Clase avanzadas 30 noviembre

Definimos la varianza como $Var = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_i\ a_j Cov(x_i, x_j)$

Consideramos n activar $a_i, \ldots, a_n$ como $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_n)$
$a_i = activoi - ésimo$
$\theta_i = catidad\ del\ actioi - ésimo$
$Y_{ij} = costo\ por\ unidad\ del\ activo\ i - ésimo\ al\ tiempo\ t = 0$
$t = 0$ y $t = T$
$V_{i,T} =$ El costo de cada unidad del activo i-ésimo al tiempo $t = T$
$w_i = \frac{\theta_i\ V_{i,0}}{\sum_{i=1}^{n} \theta_j\ V_{i,0}}$ El porcentade de dinero invertido en el activo i-ésimo

De la defincion de w_i se tiene $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$

Para calcular el retorno de la inversión tenemos la formula de la tasa de rendimiento, sin unidades: $R_i = \frac{V_{i,T} - V_{i,0}}{V_{i,0}}$ la tasa de rendimiento del activo i-ésimo. Nos interesamos por $M_i = E(R_i)$ y por $\sigma_i^2 = Var(R_i)$. Luego la tasa de rendimiento de todo el portafolio es $R = \sum_{i=1}^{n} W_i R_i$

Definición: El rendimiento esperado de lportafolio R_o es μ y su riesgo σ^2 Considerando un portafolio de 2 activos:

$$\mu = W_1\mu_1 + W_2\mu_2 = t\mu_1 + (1-t)\mu_2$$

$$\sigma^2 = \frac{2}{2}\frac{2}{2} w_i w_j \sigma_i \sigma_j P_{ij} = \frac{2}{2}\ w_i\ w_j\ \sigma_i\ \sigma_j P_{ij} + \sum_{j=1}^{n} w_2\ w_j\ \sigma_2\ \sigma_j\ P_{2j} = w_i\ w_1 \sigma_1\ \sigma_1 P_{11} + w_i w_2 \sigma_1\ \sigma_2\ P_{12}$$

$$= w_2\ w_1\ \sigma_2\ \sigma_1\ p_{21} + w_2\ w_2\ \sigma_2 \sigma_2 p_{22} = t^2\ \sigma_1^2 + 2t(1-t)\ p_{12}\ \sigma_1\ \sigma_2 + (1-t)^2 \sigma_2^2$$

Sin perdida de generalidad asumimos que $0 < \sigma_1 \leq \sigma_2$. Si $p_{12} = 0$, entonces

$$\sigma^2 = t^2 \sigma_1^2 + (1-t)^2 \sigma^2$$

$$= t^2 \sigma_1^2 + (1 - 2t + t^2) \sigma_2^2$$

$$= t^2 (\theta_1^2 + \sigma_2^2) + \sigma_2^2 - wt\sigma_2^2$$

Luego $\frac{d}{dt}\sigma^2(t_{min}) = 0$ el t minimo debe cumplir:

$$2t(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - 2\sigma_2^2 = 0$$

$$t = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2}$$

Este resultado se aplica a varios activos, tomando muchos datos y numericamnte calculamos que tienen correlación a cero se invierte, por que se sabe el t de menor riesgo. La difícultad radica en encontrar esos dos activos con correlación igual a 0

Caso general

De manera general cuando $-1 < p < 1$ tenemos

$$\mu = w_1\mu_1 + w_2\mu_2$$

$$\sigma^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2 2\sigma_2^2 2 + 25(1-5)\, p\, \sigma_1\, \sigma_2 = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\,\acute{}\,\sigma_1\, \sigma_2)S^2 - 2\sigma_1\, (\sigma_1 - p\, \sigma_2)s + \sigma_1^2$$

Parametrizando:

$$w_1 = (1 - S)$$

$$w_2 = S$$

y $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\, p\, \sigma_1\sigma_2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2\sigma_1\sigma_2(1-p)$ y luego de esto $-2p\sigma_1\sigma_2 > 0$
$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 > 2\, \sigma_1\, \sigma_2 > 2\, \rho\, \sigma_1\, \sigma_2$