Preposición.

En una caminata al azar simple $\{x(n), n = 0, 1, 2\}$ la probabilidad de cero evento retorno es: $1- \mid p - q \mid$

$$(a+b)^{\alpha} = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} a^{\alpha-k} b^{k}$$

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-(k-1))}{k}$$

$$\binom{2n}{n}(-4)^{n}\binom{\frac{1}{2}}{n}$$

En la caminata simple vamos a tener:
$Pn =$ probabilidad de estar en el origen en el paso n
$fn =$ probabilidad de regreso por primera vez al origen
$p_0 = 1$ $f0 = 0$ la ecuación que describe el suceso esta dado por: $p_n = \sum_{h=0}^{\infty} fkp_{n-k}$

$$A(t) = \sum_{n=0}^{\infty} an\, t^{n}$$

Saber los coeficientes
La probabilidad de retorno al origen es:

$$\sum_{n=0}^{\infty} fn$$

$$Gt = \sum_{k=0}^{\infty} fx\, t^{k},\ \ lim_{t\to 1} G(t) = \sum_{n=0}^{\infty} fk$$

Si n es impar no es la probabilidad de estar en el origen y $n < 0$

$$t^{n} Pn = \left(\sum_{k=0}^{\infty} fk\; Pn-k \right) t^{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\alpha} t^{n} Pn = \sum_{n=1}^{\infty} t^{n} \left(\sum_{k=0}^{\infty} fk\; P_{n-k} \right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} Pnt^{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} t^{n} Pk\; Pn-k\; t^{k} t^{-k} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{n} fk\; Pn-k\; t^{n-k} t^{k}$$

$$= \sum_{k}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} [fn\; t^{k}\; pn-kt^{n-k}] = \left(\sum_{k=0}^{\infty} fk - t^{k} \right) \left(\sum_{n=k}^{\infty} Pn\; t^{n-k} \right)$$

cambio de variable $\ell = n - k$

$$= \sum_{\ell=0}^{\infty} P_\ell \, t^\ell$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n t^n = 1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n t^n + 1 = \sum_{\ell=0}^{\infty} P_\ell t^\ell - 1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n t^n - 1 = G(t) \left(\sum_{n=0}^{\infty} P_n t^n \right)$$

Vamos a suponer n par:

$$P2n = \binom{2n}{n} p^n q^n$$

que lo anterior es igual a:

$$(-4)^n \binom{-\frac{1}{2}}{n} p^n q^n$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} P2nt^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{n} (-4)^n p^n q^n t^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{n} (-4pqt^2)^n t^{2n}$$

Usando el binomio de Newton extendido:

$$(1 - 4pqt^2)^{\frac{-1}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{n} (-4pqt^2)^n$$

$$(1 - 4pqt^2)^{-\frac{1}{2}} - 1 = G(t)(1 - 4pq)^{-\frac{1}{2}}$$

$$lim_{t \to 1} 1 - (1 - 4pqt^2)^{\frac{1}{2}} = lim_{t \to 1} G(t)$$

$$\sum_{k=0}^{k} fk = 1 - (4p1)^{\frac{1}{2}} = 1 - \sqrt{(p - q)^2} = 1 - \mid p - q \mid$$

Este resultado se da ya que:

$$= (1 - 4pq)^{\frac{1}{2}} = (1/4p(1 - p)) = 1 - 4p - 4p^2 = (2p - 1)^2 = (2p - (p + q)) = (pq)^2$$