Binomio de Newton extendido

El binomio de Newton es una fórmula general para expandir la potencia n-ésima de un binomio, resultando dicho desarrollo en un polinomio o bien en una serie infinita de potencias. Así mismo, se lo denomina teorema del binomio.

$$a_0, a_1, \cdots \rightarrow Naturales$$

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$a(n) = a_n = f(n), \;\; n \rightarrow a_n$$

a mapea a $f(n)$
Estas secuencias demuestran secuencias de probabilidades y se puede ver como polinomio. Tenemos la función generatriz como:

$$A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_k x^k$$

Como nos interesa la suma aplicamos un limite

$$lim_{x \rightarrow 1} A(x) \sum_{n=0}^{\infty} a_k$$

Calcular la media es aplicar la derivada

$$A'(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_k b_k$$

Donde:
a = probabilidad
b = valores de la variable aleatoria

Media (μ)

$$lim_{x \rightarrow 1} A'(x) = \mathbb{E}[x]$$

Calcular la probabilidad de retorno de una cmainata simple.
Secuencias de probabilidades de interes {familias}
Caminata simple como modelo financiero para retorno de inversión

Teoria del binomio generalizado a partir de una función de Taylor

$$F(x) = (a + x)^n$$

Considere las derivadas, calcular k derivadas:

$$\frac{d^k}{d_x^k}(a+x)^n \mid_{x=0}= n(n-1)\dots(n(k-1))x^{n-k}$$

De forma más particular:

$$\frac{d^3}{dk^3}(ax)^5 = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(ax)^5\right)\right)$$

$$= n(n-1)(n-(k-1)(axx)^{n-k})$$

$$\frac{d^n}{dx}(a+x)^x = n(n-1)\dots(n-(n-1))a^{n-n} = n!$$

$$\frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}} = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^n}{dx^n}(a+x)^n\right) = 0$$

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(a+x)^k}{k!} \mid_{x=0}$$

$$= \sum_{k=0}^{n} = \left(\frac{n(n-1)\dots(n-(k-n))}{k!}\right)a^{n-k}x^k$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k$$

Teorema Binomio de Newton generalizado

Cuando k es igual a n, nunca k alcanza a n cuando n es una fracción o un numero negativo, $n = \alpha$

$$(a+x)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-(\alpha-1))}{k!}a^{\alpha-k}x^k$$

$$(a+x)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty}\binom{\alpha}{k}a^{\alpha-k}\ x^k$$

$$(a+x)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty}\binom{\alpha}{k}a^{\alpha-k}\ b^k$$

Calcular

$$\binom{2n}{n}\frac{(2n)!}{(2n-n)!\ n!} = \frac{(2n)!}{n!\ n!} = \frac{(2n)(2n-1)\dots 4,3,2,1}{(n!\ n!)}$$

Se divide en pares y nones

$$\frac{\prod_{k=0}^{n-1}(2n-2k)\prod_{k=1}^{n}(2n-(2k-1))}{n!\ n!}$$

$$\frac{\left[\frac{2^n \prod_{k=0}^{n-1}(n-k)}{n!}\right]\left[2^n \prod_{k=1}^{n}(n-(k-1))\right]}{n!\,n!}$$

$$\binom{2n}{n} = \frac{2^4}{2^n} 2^n 2^n \prod_{k=1}^{n} \frac{(2n-(2k-1))}{2} = 4^n \prod_{k=1}^{n}\left(n-\left(k-\frac{1}{2}\right)\right)$$