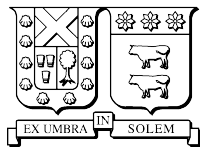


Proyecto Laboratorio de Modelación: Análisis Sistémico de Corridas Bancarias

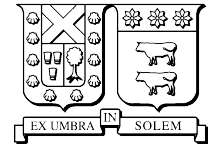
Baitiare Corvalán
Claudio González
Martín Urrea

28 de noviembre de 2023



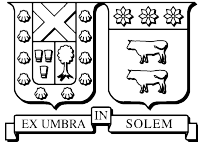
Índice

1. Introducción	4
2. Objetivos de Investigación	5
3. Metodología de Trabajo	6
4. Corridas Bancarias	7
4.1. Introducción	7
4.2. Agregados Monetarios	7
4.2.1. M0 (Circulante)	7
4.2.2. M1 (Cuentas Vistas y Cuentas Corrientes)	7
4.2.3. M2 (Depósitos a Plazo)	8
4.3. Historial	8
4.4. Variables Críticas	9
4.4.1. Variables Estimadas	9
4.4.2. Variables Reales	10
5. Teoría Matemática	11
5.1. Ecuaciones de Navier-Stoke	11
5.2. Herramientas Matemáticas Computacionales	11
5.2.1. Regresión	12
5.2.2. PCA	12
6. Matriz de Priorización	13
7. Desarrollo del Modelo	14
7.1. Ideas Previas	14
7.2. Tratamiento de Datos	15
7.3. Aplicación	17
8. Modelo y Resultados	18
8.1. Modelo	18
8.2. Resultados	19
8.2.1. Funciones y Gráficos	19
8.2.2. Navier-Stoke Teórico	21
8.2.3. Navier-Stoke Aplicado	21
8.2.4. Conclusiones Navier-Stoke	23
9. Conclusiones	24
10. Bibliografía	25



11. Anexo

26



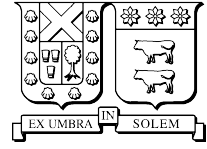
1. Introducción

En un contexto financiero marcado por la incertidumbre y la volatilidad, surge como un fenómeno de interés crítico para la estabilidad económica de Chile, el estudio de las corridas bancarias. Esta investigación aborda la problemática a través de un enfoque matemático y económico, explorando las variables fundamentales que influyen en la ocurrencia de corridas bancarias y proponiendo modelos analíticos para comprender su dinámica.

Iniciamos este análisis mediante un levantamiento de información y antecedentes, que proporcionan una sólida base para comprender las causas y efectos de las corridas bancarias en el plano local. Identificamos variables críticas que incidan en la dinámica de las corridas.

A continuación, aplicamos técnicas de regresión, para desarrollar un modelo lineal que cuantifica la relación entre estas variables y la velocidad del flujo, como un factor clave en la manifestación de las corridas bancarias. Sin embargo, la comprensión completa de este fenómeno requiere un enfoque más sofisticado. Por lo tanto, avanzamos hacia el planteamiento de ecuaciones diferenciales, permitiendo así la creación de un modelo más preciso y dinámico que capte la evolución del flujo de dinero en el sistema financiero. Esta aproximación multidisciplinaria no sólo enriquece nuestra comprensión de las corridas bancarias, sino que también arroja luz sobre posibles estrategias de mitigación.

Mediante un modelo de PCA, logramos identificar cuatro periodos críticos en el contexto económico. Información que utilizamos para obtener funciones del flujo por periodos. Finalmente, los resultados obtenidos proporcionan una base sólida para la toma de decisiones y políticas que fomenten la estabilidad financiera en el país.



2. Objetivos de Investigación

El objetivo general del proyecto es **Analizar** el contexto macroeconómico en el fenómeno sistémico de **Corridas Bancarias**.

Para esto se establecen los siguientes objetivos:

- **Identificar** posibles evoluciones temporales en el flujo
- **Comprender y Describir** el comportamiento del flujo interno del sistema bancario
- **Determinar** posibles equilibrios en el sistema
- **Examinar** posibles medidas del Banco Central para modificar potenciales equilibrios.
- **Estudiar** posibles patrones en el flujo de salida
- **Estimar** variables críticas para el modelo
- **Formular** un modelo que se adecue a la situación económica a estudiar
- **Evaluar** la factibilidad del modelo
- **Proponer** posibles mejoras al modelo

3. Metodología de Trabajo

La metodología de trabajo implementada en el marco de esta investigación se estructuró en dos equipos interdisciplinarios, cada uno con roles específicos.

El primer equipo, conformado por dos expertos de Coopeuch: León Sanz y Sebastián Valenzuela, se enfocó en la fase inicial de investigación, abordando tareas cruciales como la extracción, transformación y carga (ETL) de datos, el análisis de información financiera macroeconómica y la identificación de fondos estables e inestables.

Paralelamente, el segundo equipo, compuesto por tres alumnos universitarios: Baitiare Corvalán, Claudio González y Martín Urrea, se dedicó a investigar las condiciones de equilibrio y desequilibrio, desarrollar un modelo conceptual y llevar a cabo simulaciones que incluyeron visualizaciones y ajuste de sensibilidad. Internamente, se asignaron roles específicos de acuerdo a la “*oferta de capacidades*”, autoevaluación que se adjunta en el anexo. De donde se concluyo que las tres grandes areas serían:

- Ámbito Computacional: Claudio González
- Ámbito Económico: Martín Urrea
- Ámbito Matemático y de Análisis: Baitiare Corvalán

Las reuniones entre ambos equipos se realizaron de manera regular a lo largo del semestre, los días miércoles, a las 10:00 hrs y viernes a las 9:45 hrs. Estas interacciones periodicas facilitaron la unión de los enfoques analíticos y teóricos de ambos equipos.

La colaboración con los expertos de Copeuch permitió alcanzar conclusiones sólidas sobre el fenómeno estudiado.

A continuación se presenta la calendarización de las tareas mediante una carta Gantt.

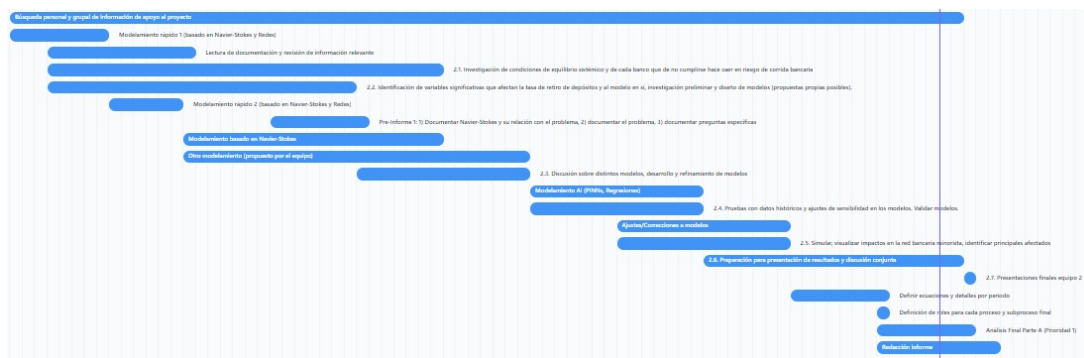


Figura 1: Carta Gantt

Nota: Se adjunta el link de la [Calendarización](#).



4. Corridas Bancarias

4.1. Introducción

Las corridas bancarias corresponden a un escenario donde un gran número de personas retiran su dinero de un banco en un corto periodo de tiempo. Estos retiros masivos de dinero son causados por el miedo a que quiebre el banco o bien, que este tenga problemas de liquidez. El principal riesgo que conlleva esto, es el pánico generalizado que se produce, provocando que más personas retiren su dinero, agravando la situación y retroalimentando el problema.

Cuando el fenómeno de corridas bancarias ocurre en múltiples bancos o en aquellos con mayor poder de mercado, se denomina riesgo sistémico.

4.2. Agregados Monetarios

Para analizar este fenómeno nos concentraremos en tres herramientas bancarias específicas como son los depósitos a plazo, cuentas vista y cuentas corrientes.

Estas herramientas posteriormente fueron interpretadas como agregados monetarios, los cuales se definen a continuación.

Los agregados monetarios M0, M1 y M2 son una clasificación de la oferta monetaria. Cada uno de estos agregados incluye diferentes componentes financieros que son considerados como dinero en circulación en la economía.

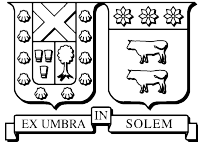
4.2.1. M0 (Circulante)

La base monetaria, es la forma más líquida de dinero en una economía. M0 es la oferta monetaria que representa la cantidad de dinero que está en circulación y disponible de inmediato para transacciones, ejemplo: las monedas y billetes.

4.2.2. M1 (Cuentas Vistas y Cuentas Corrientes)

M1 es un agregado monetario más amplio que M0. Incluye todos sus elementos y agrega las cuentas comerciales de los bancos que pueden ser fácilmente convertidos en efectivo. M1 es la oferta monetaria más utilizada para medir la cantidad de dinero en circulación y es relevante para la mayoría de las transacciones diarias.

Dentro de este agregado monetario, encontramos cuentas vistas y cuentas corrientes, que se definen de la siguiente manera:



- Las cuentas vista son una cuenta bancaria diseñada para el fácil manejo de operaciones en el día a día. Mientras otros productos son más rígidos en su dinámica de retiros, las cuentas vista, facilitan depósitos, giros, transacciones y pagos. Además, éstas conllevan un costo operacional o de mantención.
- Por otro lado, las cuentas corrientes son una herramienta muy similar a las cuentas vista, diseñadas para facilitar transacciones diarias. Sin embargo, difieren de la cuenta vista, pues esta última permite girar cheques y además en general tienen una línea de crédito asociada.

4.2.3. M2 (Depósitos a Plazo)

M2 es un agregado monetario aún más amplio que M1 y representa una medida más completa del dinero en la economía. Incluye todos los elementos de M1 y agrega los depósitos a plazo y otros instrumentos financieros de ahorro, que no serán considerados para efecto de estudio. M2 incluye dinero que está disponible para transacciones, pero también se utiliza como reserva de valor a corto plazo.

Como ya se mencionó, dentro de ellos encontramos los depósitos a plazo (DAP), que se definen como cuentas donde las personas depositan dinero durante un periodo determinado de tiempo a cambio de cierta tasa de interés (captación). Existen múltiples variaciones en el depósito, la tasa de interés (fija o variable), los plazos (días, meses o años), renovables automáticamente, en diferentes tipos de moneda, etc.

Para los propósitos de estudio, nos concentraremos específicamente en los depósitos a plazo de las personas, y no en las de empresas.

Observación: *Pese a las definiciones anteriormente expuestas, para efectos prácticos denominaremos $M1'$, o simplemente $M1$ a: $M1' = M1 - M0$. De igual manera para $M2$. De esta forma, la información de $M0$, $M1$ y $M2$ no se acumulan.*

4.3. Historial

Existen variados ejemplos de corridas bancarias en la última década, pero dentro de los principales podemos encontrar:

Pánico de los banqueros de 1907 en Estados Unidos, que comenzó por el colapso del banco Knickerbocker Trust Company y se propagó rápidamente a los demás bancos de Nueva York. Las principales causas, según los expertos fueron la retracción de liquidez, una falta de confianza de parte de los depositantes y una elevada inflación. En esa época en Estados Unidos, aún no existía un Banco central capaz de inyectar liquidez a la economía, justamente, en el año 1913, en respuesta a la crisis se creó un organismo llamado Sistema de Reserva Federal.



La Gran Depresión de 1929. Durante la década del 30', una serie de corridas bancarias ocurrieron en todo Estados Unidos. Un día conocido como el “martes negro”, una caída en las acciones generó pánico en los inversionistas, los cuales reaccionaron retirando grandes cantidades de efectivo. El problema iba acompañado de otros factores importantes, la “Ley Arancelaria Hawley-Smoot”, que representaba un proteccionismo muy negativo para las importaciones y exportaciones, y además de que muchos norteamericanos habían decidido endeudarse para invertir especulativamente.

El “Corralito” de 2001 en Argentina. El país afrontaba una gran recesión económica y junto con una Ley de Convertibilidad 1-1 del peso argentino al dolar, esto provocó una serie de corridas bancarias y fuga de capital, por la incertidumbre económica. En respuesta el gobierno de optó por una serie de mediadas restrictivas denominadas “corralito”. Las consecuencias de la crisis fueron la declaración del default soberano.

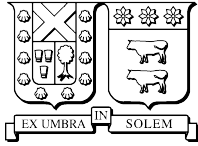
Crisis de la deuda Griega en 2015. Los elevados costos internos llevaron a un déficit en las cuentas corrientes. esto le generó al país una deuda con sus acreedores internacionales (FMI, UE). El gobierno no logró un acuerdo en las negociaciones y en respuesta la incertidumbre económica y política (por la posibilidad de abandonar la eurozona), los depositantes retiraron su dinero de manera masiva. En respuesta se impusieron multiples controles de capital.

4.4. Variables Críticas

4.4.1. Variables Estimadas

De los casos de estudio anteriormente vistos, como de otros casos de corridas bancarias, se logra identificar patrones y común denominadores. Algunas de las principales causas podrían ser:

- **Falta de Liquidez:** Situación donde las entidades financieras no tienen la cantidad suficiente de activos liquidos (dinero en efectivo: M0) como para cubrir sus deudas, facturas o gastos. Los problemas de liquidez pueden incurrir en última instancia en la quiebra de los bancos.
- **Fenómeno Inflacionario:** El término hace referencia al aumento sostenido y generalizado del nivel de los precios de bienes y servicios, durante un periodo prolongado de tiempo. Pese a que un pequeño grado de inflación puede ser beneficioso para tener un poco de dinamismo en la economía, una alta inflación significa una disminución en el poder adquisitivo. Esto a su vez puede ser la causa de incertidumbre económica, ya que una estabilidad de precios es garantía de un entorno económico predecible y estable.
- **Recesión Económica:** Corresponde a un periodo prolongado de contracción en la actividad económica de un país. Una disminución en el crecimiento económico puede significar mayor desempleo, disminución en los ingresos y menor inversión.



- **Factores Internacionales y Tipo de Cambio:** Serie de factores internacionales que pueden influir en la percepción de estabilidad y confianza en el sistema bancario de un país. Cuando los depositantes perciben que hay riesgos relacionados con crisis financieras internacionales, devaluación de la moneda o inestabilidad económica, pueden optar por retirar sus fondos de los bancos, lo que puede desencadenar una corrida bancaria.
- **Evento de *Shock* Externo:** En múltiples ocasiones, la crisis sistémica, puede ser detonada por un evento fuera del ámbito económico como desastres naturales, guerras o pandemias. En ese sentido, muchas de las causales anteriormente mencionadas pueden a su vez ser consecuencia de un *shock* externo.
- **Pánico e Incertidumbre Económica:** Corresponde a la falta de claridad en las condiciones económicas futuras. Esto puede deberse a factores de cambio político, fluctuaciones erráticas en los precios o simplemente condiciones externas imprevistas. La falta de certezas en la economía puede hacer que las personas sean más cautelosas con sus decisiones, teniendo un impacto negativo en la inversión y estancando la economía.

4.4.2. Variables Reales

Se reinterpreta la lista de variables estimadas como indicadores económicos entregados y procesados por los expertos del primer equipo (Copeuch). Obteniendo la siguientes lista de variables:

- **TPM:** (Tasa de Política Monetaria) tiene un efecto que busca mantener estable la inflación en un rango estimado por el Banco Central. Esta influencia frena o acelera la actividad económica del país, ya que influye en las tasas de captación y colocación de los bancos. Por ende al subir esta tasa incentiva el ahorro y al bajarse incentiva el consumo.
- **PIB:** (Producto Interno Bruto) es útil como variable asociada al ingreso de las personas. (Crecimiento Económico)
- **IPC:** (Índice de Precios al Consumidor) es un índice representativo de la inflación.
- **IPEC:** (Índice de Percepción de la economía) permite analizar la mirada del presente y futuro del país por parte de los consumidores.
- **IMCE:** (Indicador Mensual de Confianza Empresarial) permite analizar la mirada del futuro del país en crecimiento económico por parte de las empresas.

Estos datos, se complementan con los agregados monetarios (que entregan información sobre la liquidez), datos de consumo y ahorro.



5. Teoría Matemática

5.1. Ecuaciones de Navier-Stoke

La ecuación de Navier-Stokes es una ecuación fundamental en la mecánica de fluidos que describe el comportamiento de un fluido incompresible en movimiento. Fue formulada con el fin de predecir la velocidad y la presión de un fluido en función del tiempo y la posición en un dominio dado. Las ecuaciones de Navier-Stokes se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

Donde \mathbf{u} es el campo de velocidad del fluido, ρ es la densidad del fluido, p es la presión, ν es la viscosidad cinemática del fluido, \mathbf{f} es la fuerza externa por unidad de masa (además de ∇ que es el operador nabla y representa el gradiente)

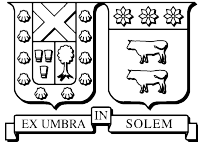
La ecuación (1) se conoce como la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, y describe cómo cambia la velocidad del fluido en función del tiempo y de las fuerzas que actúan sobre él. La ecuación (2) es la *ecuación de continuidad*, que establece que la divergencia del campo de velocidad debe ser igual a cero para que la conservación de la masa se cumpla.

Para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes de manera analítica suele ser complicado, y en muchos casos, es necesario recurrir a métodos numéricos para obtener soluciones aproximadas. Estos métodos incluyen la discretización del dominio y la resolución de las ecuaciones en forma discreta utilizando computadoras.

En este caso, las ecuaciones de Navier-Stokes, jugarán un papel fundamental en la investigación debido a que se buscará hacer la asociación entre el movimiento del dinero con el movimiento de un fluido.

5.2. Herramientas Matemáticas Computacionales

Como base para el análisis de datos asociado a este proyecto se utilizaron diversas herramientas computacionales, ya sea software como Excel, Google Colab y python; y técnicas de matemática como Regresión (Lineal y Polinómica) y PCA (Análisis de Componentes Principales), está última asociada al área de Machine Learning. A continuación se explicarán las dos técnicas antes mencionadas.



5.2.1. Regresión

La regresión matemática en general se refiere a un conjunto de técnicas estadísticas utilizadas para modelar la relación entre una variable dependiente y una o más variables independientes mediante funciones matemáticas que describan la tendencia de los datos observados. Existen diversas formas de regresión que pueden adaptarse a diferentes patrones en los datos. Por ejemplo, la regresión polinómica, la regresión logística, y una de las más utilizadas y conocidas que es la regresión lineal. Independientemente de la forma específica que adopte la función, el objetivo general de la regresión matemática es encontrar los parámetros que minimizan la diferencia entre los valores observados y los predichos.

5.2.2. PCA

El Análisis de Componentes Principales (PCA, por sus siglas en inglés) es una técnica estadística utilizada en análisis multivariado para transformar un conjunto de variables correlacionadas en un nuevo conjunto de variables no correlacionadas llamadas componentes principales. El objetivo principal de PCA es reducir la dimensionalidad de los datos, preservando al mismo tiempo la mayor cantidad posible de la variabilidad original. Al identificar y priorizar las direcciones en las que los datos varían más, PCA busca simplificar la representación de la información, lo que facilita la interpretación y visualización de patrones en conjuntos de datos complejos. Este método es ampliamente utilizado en campos como la visión por computadora, reconocimiento de patrones, y análisis de datos, proporcionando una herramienta eficaz para simplificar la complejidad de los conjuntos de datos sin perder información crucial.



6. Matriz de Priorización

Antes de comenzar con el modelo, se consideró útil priorizar las tareas mediante una matriz de decisión. De esta manera, con la ayuda de esta herramienta, se evalúa la importancia y demanda de cada una de las preguntas en diferentes criterios o ámbitos: Económico, Matemático, Computacional, Modelamiento y su relevancia para el resultado final del proyecto (es decir, si se relacionan con la resolución de los objetivos generales).

Posteriormente se calcula una razón entre el promedio de las habilidades requeridas para resolver para pregunta versus su importancia en la obtención de resultados¹.

Categoría /Ámbito	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
Ámbito Económico	10	7	7	9	10	10	8	9
Ámbito Matemático	3	7	8	4	6	6	2	5
Ámbito Computacional	4	4	8	3	2	3	3	6
Ámbito Modelamiento	5	9	10	3	9	9	6	7
Promedio Habilidades	5	7	8	5	7	7	5	7
Ámbito Resultados	6	8	9	5	7	9	9	5
Razón Hab/Res	1.00	1.23	1.13	1.15	1.00	1.20	1.85	0.72

Cuadro 1: Matriz de Priorización, sobre las preguntas específicas, su demanda y relevancia para el proyecto

Del análisis de los criterios se logra obtener directrices sobre el desarrollo de la investigación y orientación sobre detalles que el modelo debe contemplar. alguna de las conclusiones más relevantes que se obtuvieron, se comentan a continuación.

Por un lado, los expertos mencionaron que la pregunta 7 (sobre las herramientas del Banco Central), corresponden a datos ya sabidos, más que a información por modelar e investigar. Quedando resuelta la primera pregunta.

En segundo lugar, se identifica que las dos preguntas a responder son la número 2 y 6. Por un lado, es importante identificar situaciones de equilibrio en el sistema (casos ideales, con bajo riesgo económico y estables para el país). De ahí en más, la importancia de estimar o predecir el origen o punto de desequilibrio. Sabiendo ya las herramientas que el Banco Central posee para corregir los desequilibrios, tener una alerta para este escenario, permite una respuesta eficiente para mitigar los efectos de las crisis.

¹Es importante mencionar que a su vez cada ámbito/categoría, posee sub-apartados que se especifican en el anexo

7. Desarrollo del Modelo

Dada la finalidad de visualización y predicción del proyecto, es necesaria la aplicación de una representación que permita la fácil interpretación de datos o de las formulas obtenidas, por ello se plantearon originalmente diferentes formatos para relacionar las variables para tratar de afrontar el problema.

7.1. Ideas Previas

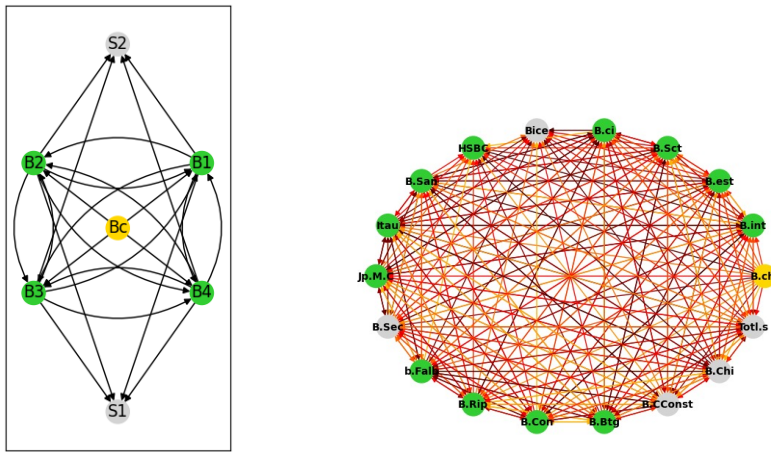


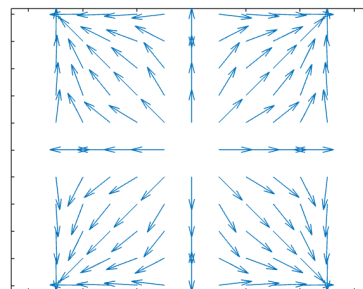
Figura 2: De Izq. a dcha. Grafo 2d, Problema Grafo y Grafo 3d. 'Bc' representa el banco central, 'B1', 'B2', 'B3', 'B4' son otros bancos y, 'S1' y 'S2' representan sumideros.

Al modelar las relaciones entre los bancos y los sumideros resulta útil la visualización mediante un grafo dirigido, donde los nodos representan los bancos y sumideros, y las aristas los diferentes flujos. El principal problema de este tipo de visualización es que a medida que aumente la cantidad de nodos e interacciones, el grafo se vuelve engorroso, por lo que extraer información de manera eficaz se convierte en una tarea complicada.

Aún así, de este tipo de representación podemos concluir la necesidad de darle una dirección espacial a cada interacción.

Para solucionar levemente el problema de la visualización se planteó que el grafo utilizara 3 dimensiones espaciales (ver figura 2). Pero de igual manera, al aumentar la cantidad de nodos y las interacciones, la representación se vuelve engorrosa, además que al interactuar con este tipo de visualización 3D es necesaria la navegación a través del mismo, que para efectos prácticos, dificulta la relación Usuario-Modelo.

También se planteó un modelo que involucrará campos vectoriales como se ve a la derecha, pero uno de los problemas de este tipo de representación es el darle una ubicación espacial a las diferentes entidades que interactúan dentro del sistema económico, puesto que dada la continuidad de los vectores resultaría inconveniente que, por ejemplo, no pudiese notarse interacciones más pequeñas por superposición de una más interacción más grande.



Finalmente se optó por utilizar múltiples herramientas, tanto gráficos de dispersión (scatter), de líneas y grafos simplificados que dada la naturaleza de las variables económicas, resultaron altamente prácticos.

Figura 3: Campo vectorial simple para ejemplificar.

7.2. Tratamiento de Datos

Otro aspecto importante a mencionar es el tratamiento de Datos. Originalmente se observó que las principales variables que se relacionaban con los depósitos a plazo serían la TPM; el PIB, el IPC, el IPEC y el IMCE, los cuales tenían diferentes lapsos de medición, ya sea diarios, mensuales y trimestrales, para efectos prácticos del proyecto se trabajó tanto de forma mensual como trimestral (interpolando cuando fuese necesario), dependiendo del grueso de datos que se tuviesen al momento del análisis respectivo. Por otra parte se notó que una de las variables tenía un desfase de tres meses (TPM) lo cual también fue modificado para que coincidiera con los estudios.

Posteriormente se decidió considerar también las Cuentas Corrientes (C.C), las Cuentas Vistas (C.V), y variables de Consumo y Ahorro, puesto que se notó que se relacionaban, al igual que los depósitos a plazo, de forma sustancial con las variables Economías antes mencionadas. Estas nuevas variables se trabajaron dentro de los "M's". Cabe aclarar que esta decisión involucró trabajar con una mayor cantidad de datos, además de que sirvió para corroborar de algunos comportamientos que se tenían previstos.

Una vez filtrados y ordenados los datos en planillas de Excel, estos fueron trabajados en la plataforma de Google Colab para crear diferentes Data Fames que hicieran más fácil la realización de gráficos, tablas, entre otros. Además de que esta forma resulta más eficaz incorporar herramientas de Machine Learning.

Gracias al comportamiento visualizado en los datos se decidió por trabajar separadamente en 4 periodos distintivos, realizando diferentes análisis individualmente sobre cada uno.

- Periodo 1: 2008 - 2011
- Periodo 2: 2011 - 2017
- Periodo 3: 2017 - 2021
- Periodo 4: 2021 - 2023

Por cada periodo se realizarán las respectivas regresiones que más se ajustaban a los datos

(Polinómica y lineal) y se procedió a utilizar PCA (Reducción dimensional) sobre las variables previamente normalizadas para obtener una representación gráfica bidimensional de como los conjuntos de datos coexistían, donde además se respalda el hecho de la existencia de periodos claramente identificables.

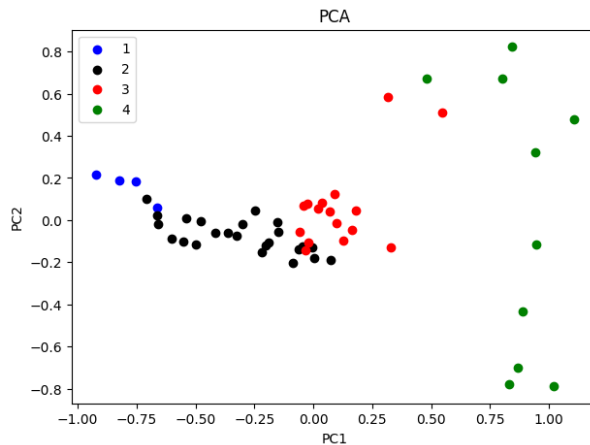


Figura 4: Gráfica de dispersión luego de reducir a dos dimensiones principales (PC1 y PC2), cada una compuesta por la combinación lineal de las variables económicas con distintos pesos como se verá a continuación. Datos trimestrales.

Los diferentes pesos² entregados por el procesamiento PCA son:

	M0	M1	M2	Ahorro	Consumo	IPEC	IMCE	TPM	IPC	PIB
PC1	0.441	0.416	0.370	-0.120	0.479	0.078	-0.269	0.098	0.106	0.387
PC2	0.345	0.430	-0.187	0.246	-0.075	-0.053	0.407	-0.634	0.120	-0.084

Particularmente para este estudio los mínimos y máximos para la normalización son:

	M0	M1	M2	Ahorro	Consumo	IPEC	IMCE	TPM	IPC	PIB
MIN	0.136	0.211	0.031	-0.013	13866.1	-18.277	32.529	0.5	-0.4	34410.3
MAX	0.504	1.051	0.888	0.166	44724.0	14.009	62.040	11.25	1.9	54840.3

Donde cada dato original se transformaba según la fórmula:

$$\text{Variable Escalada} = \frac{\text{Variable Original} - \text{Min}}{\text{Min} - \text{Max}} \quad (3)$$

Min y Max asociados a sus respectivas variables.

Adicionalmente, dada las características observadas tanto por los datos y diferentes gráficas en los datos, para no desechar la idea de utilizar las Ecuaciones de Navier-Stokes se decidió utilizar una versión simplificada de estas.

²Recordar que los datos están previamente normalizados

7.3. Aplicación

Una vez planteadas las ideas centrales tanto de lo que se desea como modelo y el funcionamiento de las variables se procedió a aplicar de forma empírica. Para ello se plantea el siguiente procedimiento:

- 1.- **Recopilación de Variables a Estudiar.** Se recopilan los datos a estudiar, es decir, tener un 'Periodo', 'M0', 'M1', 'M2', 'Ahorro', 'Consumo', 'IPEC', 'IMCE', 'TPM', 'IPC' y 'PIB' a analizar. En caso de no tener alguno es posible extrapolar el comportamiento de periodos aledaños al estudiado, puesto que en la práctica los cambios no "Bruscos". Para ejemplificar se tomará el siguiente conjunto de datos ficticios:

M0	M1	M2	Ahorro	Consumo	IPEC	IMCE	TPM	IPC	PIB
0.25	0.23	0.11	0.15	30000	8.0	40.0	6.0	0.57	40000

- 2.- **Normalización y Conversión.** Los datos recopilados se normalizar según la fórmula 3 basándose en los datos de la tabla de mínimos y máximos. En el ejemplo:

M0	M1	M2	Ahorro	Consumo	IPEC	IMCE	TPM	IPC	PIB
0.307	0.022	0.092	0.908	0.522	0.813	0.253	0.511	0.421	0.273

Se utilizan los pesos del PCA correspondientes obteniendo para el ejemplo

PC1	-0.157
PC2	-0.231

- 3.- **Localización.** Se ubican los puntos dentro del Gráfico PCA y se observa a que periodo (marcado en colores) los diferentes datos estudiados tienen mayor similitud (carcanía espacial).

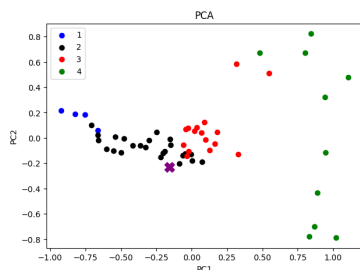


Figura 5: En este caso se marcó con una cruz morada a el punto correspondiente a los datos, dónde se ve que tiende al periodo 2.

- 4.- **Aplicación de Fórmulas.** Se aplican las fórmulas simplificadas asociadas al periodo que se encontró mayor similitud con los datos para realizar las predicciones correspondientes. Para el ejemplo las fórmulas asociadas al periodo 2.

8. Modelo y Resultados

8.1. Modelo

Finalmente, se renunció a la idea de modelar el flujo entre los distintos bancos, incluyendo el Banco Central. No sólo por lo complicado que resultaría, sino que además, porque esta información sería difícil de obtener (las habilidades de modelación necesarias fueron las más altas) y además, por la razón obtenida en la matriz de priorización. Aunque su importancia puede ser considerable para el estudio del fenómeno, a fin de cuentas el objetivo de investigación se enfoca en el análisis sistémico, es decir, en la economía en general.

En un principio se identificaron correctamente ambos sumideros: por un lado, uno de consumo, que corresponde al dinero que las personas gastan en bienes o servicios. Por otro lado, un sumidero de ahorro, que se entiende como aquel dinero que las personas “retiran” de la economía por no estar en un dinamismo constante, puede ser dinero en cuentas de ahorro, o inclusive se tuvo presente herramientas como M3 (depósitos en moneda extranjera, bonos del sector privado, etc).

Se identificó que el eje principal sería M1. De esta forma, interpretamos que este dinero en las cuentas de las personas, es justamente, el que se adapta dependiendo de las necesidades. Esto es, si es necesario retirar dinero del cajero, se interpreta como $M1 \rightarrow M0$. Invertir en DAP sería $M1 \rightarrow M2$, este mismo dinero es el que se ahorra ($M1 \rightarrow A$), o el que utilizan las personas para realizar pagos en el comercio ($M1 \rightarrow C$). De igual manera, se siguen realizando compras en efectivo, por lo que se incluye la arista entre M0 y C.

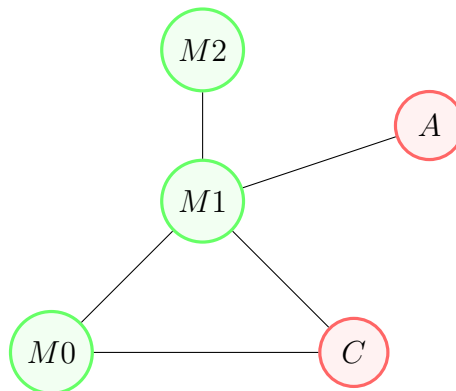


Figura 6: Grafo del Modelo Final

8.2. Resultados

8.2.1. Funciones y Gráficos

Continuando con la idea de que M1 es el eje central, para ver las relaciones entre cada nodo, se generaron regresiones lineales entre periodos y se obtuvieron funciones por tramos, que ilustran como se relacionan las variables entre sí. Dependiendo del $t \in \bigcup_{i=1}^4 P_i$, donde P_i es el periodo de tiempo de los anteriormente mencionados. Obteniendo las siguientes funciones³:

$$M0 = \begin{cases} 0,408 \cdot M1 + 0,0504 & , \text{ si } t \in P_1 \\ 0,47 \cdot M1 + 0,0536 & , \text{ si } t \in P_2 \\ 0,369 \cdot M1 + 0,0955 & , \text{ si } t \in P_3 \\ 0,357 \cdot M1 + 0,131 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases}$$

$$M2 = \begin{cases} -666 \cdot M1^3 + 410 \cdot M1^2 - 82,6 \cdot M1 + 5,52 & , \text{ si } t \in P_1 \\ 1,6 \cdot M1 - 0,162 & , \text{ si } t \in P_2 \\ 15,2 \cdot M1^3 - 27,2 \cdot M1^2 + 15,6 \cdot M1 - 2,35 & , \text{ si } t \in P_3 \\ -0,69 \cdot M1 + 1,18 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases}$$

$$C = \begin{cases} 959085 \cdot M1^2 - 324487 \cdot M1 + 40635 & , \text{ si } t \in P_1 \\ 60300 \cdot M1 + 4087 & , \text{ si } t \in P_2 \\ 18172 \cdot M1^2 - 16214 \cdot M1 + 32436 & , \text{ si } t \in P_3 \\ 3371 \cdot M1^2 - 15496 \cdot M1 + 49535 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases}$$

A continuacion se muestran los gráficos correspondientes a las tres funciones⁴:

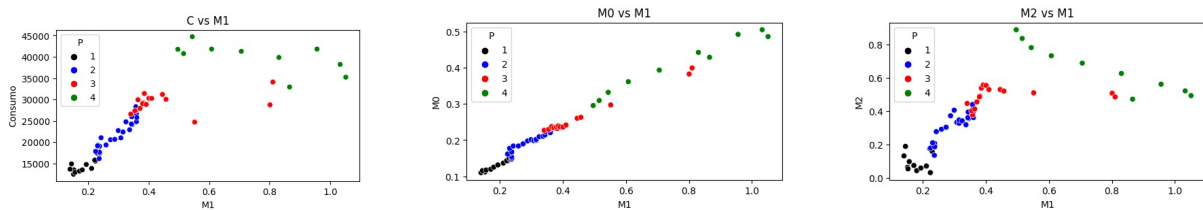
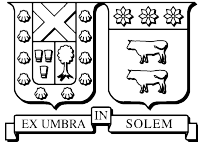


Figura 7: Principales Relaciones obtenidas del Modelo

Como se mencionó en la sección de matriz de priorización, se busca determinar posibles equilibrios y predecir condiciones de desequilibrio. Para ello, analizamos los periodos en sí, en búsqueda de patrones o dinámicas interesantes. A continuación se mencionan algunas de las más importantes.

³Las demas conexiones se incluyen en el anexo

⁴El análisis con respecto al nodo de ahorro (A) fueron consideradas menos relevantes, por un ruido en la información (los datos de ahorro incluyen una fracciones, no sabidas, del M1 y M2)



En primer lugar concentremos en el gráfico M1 vs M2. El primer periodo es bastante caótico, y esa gran dispersión de datos no nos entrega información muy relevante, de igual manera, podemos interpretar esta irregularidad como que la herramienta no era muy conocida⁵ durante su surgimiento, por lo que correspondería a una etapa de tanteo, donde la incertidumbre por la seguridad de estas inversiones no era muy conocida por parte de las personas. Pasando al segundo periodo, notamos un “boom” de los DAP, durante este periodo, la popularidad de la herramienta aumento, y es normal entonces notar que a mayor dinero de las personas, mayor será su propensión a invertir cierta parte en DAP. Respecto al periodo 3, notamos un extraño comportamiento. Una relación constante entre M1 y M2. Más que un equilibrio económico, esta relación puede interpretarse como una indiferencia por parte de las personas, aunque a mayor dinero, mayor inversión, no obstante las tasas de captación no eran muy altas durante este periodo, o simplemente la gente opto por otras herramientas como fondos mutuos. Finalmente para el periodo post pandemia, notamos una relación inversa. Gracias a los datos temporales, sabemos que ocurrió un aumento en M2 y una disminución en M1, esto lo entendemos como un comportamiento más conservador por parte de las personas. Así como anteriormente se mencionó la disminución en las tasas de captación, en el periodo post pandemia, las tasas volvieron a aumentar, estabilizando en cierta medida la situación. Además, no debemos olvidar que el periodo post pandemia fue aquel donde se efectuaron los fondos de retiro de las cuentas de AFP, es decir, el dinero que las personas retiraron, en parte lo pueden haber destinado a gastos, pero otro porcentaje de personas opto por ingresarlo a herramientas seguras, con la posibilidad de después poder acceder a esos dineros.

Para el gráfico M1 vs C, el análisis para los primeros tres periodos es bastante lógico en general, mientras más dinero tengan las personas, más dinero tenderán a gastar. Pero entrando al cuarto periodo, notamos constante, pero levemente inversa, esto lo podemos entender de la siguiente manera, con los efectos de la pandemia, la recesión económica provoco una retracción de liquidez, disminuyendo el M1 con el tiempo, sin embargo, las necesidades de gastos y consumo de los hogares se mantuvo constante. Es decir, incluso en situaciones económicas difíciles, hay gastos no discrecionales (de primera necesidad).

Por último, para el gráfico M1 vs M0, notamos una relación lineal prácticamente idéntica para todos los periodos, esto nos da luces sobre el buen funcionamiento del Banco Central, ya que cumple la función de expandir el circulante (M0) para que también aumente el dinero en las cuentas (M1). Además, mediante la herramienta de la tasa de interés (TPM), el Banco Central logra estimular la economía cuando hay momentos de bonanza y amortiguar en momentos de recesión. Este análisis se condice con un aumento del PIB a partir del año 2020.

⁵Justamente no habían datos de DAP para personas anteriores a estos años, solo de empresas.



8.2.2. Navier-Stoke Teórico

Utilizando un análisis tridimensional donde contamos con los ejes (M_0, M_1, M_2) , suponemos por densidad $\rho = 1$ para efectos de simplicidad y la velocidad del fluido como:

$$\mathbf{v} = (v_0, v_1, v_2) = \left(\frac{\partial F_0}{\partial t}, \frac{\partial F_1}{\partial t}, \frac{\partial F_2}{\partial t} \right)$$

Donde cada F_i con $i \in 0, 1, 2$ son las funciones que reflejan el comportamiento del dinero en cada uno de los ejes a través del tiempo. Cada F_i se puede obtener desde el análisis de comportamiento obtenido de las regresiones lineales y polinómicas. Ahora, reemplazando en la ecuación de continuidad, se obtiene que todos las derivadas serán 0 debido a que ninguna de las velocidades dependen de los ejes, asimismo la densidad que al ser una constante no depende del tiempo, es decir, siempre se cumplirá la primera ecuación.

Mientras que para la ecuación de conservación del momentum, se utiliza el mismo razonamiento, mas no se eliminan todos los elementos de la ecuación:

Ecuación de conservación del momentum (M_0):

$$\frac{\partial(\rho v_0)}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial M_0} + \rho f_0$$

definiendo la presión como la cantidad de dinero que las personas ahorran y consumen en funcion del eje evaluado, se redefine la ecuación como

Ecuación de conservación del momentum (M_0):

$$\frac{\partial(\rho v_0)}{\partial t} = -\frac{\partial(A(M_0) + C(M_0))}{\partial M_0} + \rho f_0$$

Donde $A(M_0)$ y $C(M_0)$ son las componentes de ahorro y consumo en función del eje evaluado, en este caso M_0 y f_0 vendria a ser una ecuación compensatoria para la temporalidad. De esta forma, el sistema se escribe como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v_0)}{\partial t} &= -\frac{\partial(A(M_0) + C(M_0))}{\partial M_0} + \rho f_0 \\ \frac{\partial(\rho v_1)}{\partial t} &= -\frac{\partial(A(M_1) + C(M_1))}{\partial M_1} + \rho f_1 \\ \frac{\partial(\rho v_2)}{\partial t} &= -\frac{\partial(A(M_2) + C(M_2))}{\partial M_2} + \rho f_2 \end{aligned}$$

8.2.3. Navier-Stoke Aplicado

Para poder probar qué tan bien funciona la idea anterior, se utilizaron las diferentes funciones por cada uno de los ejes, tanto lineales como polinómicas, por cada uno de

los períodos, para así analizar qué tipo de relación se acomodaba más a cada una de las variables.

En el caso de M0 respecto al tiempo, se optó finalmente por una regresión lineal, ya que en cada uno de los períodos era el ajuste que poseía un mayor R^2

$$M0 = 5.12 \times 10^{-5}t - 1.93 = F_0 \quad (4)$$

Utilizando la misma lógica para las funciones de M1 Y M2 con respecto al tiempo, como se muestra en el anexo (8) podemos definir las funciones como:

$$M1 = 21.3 + -1.1 \times 10^{-3}t + 1.42 \times -8t^2 = F_1 \quad (5)$$

$$M2 = 1.19 \times 10^{-04}t + -4.66 = F_2 \quad (6)$$

Además se calculo la velocidad en cada eje:

$$\mathbf{v} = (v_0, v_1, v_2) = (5.12 \times 10^{-5}, 21.3 + -1.1 \times 10^{-3} + 2.84 \times -8t, 1.19 \times 10^{-04})$$

Es decir:

$$\frac{\partial(v)}{\partial t} = \left(\frac{\partial(v_0)}{\partial t}, \frac{\partial(v_1)}{\partial t}, \frac{\partial(v_2)}{\partial t} \right) = (0, 2.84 \times -8, 0)$$

Ahora, con el análisis del ahorro y consumo, respectivamente se obtienen las funciones del anexo (8) que describen las siguientes funciones de la "presión" por cada eje

$$P_0 = (0.0487 + 0.439M0 + -0.793M0^2) + (76101 * M0 + 7528) \quad (7)$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial M_1} = -3.172 \times 10^0 M_0 + 7.6101 \times 10^4 + 4.39 \times 10^{-1}$$

$$P_1 = (0.0821 + 0.0919M1 + -0.0879 * M1^2) + (-2782 + 106891 * M1 + -67998 * M1^2) \quad (8)$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial M_1} = -1.36171908 \times 10^5 M1 + 1.068910919 \times 10^5$$

$$P_2 = (40257 * M2 + 10327) + (0.0556 + 0.34 * M2 + -0.457 * M2^2) \quad (9)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial M_2} = -9.14 \times 10^{-1} * M2 + 4.0257 \times 10^4$$

Para apaciguar la falta de temporalidad en el lado derecho usamos f como función compensatoria y con esto ya podemos rellenar todas las ecuaciones y así evaluar el sistema final.

$$\begin{aligned} 0 &= -(-3.172 \times 10^0 M_0 + 7.6101 \times 10^4 + 4.39 \times 10^{-1}) + f_0 \\ 2.84 \times -8 &= -(-1.36171908 \times 10^5 M1 + 1.068910919 \times 10^5) + f_1 \\ 0 &= -(-9.14 \times 10^{-1} * M2 + 4.0257 \times 10^4) + f_2 \end{aligned}$$

Sin embargo, el problema de una función compensatoria en este caso hace que, estando o



no, se pierde conexión con la realidad y la ecuación, ya que solo se llega a una ecuación redundante donde ninguna parte del sistema depende de la otra, por ende, se pierde toda relación entre las variables.

8.2.4. Conclusiones Navier-Stoke

Desafortunadamente, en este caso ninguna posible solución del sistema lleva a alguna ecuación de utilidad debido a que no refleja la realidad del sistema si termina dependiendo solo del eje en que se está evaluando y para evitar esto, se debe hacer un nuevo análisis donde se evalúen algunas de estas mejoras: que la función del flujo tentativo no dependa solo de la temporalidad, ya que en el sistema bancario, muchas de las situaciones que ocurren no son solo reguladas por el tiempo, como lo es la cantidad de dinero que tienen las personas en las cuentas de fácil acceso M1, también dependerá de cuánto dinero tienen en efectivo M0. Además, destacando que algunas suposiciones como la densidad y la misma definición que pueda tener la presión deben variar para mejorar la precisión de la ecuación, utilizando y estudiando algunos indicadores económicos tales como la inflación. Y también redefinir la función compensatoria, ya que originalmente, en la ecuación de Navier-Stokes se refiere a una fuerza que interactúa externamente con el sistema, por ende, está bien que sea una función que dependa del tiempo, y con el análisis por períodos que puede brindar el PCA, funcionaría con muchísima más precisión en la búsqueda de una buena estimación para cada período.

Una posible redefinición de las variables puede estar orientada a que las funciones del flujo tentativo, la densidad y la presión dependan tanto del tiempo como de los ejes y además posean una conexión con el ahorro y el consumo de acuerdo a cada una de las variables principales.

9. Conclusiones

Como la naturaleza predictiva de este proyecto aun se encuentra contextualmente en una fase perfectible, a continuación se nombran una serie de posibles puntos que podrían ayudar a dar continuidad, precisión y certeza a futuros interesados:

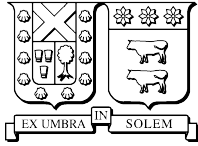
- **Mayor cantidad de variables.** Al aumentar la cantidad de variables trascendentales es esperable que mejoren los resultados.
- **Datos de comportamiento social.** Otro aspecto importante, puesto que el comportamiento económico va ligado totalmente al social, esto se podría resolver, a lo mejor, con la aplicación de diferentes tipos de encuestas.
- **Utilización de Ecuaciones Diferenciales de diferente naturaleza.** Limitarse al uso de las ecuaciones de Navier-Stokes podría ser un impedimento para explorar otro tipo de análisis, por ello también se propone implementar otro tipo de ecuaciones, y no necesariamente ligadas a flujos.
- **Diferentes interpolaciones.** Las interpolaciones de los datos pudieron afectar a la precisión del estudio, es probable que implementar otro tipo de interpolación (Por ejemplo Spline Cúbico) cambie ligeramente en una dirección beneficiosa los resultados.
- **Reducción dimensional no lineal.** Un gran limitante del PCA es su linealidad, puesto de que no discrimina si es que la relevancia de una variable económica fuese distinta a ese comportamiento.

Aún así en el estado actual de la investigación, se puede ver mediante el gráfico PCA, que cuando los puntos que se deseen analizar no se encuentren cercanos a ningún periodo existente, esto involucraría incorporar nuevas fórmulas y nuevas reglas para este nuevo comportamiento, pero es posible basar estas nuevas reglas y fórmulas en las ya existentes en otros periodos, en otras palabras, la naturaleza del proyecto es autoconstructiva.



10. Bibliografía

- Mejía,K (2007) Contagio Bancario y tamaño de un Pool de Fondos. *Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales - Sede Ecuador*
- Nier,E ; Yang,J ; Yorulmazer,T & Alentorn,A (2008) Working Paper No. 346 Network models and financial stability. *Bank of England*
- Tallman,E & Moen,J (1990) Lessons from the Panic of 1907. *Federal Reserve Bank of Atlanta Economic Review*
- Sennholz,h (2003) La Gran Depresión.*Instituto Universitario ESEADE*
- Zicari,J (2014) Tres corridas bancarias y la instauración del corralito en el final de la convertibilidad. *Realidad Económica. Instituto Argentino para el Desarrollo Económico*
- Oscátegui,J. (2015) La crisis económico-financiera griega. *Economía Vol. XXXVIII*
- Hidalgo,R & Godoy,M (2010) Navier-Stokes Equation on Weighted Graphs. *Complex Analysis and Operator Theory*
- Foias, C., Manley, O., Rosa, R., & Temam, R. (2001). Navier-Stokes equations and turbulence (Vol. 83). *Cambridge University Press*.
- Alfaro, F. (2023). *Curso de Aplicación de la Matemática en la Ingeniería*.



11. Anexo

- P1) ¿Cuánto dinero hay en el sistema?
- P2) ¿Existe algún equilibrio para esta proporción?
- P3) ¿Cuál es el tipo de evolución o patrón para este movimiento (interno del sistema bancario)?
- P4) ¿El dinero que sale del sistema es igual o mayor al que entra?
- P5) ¿Qué variables económicas tiene mayor correlación con la tasa de retiros?
- P6) ¿Se puede predecir o estimar el “*punto cero*” (lugar donde comience el colapso) (detonante/desequilibrio)?
- P7) ¿Que herramientas tiene el Banco Central para corregir movimientos o patrones potencialmente peligrosos para el sistema?
- P8) ¿Cómo se modelaría la evolución del dinero dentro del banco?

Competencia	Claudio	Baitiare	Martín	Equipo
Conocimiento Económico	5.0	4.0	7.0	5.3
Conocimiento Matemático	8.0	7.0	7.0	7.3
Habilidades Computacionales	9.0	6.0	5.5	6.8
Habilidades de Modelación	6.5	6.0	7.0	6.5
Trabajo en Equipo	4.0	5.0	6.5	5.2
Conocimiento de Programación	7.0	6.0	4.5	5.8
Capacidad Organizativa	4.0	6.0	5.5	5.2
Capacidad Analítica	7.0	7.0	7.0	7.0
Habilidades Comunicativas	3.0	4.0	6.0	4.3
Promedio Habilidades	5.9	5.7	6.2	5.9

Cuadro 2: Matriz de Competencias

Ámbito Matemático	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
Conocimiento Matemático General	2	10	9	5	7	8	4	6
Ecuaciones Diferenciales (Navier-Stoke)	8	10	10	5	10	8	1	4
Redes y Grafos	0	0	5	3	2	2	2	5
Capacidad Analítica (Matemática)	6	10	9	5	9	9	3	7
Otros (Regresión, Campos Vectoriales, etc)	0	10	8	6	9	7	1	4

Cuadro 3: Sub-matriz Matemática



Ámbito Computacional	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
Conocimiento de Programación	2	5	9	0	2	8	2	7
Conocimiento de Librerías	0	0	7	0	0	0	0	5
Data	10	8	7	8	5	2	7	6

Cuadro 4: Sub-matriz Computacional

Ámbito Modelamiento	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
Habilidades de Modelación	0	8	10	2	10	10	5	8
Estimar variables críticas para el modelo	8	10	9	0	10	8	9	7
Evaluar la factibilidad del modelo	8	8	10	1	10	7	5	7
Proponer posibles mejoras al modelo	0	8	10	5	6	10	3	6
Capacidad Analítica (Modelo)	7	9	10	5	7	10	7	6

Cuadro 5: Sub-matriz Modelamiento

$$\begin{aligned}
 M0(t) &= \begin{cases} 3.78 \times 10^{-5} * t + -1.39 & , \text{ si } t \in P_1 \\ 3.83 \times 10^{-5} * t + -1.4 & , \text{ si } t \in P_2 \\ 305 + -0.0141t + 1.63 \times 10^{-7}t^2 & , \text{ si } t \in P_3 \\ -550 + 0.0249t + -2.81 \times 10^{-7}t^2 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases} \\
 M1(t) &= \begin{cases} 8.86 \times 10^{-5} * t + -3.36 & , \text{ si } t \in P_1 \\ 7.51 \times 10^{-5} * t + -2.83 & , \text{ si } t \in P_2 \\ 742 + -0.0344t + 3.98 \times 10^{-7}t^2 & , \text{ si } t \in P_3 \\ -6.44 \times 10^{-4} * t + 29.5 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases} \\
 M2(t) &= \begin{cases} -78710 + 5.91t + -1.48 \times 10^{-4}t^2 + 1.23E - 09x^3 & , \text{ si } t \in P_1 \\ 7.51 \times 10^{-5} * t + -2.83 & , \text{ si } t \in P_2 \\ -294 + 0.0134x + -1.54 \times 10^{-7}t^2 & , \text{ si } t \in P_3 \\ 5.08 \times 10^{-4} * t + -22 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases} \\
 A &= \begin{cases} -0.446 + 8.12M0 + -30.9M0^2 & , \text{ si } t \in P_1 \\ -0.728 + 8.65M0 + -21.9M0^2 & , \text{ si } t \in P_2 \\ -0.422 + 3.46M0 + -5.06M0^2 & , \text{ si } t \in P_3 \\ -0.0562 + 0.162M0 + 0.276M0^2 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases} \\
 A &= \begin{cases} -6, 12 \cdot M1^2 + 2, 33 \cdot M1 - 0, 134 & , \text{ si } t \in P_1 \\ -6, 68 \cdot M1^2 + 4, 06 \cdot M1 - 0, 486 & , \text{ si } t \in P_2 \\ -0, 573 \cdot M1^2 + 0, 783 \cdot M1 - 0, 102 & , \text{ si } t \in P_3 \\ 0, 147 \cdot M1 - 0, 0557 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases} \\
 A &= \begin{cases} 0.0845 + -0.0238M2 + -0.0538M2^2 & , \text{ si } t \in P_1 \\ -0.0176 + 0.842M2 + -1.25M2^2 & , \text{ si } t \in P_2 \\ 2.51E - 03 + 0.295M2 + -0.269M2^2 & , \text{ si } t \in P_3 \\ 0.589 + -1.43M2 + 0.903M2^2 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ámbito Resultados	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
Relevancia a la problemática general	8	10	10	3	10	10	8	4
Identificar posibles evoluciones temporales en el flujo	10	1	10	7	6	7	8	6
Comprender y Describir el comportamiento del flujo interno del sistema bancario	8	10	10	7	8	10	9	10
Determinar posibles equilibrios en el sistema	3	10	8	1	5	8	8	3
Examinar posibles medidas del Banco Central para modificar potenciales equilibrios.	2	10	7	4	4	10	10	1
Estudiar posibles patrones en el flujo de salida	2	8	10	10	8	6	10	5

Cuadro 6: Sub-matriz de Resultados

$$\begin{aligned}
 C &= \begin{cases} 8433 \cdot M0 + 3659 & , \text{ si } t \in P_1 \\ 123567 \cdot M0 - 2050 & , \text{ si } t \in P_2 \\ 314335 \cdot M0^2 - 181347 \cdot M0 + 54273 & , \text{ si } t \in P_3 \\ 105796 \cdot M0^2 - 108496 \cdot M0 + 65844 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases} \\
 C &= \begin{cases} 40635 + -324487M1 + 959085M1^2 & , \text{ si } t \in P_1 \\ 60300 * M1 + 4087 & , \text{ si } t \in P_2 \\ 32436 + -16214M1 + 18172M1^2 & , \text{ si } t \in P_3 \\ 49535 + -15493M1 + 3371M1^2 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases} \\
 C &= \begin{cases} 15768 + -50518M2 + 285315M2^2 & , \text{ si } t \in P_1 \\ 32825 * M2 + 11804 & , \text{ si } t \in P_2 \\ 14240 * M2 + 22252 & , \text{ si } t \in P_3 \\ 4615 * M2 + 10890 & , \text{ si } t \in P_4 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Figura 8: Funciones obtenidas del Modelo/Grafo