prvním kroce doplňte definici `MeteoDatasetu` o `__getitem__()` a `__len__()`, tak jak se to očekává u objektů třídy `torch.utils.data.Dataset`. Navíc přidejte vlastnost (`@property`) `in_dim`, která říká, kolik příznaků má každé jedno dato v datasetu.

```
[10]: class MeteoDataset(torch.utils.data.Dataset):  
        def __init__(self, data, target_feature):  
            self.ts = data[target_feature]  
            self.xs = data[[i for i in range(data.shape[0]) if i !=  
            ↪ target_feature]].T  
  
        def __getitem__(self, idx):  
            sample = self.xs[idx], self.ts[idx]  
            return sample  
  
        def __len__(self):  
            return len(self.ts)  
  
        @property  
        def in_dim(self):  
            return self.xs.shape[1]  
  
target_feature = 'tlak vzduchu'  
train_dataset = MeteoDataset(np.concatenate([mosnov, kosetice, pribyslav],  
            ↪ axis=1), features.index(target_feature))  
valid_dataset = MeteoDataset(ruzyne, features.index(target_feature))  
test_dataset = MeteoDataset(ruzyne, features.index(target_feature))  
print(valid_dataset.xs.shape, valid_dataset.ts.shape)  
  
valid_loader = torch.utils.data.DataLoader(valid_dataset, batch_size=128,  
            ↪ shuffle=False, drop_last=False)  
print(len(valid_loader))
```

```
(22280, 8) (22280,)  
175
```

Zde je definována funkce pro evaluaci modelu. Budete ji používat, ale implementovat v ní nic nemusíte.

```
[11]: def evaluate(model, data_loader):  
        model.eval()  
        total_squared_error = 0.0  
        nb_datos = 0  
        with torch.no_grad():
```

```

        for X, t in data_loader:
            y = model(X)
            total_squared_error += torch.nn.functional.mse_loss(y, t,
↪reduction='sum')
            nb_datos += len(t)

        return total_squared_error / nb_datos

evaluate(LinearRegression(train_dataset.in_dim), valid_loader)

```

[11]: tensor(937555.1250)

Nad trénovacím dataset vytvořte `DataLoader`, který bude vytvářet minibatche o velikosti 32 příkladů. Poté z něj vytvořte nekonečný proud dat. Můžete k tomu naimplementovat vlastní cyklící iterátor nebo použít vhodnou funkci z `itertools`.

Dále naimplementujte trénovací smyčku ve funkci `train()`, která přijímá: * `model` – referenci na model, jenž má být natrénován * `train_stream` – iterátor přes trénovací batche * `optimizer` – instanci optimalizátoru, který bude využit pro trénování * `nb_updates` – počet trénovacích kroků, jež mají být provedeny * `eval_period` – po kolika krocích se má vyhodnocovat model na validačních datech * `valid_loader` – iterable s validačními daty

Funkce nechť používá `torch.nn.functional.mse_loss()` jako loss. Vracejte průběh validační loss spolu s pořadovými čísly kroků, kdy došlo k měření, tedy jako seznam dvojic `[(i_1, loss_1), ...]`. model trénujte přímo.

Zbytek buňky vyzkouší trénování pro několik různých learning rate. Vzhledem k jednoduchosti úlohy jsou to learning rate gigantické oproti prakticky používaným.

```

[12]: import itertools
train_loader = torch.utils.data.DataLoader(train_dataset, batch_size=32,
↪shuffle=True)
train_stream = itertools.cycle(train_loader)

def train(model, train_stream, optimizer, nb_updates, eval_period,
↪valid_loader):
    valid_progress = []
    model.train()

    for i in range(nb_updates):
        if (i % eval_period == 0):
            valid_progress.append([i, evaluate(model, valid_loader)])
            model.train() # nastav model do trenovaciho rezimu

        dato, ref_out = next(train_stream)
        loss = torch.nn.functional.mse_loss(model(dato), ref_out)

        loss.backward()
        optimizer.step()

```

```

        optimizer.zero_grad()

    return valid_progress

def lr_progress(lr):
    linear_predictor = LinearRegression(train_dataset.in_dim)
    optimizer = torch.optim.Adam(linear_predictor.parameters(), lr)
    progress = train(linear_predictor, train_stream, optimizer, 250, 10,
    ↪valid_loader)
    print(lr, evaluate(linear_predictor, valid_loader))
    return progress

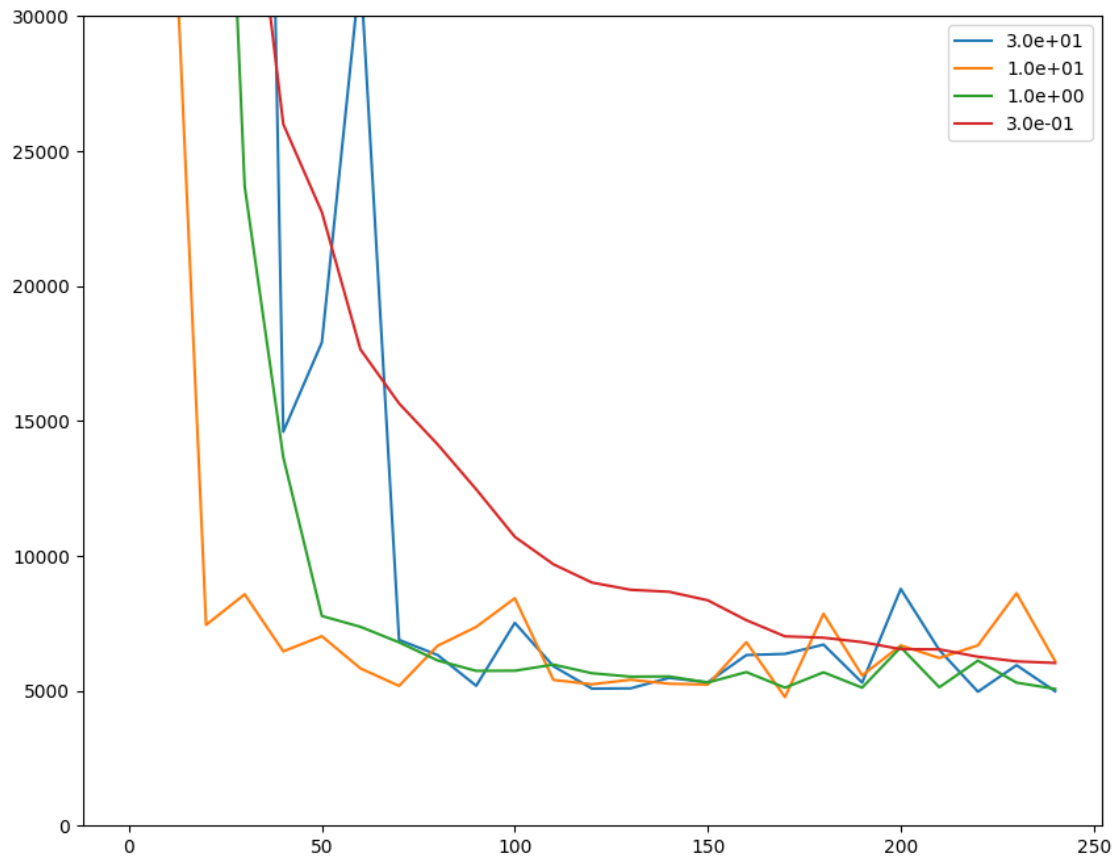
plt.figure(figsize=(10, 8))
for lr in [3e+1, 1e+1, 1e+0, 3e-1]:
    progress = lr_progress(lr)
    plt.plot([item[0] for item in progress], [item[1] for item in progress],
    ↪label=f"{lr:.1e}")
plt.legend()
plt.ylim(0, 30000)
plt.show()

```

```

30.0 tensor(4884.9790)
10.0 tensor(12144.7109)
1.0 tensor(5583.6504)
0.3 tensor(6067.9497)

```



Konečně naimplementujte jednoduchou neuronovou síť, která bude schopná regrese. Při konstrukci nechte přijímat: * rozměr vstupu * počet skrytých vstev * šířku každé skryté vrstvy * instanci nonlinearity, která má být aplikována v každé skryté vrstvě

Při dopředném průchodu nechte se uplatnit všechny vrstvy, nezapomeňte opět redukovat výstup na [N]. Nejspíš se Vám bude hodit `torch.nn.Sequential`.

Zbytek buňky vyzkouší několik různých konfigurací. Pravděpodobně uvidíte ilustraci faktu, že v rozporu s častou reportovací praxí není počet parametrů nutně tím nejzásadnějším číslem pro odhad síly modelu, tím může být prostě šířka.

```
[13]: class LocalMeteoModel(torch.nn.Module):
    def __init__(self, input_dim, nb_layers, layer_width, nonlinearity):
        super().__init__()
        self.input_dim = input_dim
        assert nb_layers >= 1

        layers = []
        layers.append(torch.nn.Linear(input_dim, layer_width))
        layers.append(nonlinearity)
```



```

        for _ in range(nb_layers - 1):

            layers.append(torch.nn.Linear(layer_width, layer_width))
            layers.append(nonlinearity)

        layers.append(torch.nn.Linear(layer_width, 1))
        self.model = torch.nn.Sequential(*layers)

    def forward(self, x):

        return self.model(x).squeeze()

def depth_progress(depth, width):
    nn_predictor = LocalMeteoModel(train_dataset.in_dim, depth, width, torch.nn.
    ↪ Tanh())
    optimizer = torch.optim.SGD(nn_predictor.parameters(), 3e-5)
    progress = train(nn_predictor, train_stream, optimizer, 1500, 100, ↪
    ↪ valid_loader)
    print(f"Depth {depth}, width {width}: {evaluate(nn_predictor, valid_loader):
    ↪ .2f}")
    return progress

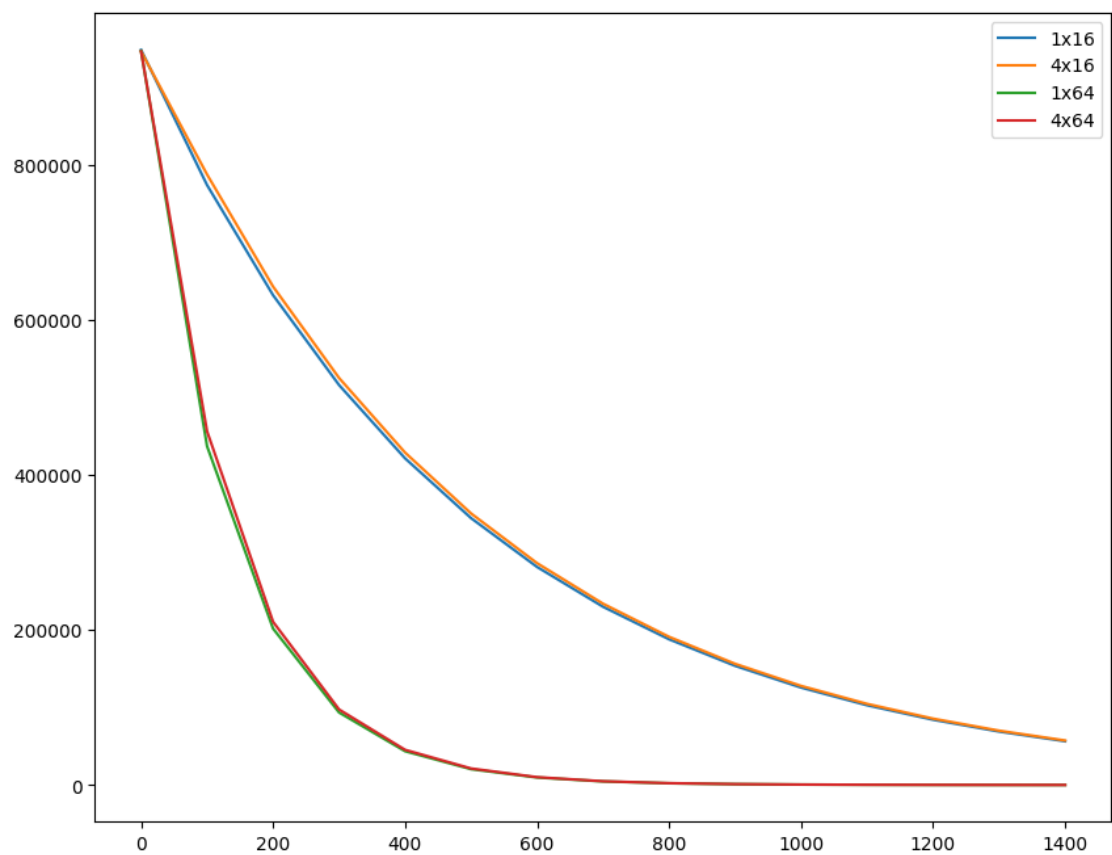
plt.figure(figsize=(10, 8))
for depth, width in [(1, 16), (4, 16), (1, 64), (4, 64)]:
    progress = depth_progress(depth, width)
    plt.plot([item[0] for item in progress], [item[1] for item in progress], ↪
    ↪ label=f"{depth}x{width}")
plt.legend()
plt.show()

```

```

Depth 1, width 16: 46388.02
Depth 4, width 16: 47154.64
Depth 1, width 64: 138.50
Depth 4, width 64: 140.34

```



Gratulujeme ke zvládnutí projektu! Při odevzdání nezapomeňte soubory pojmenovat podle vedoucího týmu.