Proceso de Nacimiento y muerte

Es una cadena de Markov continua $\{x(t), t, 0\}$, Nacimiento:

$$P(x_{T+T} = n+1 \mid X_T = n) = \int_0^t \lambda n e^{-\lambda n t} dt$$

$$P(X_{T+T} = n-1 \mid X_T = n) = \int_0^t \mu\, n\, e^{-\mu\, nt} dt \to muerte$$

La matriz de transicion tiene las siguietnes caracteristicas:

$$\begin{array}{cccccc} & 0 & 1 & 2 & 3 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu} & 0 & \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu} & 0 & \dots \\ 2 & 0 & \frac{\lambda_2}{\lambda_2+\mu} & 0 & \frac{\lambda_2}{\lambda_2+\mu} & \dots \\ 3 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array}$$

$p_n n+1 = \frac{\lambda_n}{\lambda_n+\mu_n}$
$P_n, n-1 = \frac{\mu_n}{\lambda_u+\mu_u}$

$P(T_B < T_D)$

$$\int_0^\infty \int_x^\infty \mu e^{\mu y}\, dy\, \lambda e^{\lambda x} = \int_0 \lambda e^{\lambda x}\, e^{\mu x}\, dx$$

$$[-e^{\mu y}] = e^{-\mu x}$$

$$x \int_0^\infty e^{-(x+\mu)x}\, dx = \lambda \left[-\frac{1}{(\lambda+\mu)}\right] e^{-(\lambda+\mu)}$$

$$= \lambda \left[\frac{1}{(x+\mu)} e^{-(x+\mu)x}\right]_0^\infty = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}$$

$$P(T_D < T_B) = 1 - \frac{\lambda}{\lambda+\mu} = \frac{\lambda+\mu}{\lambda+\mu} - \frac{\lambda}{\lambda+\mu} = \frac{\lambda+\mu-\lambda}{\lambda+\mu} = \frac{\mu}{\lambda+\mu}$$

$$f_{min}(T_B \le t, T_B < T_D) + P(T_D \le t, T_D < T_B):$$

$$\int_0^t \int_o^\infty \lambda e^{-\lambda x} \mu e^{-\mu y}\, dy\, dx + \int_0^t \int_y^\infty \lambda e^{-\lambda x} \mu e^{-\lambda y}\, dx\, dy$$

$$\int_o^t \lambda e^{-\lambda\, x} e^{-\mu\, x}\, dx + \int_0^t e^{-\mu\, y} \lambda e^{-x\, y}\, dy = \int (\lambda+\mu) e^{-(\lambda+\mu)T}$$

$$dt = 1 - e^{-(\lambda+u)t}$$

$$\mathbb{E}[x(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} nP(t)$$

$$Var(x_t) = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 P(n(t)) - \mathbb{E}[x(t)]^2$$

Sistema de Ecuaciones de kolmogorov

La ecuación de Chapman-Kolmogórov es una identidad sobre las distribuciones de probabilidad conjunta de los diferentes conjuntos de coordenadas en un proceso estocástico.

$$P_0(t) = \lambda_0 P_0(t) + \mu_1 P_1(t)$$

$$P_n(t) = \lambda_{n-1} P_{n-1}(t) + \mu_{n+1} P_{n+1} - (\lambda x_n + \mu_n) P_n(t)$$

$$P_{n0}(0) = 1$$