Ley de espectativa total

El valor esperado de una variable se puede ver como el valor esperado de la variable dada otra

$$\mathbb{E} = \mathbb{E}[\mathbb{E}[Y \mid X]]$$

Prueba:

$$\mathbb{E}[y] = \int_{-\infty}^{\infty} y\ f_y(y)\ dy$$

La funcion se puede escribir como una funcion marginal de probabilidad

$$f_y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{xy}(x, y) dx$$

Ley de la varianza total

La ley de la varianza total esta dado por:$Var(y) = \mathbb{E}[var(y \mid x)] + var(\mathbb{E}[y \mid x])$

Prueba:
$var(y) = \mathbb{E}[y^2] - \mathbb{E}[y^2],\ \mathbb{E}[y^2] = var(y) + \mathbb{E}[y]^2$
$\mathbb{E}[y^2] = \mathbb{E}[\mathbb{E}[y^2 \mid x]]$
$= \mathbb{E}[var(y \mid x) + \mathbb{E}[y \mid x]^2] = \mathbb{E}[var(y \mid x)] + \mathbb{E}[\mathbb{E}[y \mid x]^2] = var(y) = \mathbb{E}[var(y \mid x)] + \mathbb{E}[\mathbb{e}[y \mid x]^2] - \mathbb{E}[\mathbb{E}[y$
Donde: $\mathbb{E}[\mathbb{e}[y \mid x]^2] - \mathbb{E}[\mathbb{E}[y \mid x]]^2 \rightarrow$ es $Var(\mathbb{E}[y \mid x])$ y por ende obtenemos
$= \mathbb{E}[var(y \mid x)] + \mathbb{e}[var(y \mid x)]$

Si $s(t)$ es un proceso de Poisson compuesto $s(t) = \sum_{i=1}^{n(t)} y_i$ desde $N(t)$ es un proceso de Poisson homogeneo y y_i $(i = 1, \ldots, N(t))$ son variables aleatorias independientes entre si y v $N(t)$ ademas los y_i son identicamentes distribuidos.
Se tiene que:
$a = \mathbb{E}[s(t)] = \mathbb{E}[N(t)]\ \mathbb{E}[y_i]$
$b = var(s(t)) = \mathbb{E}[N(t)]\ \mathbb{E}[y_i]^2$

Ley expecttiva total

$$\mathbb{E}[s(t)] = \mathbb{E}[\mathbb{E}[s(t) \mid N(t)]] = \mathbb{E}\left[\mathbb{E}\left[\sum_{i=1}^{N} y_i \mid N(t)\right]\right] = \mathbb{E}\left[\mathbb{E}\left[\sum_{i=1}^{n(t)} \mid N(t)\right]\right] = \mathbb{E}\left[\sum_{i=1}^{N(t)} \mathbb{E}\left[y_i \mid N(t)\right]\right] = \mathbb{E}[N($$

Prueba b:

$$Var(S(t)) = \mathbb{E}[var(s(t) \mid N(t))] + var(\mathbb{E}[s(t) \mid N(t)])$$

Donde:
$\mathbb{E}[var(s(t) \mid N(t))] = \mathbb{E}[N(t)var(y_i)]$
$var(\mathbb{E}[s(t) \mid N(t)]) = Var(n(t)\mathbb{E}[y_i])$
$\mathbb{E}[s(t) \mid N(t)] = N(t)\mathbb{E}(y_i)$

Sustituyendo tenemos:

$$= var(y_i)\mathbb{E}[N(t)] + \mathbb{E}[y_i]^2\mathbb{E}[N(t)]$$

$$= \mathbb{E}[N(t)](var(y_i) + \mathbb{E}[y_i]^2) \rightarrow \mathbb{E}[y_i^2]$$

$$Var(s(t)) = \mathbb{E}[N \mid t]\ \mathbb{E}[y_i^2] = \lambda t\ \mathbb{E}[y_i^2]$$

Miercoles 29 marzo 2021

Proceso de Poisson Condicionales Decimos que un proceso de conteo $N(t)\approx poiss(\Lambda)$ es condicional respecto a Λ si $p(N(s+t)-N(s)=n\mid\Lambda=\lambda)=\frac{(\lambda t)^{n}}{n!}e^{-\lambda t}$, donde $\Lambda\approx f-x (\lambda)$. En este caso se dice que Λ sea la tasa aleatoria de ocurrencia.

Problema: Calcular la media de $N(t) \approx Poiss(\Lambda), \Lambda \approx f_x(x)$

$$\mathbb{E}[N(s)] = \mathbb{E}[\mathbb{E}[N(s) \mid \Lambda]] = \mathbb{E}[\lambda t] = t\mathbb{E}[x] = t\mathbb{E}[\Lambda]$$

$$\mathbb{E}[N(s)] = t\mathbb{E}[\Lambda]$$

Problema: calcula la variana de $N(t) \approx Poiss(\Lambda), \Lambda \approx f_n(\lambda)$

$$Var(N(s)) = var(\mathbb{E}[N(s) \mid \Lambda]) + \mathbb{E}[var(N(s) \mid \Lambda)] = t^2 var(\Lambda) + t\mathbb{E}[\ ambda]$$

Calculo de potencias de la exponencial e^x

$$e^{\left(\frac{y}{n}\right)} = e^w$$

$$\frac{e^{x+h} - e^x}{h} \mid_{x=0} = \frac{e^n - e^0}{h} = \frac{e^n - 1}{h} = \frac{e^w - 1}{w} = 1$$

$$e^x = (e^w)^N = (1+w)^N = \sum_{k=0}^{N} \binom{n}{k} w^k = \sum_{k=0}^{N} \binom{n}{k} \left(\frac{x}{n}\right)^k = \sum_{k=0}^{N} 1 * \left(1 - \frac{1}{N}\right) * \left(1 - \frac{2}{N}\right) \cdots$$

$$1\left(1 - \left(\frac{k-1}{N}\right)\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

Aproximar funcion en base a la series de taylor
$f(x) = f(x_0) = f(x_0)(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + a_3(x - x_0) + \ldots$
$f(x) = a_u + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \ldots$
$f(x) = 2a_2(x - x_0) + 3a_3(x - x_0)^2$
$f(x) = 2a_2 + 3 * 2a_3(x - x_0) + \ldots$

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f(x_0)}{k!} - (x - x_0)^k \to (e^x)^k = e^x \mid_{x=0} = 1$$

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \;\; a_k = \frac{f(k)(x_0)}{k!}$$