Catastrophic dayın ne olduğunu biraz daha açalım:

Mesela kabın yere atıldığında kırılması catastrophic event iken eskiyen bir masanın üzerine konan şey ile kırılması wear effect olur. Birisinde direkt gerçekleşirken, diğerinde zaman alır.

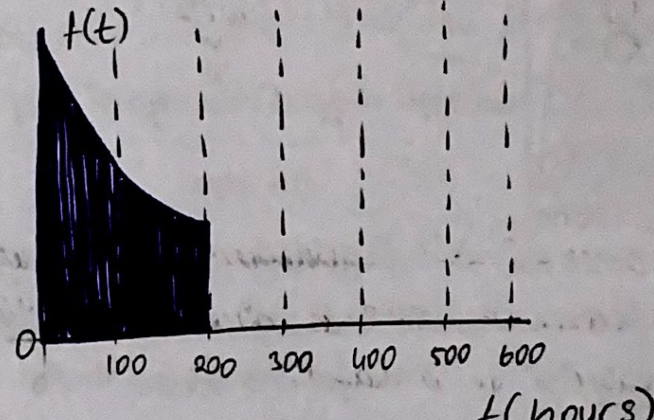
Example: The mean failure time for a device is 100 hours. Assuming that the failure time is an exponential distribution, calculate the prob. that the device will fail within 200 hours of service.

T: The failure time of the device selected

$\mu = 100$

$P(T<200) = 1 - e^{-\frac{t}{\mu}} = 1 - e^{-\frac{200}{100}} = 1 - e^{-2} \approx 0.86$

$P(T<t)$



Example: The length of time for a person to wait for a taxi is a random variable having an exp. distr. with a mean of 3 mins. What is the prob. that the person will have to wait longer than 9 mins. for the next taxi to arrive?

T: length of time for a person to wait a taxi

$\mu_T = 3$ mins.

$P(T>9) = ? \rightarrow 1 - P(T<9)$

SOR!

$P(T \leq 9)$ olması gerekmez mi?

$P(T>9) = 1 - 1 + e^{-\frac{9}{3}} = e^{-3} \approx 0.049$

$-(1-e^{-\frac{t}{\mu}})$

The Weibull Distribution

Density fonksiyonu şu şekilde verilirse, continuous bir random variable X, bir Weibull distr'ına sahiptir:

$$w(x;a,b) = \frac{b}{a} \cdot \left(\frac{x}{a}\right)^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^b} \quad , \; x \geq 0; \; a,b > 0$$

ÖZEL DURUM: b=1 ve a=μ alınırsa:

$$w(x;\mu) = \frac{1}{\mu} \cdot e^{-\frac{x}{\mu}}$$

yani exp. distr. olur!

! a parametresi X'i ölçeklerken, b parametresi şekli etkiler. Bunu Lecture 08 - sf 8'de görebilirsin! Yani a ne ise alanın mean value'si de o sayıdır x ekseni buna göre tekrar düzenlenir. Mesela a=1000 ise sf 8 deki x'ler 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 değil de 500, 1000, 1500, 2000, 2500 olur. Ölçeklemeden kasıt da budur.

center of mass

The Weibull Distribution and Life-Time

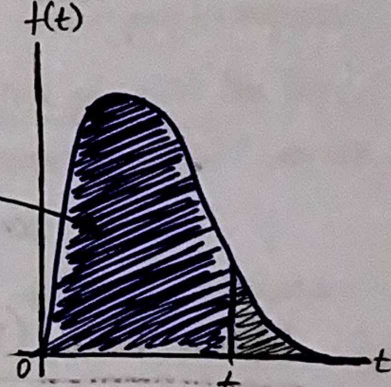
Exp. distr.'da olduğu gibi, Weibull distr.'i genellikle bir bileşenin life time (yaşam süresi)'ni modellemek için kullanılır. Buradaki önemli fark, zamanla güvenilirliği azaltan aşınma $(b>1)$ veya zamanla güvenilirliği artıran etkiler $(b<1)$ gibi etkileri içeren karmaşık sistemleri modellemek için kullanılabilmesidir.

Mesela 10 yıllık bir masa var ve masanın ayakları güçsüz, bu zaten onun kendiliğinden birkaç hafta(ya) kırılacağı anlamına gelir. Buna wear effect denir. Buradaki wear effect, b parametresi ile tanımlanır.

T bileşenin ömrü ise, bileşenin t zamanından önce arızalanma olasılığı:

$$P(T<t) = \int_0^t w(t)\,dt = 1-\exp\left[-(t/a)^b\right]$$

$$= \underbrace{\text{wblcdf}(t,a,b)}_{\text{MATLAB}}$$



Example: The life-time T(hours) of drill in a machine shop has a Weibull distribution with a=10 and b=2. What is the prob. that it fails within 6 hours of use?

$a=10,\ b=2$

T: life-time

$$P(T<6)=? \rightarrow \int_0^6 w(t)\,dt = 1-e^{\left[-\left(\frac{6}{10}\right)^2\right]} = 1-0.6976\ldots \approx 0.302$$

$\approx \%30$

Example: A critical component in a vehicle braking system should be replaced periodically to reduce the prob. that it will fail service. The failure time (in months) of the component follows a Weibull distribution with $a = 12.2$ and $b = 2.67$. How freq. should the component be replaced if we can tolerate a 5% failure prob.?

$\rightarrow t = ?$

$$P(T<t) = 0.05$$

$$P(T<t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}} \rightarrow 1 - e^{-\left(\frac{t}{12.2}\right)^{2.67}} = 0.05$$

$$\rightarrow \ln\left(e^{-\left(\frac{t}{12.2}\right)^{2.67}}\right) = \ln(0.95)$$

$$\rightarrow \left(\frac{t}{12.2}\right)^{2.67} = (-\ln(0.95))$$

$$\rightarrow t = 12.2 \cdot (-\ln(0.95))^{\frac{1}{2.67}}$$

$$\rightarrow t \approx 4.01 \approx 4 \text{ months}$$

∴ Yani en çok %5 failure prob.'i tolare edebiliyorsak critical component'i en çok 4 ayda bir değiştirmeliyiz.

Failure Rate (Weibull Distribution)

- Weibull distr. için failure oranı (birim zamandaki başarısızlıklar) şu şekilde verilir:

$$h(t) = \frac{b}{a} \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1}$$

- h(t)'nin gelişimi b'nin değerine bağlıdır:

(a) $b=1$ ise, $h(t) = 1/a$ olur. Yani failure rate sabittir. Bileşenin geçmişine bağımlılık yoktur, örneğin aşınma yoktur, dağılım exponential'dir (failure tek bir catastrophic event'tir).

(b) $b>1$ ise, $h(t)$ t zamanının artan bir fonksiyonudur ve bu, bileşenin zamanla aşındığını söyler.

(c) $b<1$ ise, $h(t)$ t zamanının azalan bir fonksiyonudur ve bu nedenle bileşen zamanla daha güvenilir hale gelir.

$t>a$

Example: İnsan ölüm oranı (hastalıklı, yaşlı, bebek)

Bir popülasyondaki ölüm oranı, popülasyon tipine bağlı olarak b değerine sahip bir Weibull dağılımı ile modellenebilir:

(a) $b=1$ değeri, ölüm oranının zaman içinde sabit olduğunu gösterir. Bu, rastgele dış olayların ölüme neden olduğunu gösterebilir.
yani ölüm oranının yaş ile ilgisi yok!

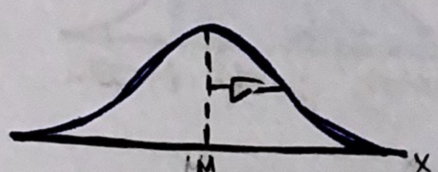
(b) $b>1$ değeri, ölüm oranının zamanla arttığını gösterir. Bu, örneğin bir "yaşlanma" süreci olabilir → örn. yaşlı insan popülasyonu.

(c) $b<1$ değeri, ölüm oranının zamanla azaldığını gösterir. Bu, örn. bebek nüfusu yaşlandıkça azalan önemli "bebek ölümleri" varsa olur.

bebekler güçlenir, bağışıklık sistemi olgunlaşır.

The Normal Distribution

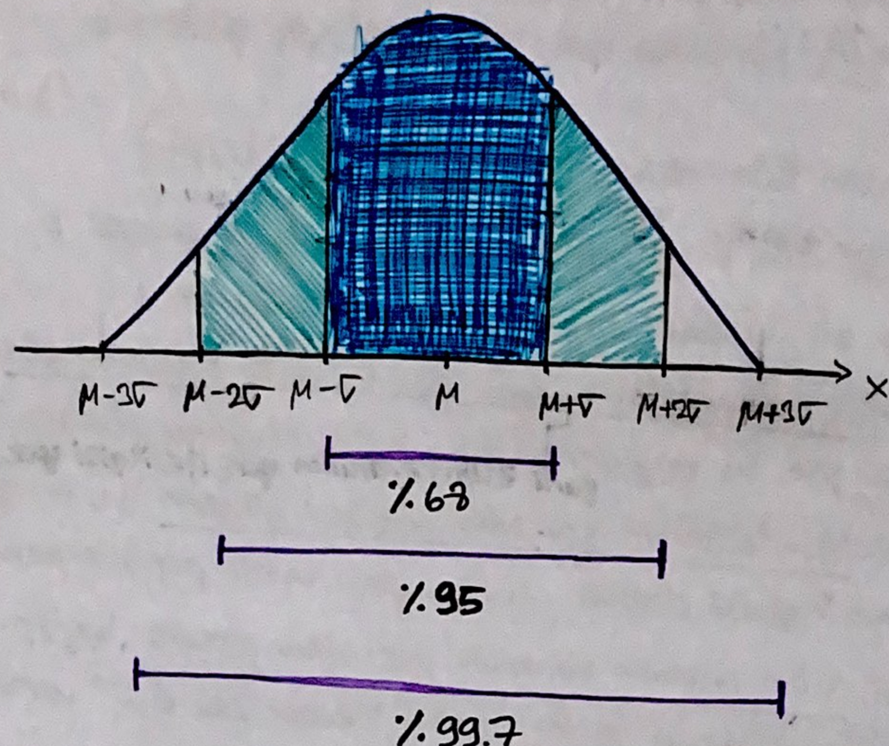
İstatistik alanındaki en önemli continuous prob. distr. "Normal Distr" dur. Bu dağılım, matematiksel olarak 2 parametre cinsinden belirlenebilen simetrik çan şeklinde bir dağılımdır: mean (μ) ve standard deviation (σ).



$$n(x;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$-\infty < x < +\infty$

Normal Curve Altındaki Alanlar



✓ Dersin başında $\int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} f(x)dx$ 'in yaklaşık olarak $\frac{2}{3}$ olduğunu söylemiştik

✓ Normal curve için bu daha kesindir:

$x = \mu \pm \sigma \Rightarrow 68\% \rightarrow \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} n(x).dx \approx 0.68$

$x = \mu \pm 2\sigma \Rightarrow 95\%$

$x = \mu \pm 3\sigma \Rightarrow 99.7\%$

! Normal Distr. için yazılım kullanmak gerekir. Mesela MATLAB...

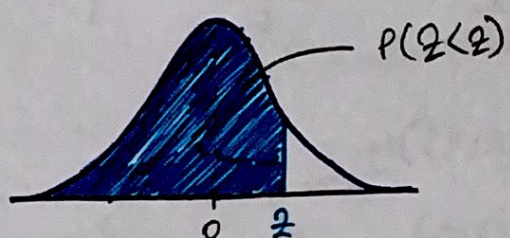
Eger yazılım kullanamıyorsak ne yapacağız?

Z, μ'sü 0 ve σ'sı 1 olan bir normal curve olsun ve X'i Z'ye dönüştürelim:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

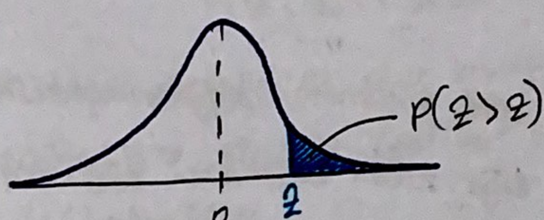
Böylece tek tablo ile işimizi halletmiş oluruz!

Some Properties of the Normal Distribution



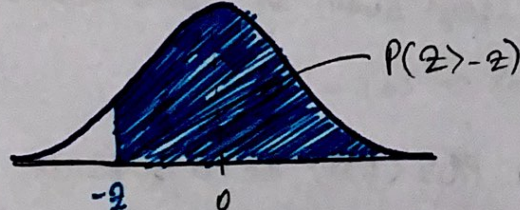
$P(Z<z) = \text{normcdf}(z)$

Mesela $P(Z<1.22) =$
$\text{normcdf}(1.22) = 0.8888$



$P(Z<z) = \text{normcdf}(z)$

Mesela $P(Z>1.22) =$
$1-\text{normcdf}(1.22) = 0.1112$



$P(Z>-z) = P(Z<z) = \text{normcdf}(z)$

Mesela $P(Z>-1.22) = 0.8888$

Example: The average score in an exam is 58 with a standard deviation of 6. Assuming the scores in the class are normally distributed. What fraction of the class obtained a score of at least 50?

X: score of the student

$\mu = 58, \ \sigma = 6$

$P(X > 50) = ?$

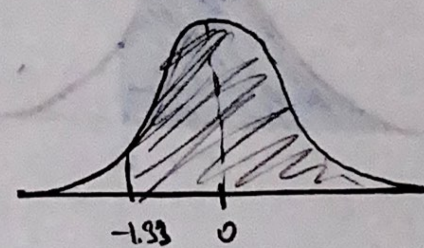
(1) Önce X'i Z'ye dönüştürmeliyiz!

$$P(X>50) = P(\underset{\frac{X-\mu}{\sigma}}{Z} > ?) \quad ? \rightarrow \frac{50-58}{6} = -\frac{4}{3}$$

Yani $P(Z > -1.33)$

Ki bu da $P(Z < 1.33)$

ile aynıdır.



Şimdi yazılım veya tablo kullanımı? Tablodan gidelim:

Burada z değeri ile diğer sütun başındaki değer toplanır (Mesela $z=-3.2$ ve değeri .04 ise -3.24 olur) ve sonra kesişimlerindeki sayı alınır. Ve tablo $P(Z<z)$ formatındadır.

Tabloya bakınca $P(Z<1.33)$ de 0.9082'dir.

Yani sonuç 0.9082 olur!

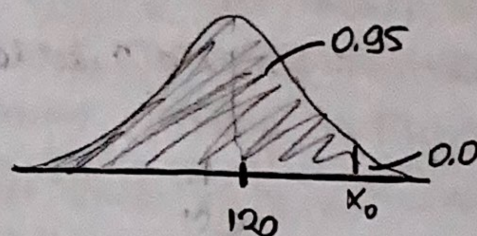
Example: From past experience the fuel required for a journey across a desert follows a normal distribution with a mean 120.0L and a standard dev. of 5.5L. Fuel is very expensive in this part of the world, so the driver wishes to buy a min. safe amount. How much fuel should she buy such that there is only 5% chance of running out of fuel?

X: required fuel

$\mu = 120$

$\sigma = 5.5$

$P(X < x_0) = 0.95$



① X'i Z'ye dönüştürelim:

$$z_0 = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{x_0 - 120}{5.5}$$

$P(Z < z_0) = 0.95$

② Tabloda değeri 0.95 olan kısma bakarsak 1.65'in bunu sağladığını görürüz. Yani $z_0 = 1.65$ olur. Veya yazılımla da bulunabilir.

Şimdi x_0'ı bulalım:

$$\frac{x_0 - 120}{5.5} = 1.65 \rightarrow x_0 = 129 \text{ L olur}$$

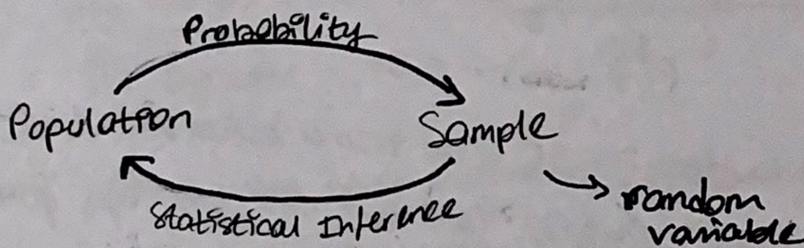
Lecture 10 - Sampling

İstatistik, belirsizlik durumunda kararların dayandırılacağı veri-leri toplamak, sunmak ve analiz etmek için kullanılan pro-sedürler ve teknikler bütünüdür. İstatistikler; descriptive ve inferential olarak 2'ye ayrılır:

Descriptive istatistikler, tüm verileri karakterize eden bir veya iki parça bilgi içeren bir veri gövdesini özetler. Aynı zamanda, bir veri gövdesinin tablolar, çizelgeler, grafikler ve diğer grafiksel gösterim biçimleri şeklinde sunulmasını sağlar.

↳ veya ortalama hesaplama
standart sapma //

Inferential istatistikler, popülasyon örneklerinin (sample) özelliklerini ölçerek popülasyonlar hakkında genellemeler yapmamızı sağlayan tekniklerdir.



Burada sample set'ten population hakkında fikirde bulunulur. Sample ile Population'ın belirsizliğini ölçmek için statistical inference kullanılır. Bunu da ileriki haftalarda öğreneceğiz. Mesela; Hypotesis Testing.

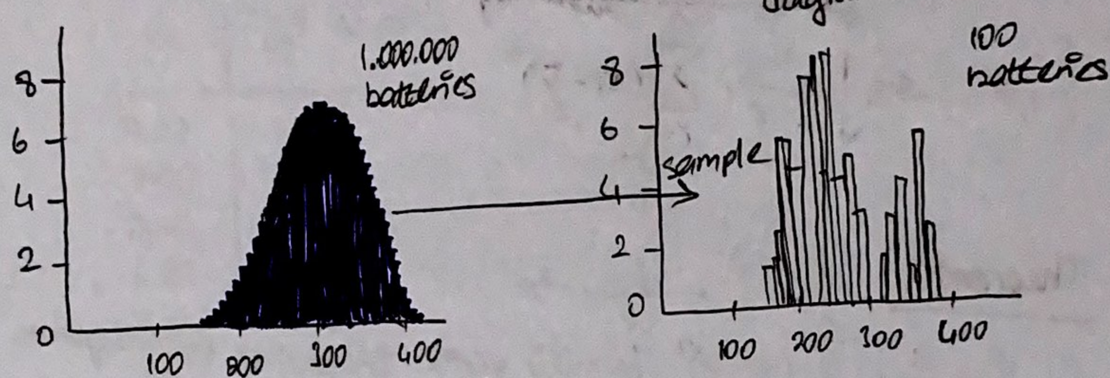
Random Sampling & Inference

Population: Bir popülasyon, ilgilendiğimiz gözlemlerin toplamından oluşur

Sample: Sample ise popülasyonun alt kümesidir

1.000.000 pillik normal bir population için pil ömrü dağılımı

Popülasyondan n=100 büyüklüğünde bir örnek için (sample) pil ömürlerinin dağılımı



$\mu = 240.0$ — mean — $\bar{X} = 243.7$

$\sigma = 30.0$ — standard deviation — $s = 34.87$

$X \rightarrow$ random variable

$S \rightarrow$ set of numbers
$\hookrightarrow S = \{battery1 = 200\ hours, \dots\}$

Popülasyonun ortalama ve standart sapması, sampledaki bu miktarların ölçümlerinden çıkarılabilir. Ancak bu çıkarımda bazı belirsizlikler vardır

Some important statistics

Definition: Random sample'ın herhangi bir işlevine (fonksiyonellik) istatistik denir.

Random sample'ın → random variable kümesi

Mesela $g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_{100}) = \frac{1}{100} \cdot \{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{100}\}$ istatistik örneğidir.

Burada g fonksiyonu yerine $\overline{X}$ yazabiliriz.

✓ Bir dizi verinin konumunu ölçmek için yaygın olarak kullanılan istatistik, sample mean'dir:

$$\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

✓ Bir kümenin dağılımını ölçmek için yaygın olarak kullanılan istatistik, mean standard deviation'dır:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$$

Theorem:

$s^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$ formülü yerine önceden de kullandığımız

$s^2 = E[X^2] - E[X]^2$ formülünü kullanabiliriz.

$$s^2 = \frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \left[n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2 \right]$$

Bunu daha çok kullanacağız!

Example: Repeated measurements are made of the pH level of a substance. A sample of size 10 is taken, with results given by: 7.07, 7.00, 7.10, 6.97, 7.00, 7.03, 7.01, 7.01, 6.98, 7.08. Calculate mean and standard deviation of the pH level.

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \rightarrow \frac{1}{10} \cdot (7.07+7+7.10+6.97+7+7.03+7.01+7.01+6.98+7.08)$$

$$\Rightarrow 7.025$$

x_i	x_i^2
7.07	$(7.07)^2$
7.00	$(7.00)^2$
7.10	$(7.10)^2$
6.97	$(6.97)^2$
7.00	$(7.00)^2$
7.03	$(7.03)^2$
7.01	$(7.01)^2$
7.01	$(7.01)^2$
6.98	$(6.98)^2$
7.08	$(7.08)^2$
A	B
↙ 70.25	↙ 493.5237

$$s^2 = \frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \left\{ n \cdot \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2 \right\}$$

$$s^2 = \frac{1}{90} \cdot \left\{ 10 \cdot B - A^2 \right\}$$

$$s^2 = \frac{1}{90} \cdot \left\{ 10 \cdot 493.5237 - (70.25)^2 \right\}$$

$$s^2 = 0.00193888$$

$$s = 0.04403 \approx 0.044$$

Sampling Distributions

$\bar{X}$ dağılımına (sampled mean), mean'in sampling distribution'ı denir.

✓ Sampled mean'i birkaç kez ölçmeyi düşünün. Her sampled mean, $n=100$ büyüklüğündeki bir sample'dan hesaplanır.

Yani 100×100'den 10000 ölçüm yapılmış olur.

Sampling distribution of the mean $\rightarrow \overline{X} \rightarrow \mu_{\overline{X}}$, $\rightarrow \sigma_{\overline{X}}$

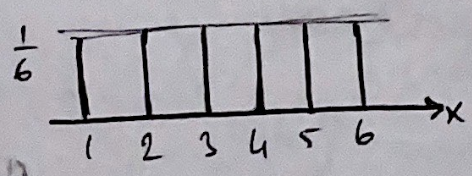
Distribution of the population $\rightarrow X \rightarrow \mu$, $\rightarrow \sigma$

$$\mu_{\overline{X}} \approx \mu \quad , \quad \sigma_{\overline{X}} \approx \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\sqrt{n} \rightarrow$ size of sample

✓ Bu yaklaşımların sebebini bir örnek üzerinden anlamaya çalışalım:

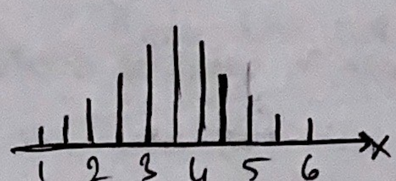
X: the outcome of a die



Bir zar atıldığında mümkün çıktıların hepsi $\frac{1}{6}$ olasılığa sahiptir.

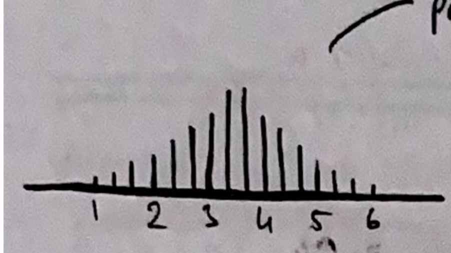
$\overline{X}$: average outcome, $n=2$

2 zar atıldığında ise yandaki gibi bir grafik oluşur.



16, 25, 34, 43, 52, 61

$$P(\overline{X}=3.5) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

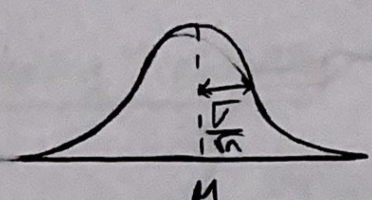


3 zar atıldığında da $\bar{X}$ sample set 3 ikenki ortalama değer olur ve grafiği yandaki gibidir.

! Yani n arttıkça standart sapma azalır! Bu yüzden de $\sigma_{\bar{x}} \approx \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ diyebiliriz.

Sampling Distribution of Means; the Central Limit Theorem

Literatür bize her biri n gözlem içeren bir sample koleksiyonunun ortalamalarının dağılımının, standart sapma $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ile popülasyon ortalaması etrafında kümelendiğini söyler.



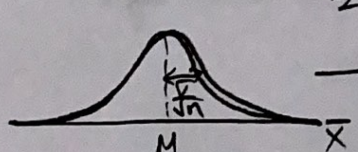
$\mu_{\bar{x}} \to \mu$ ve $\sigma_{\bar{x}} \to \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

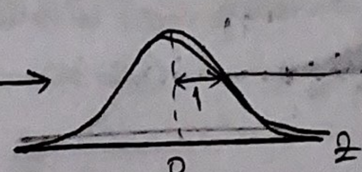
Sample mean'deki standart hata olur.

The Central Limit Theorem

Fakat biz burada standard normal distn Z'yi kullanacağız ki o da $\mu=0, \sigma=1$ olan dağılımdır. Burada dönüşüm yapacağız..

$$z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

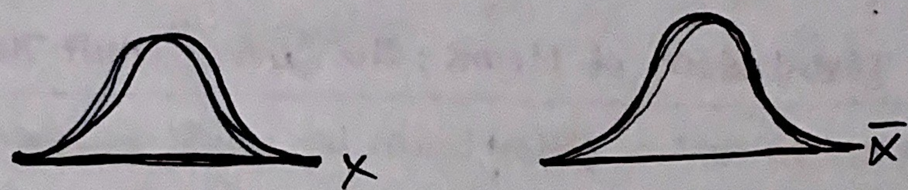




Sample mean'in normally distributed olması için n'nin ne kadar büyük olması gerekir?

✓ Popülasyon normally distributed ise, sample mean de normally distributed olur (n'nin herhangi bir değeri için).

✓ Genel olarak, sample mean distribution, popülasyon distribution'ından daha normal'dir.

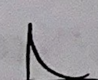


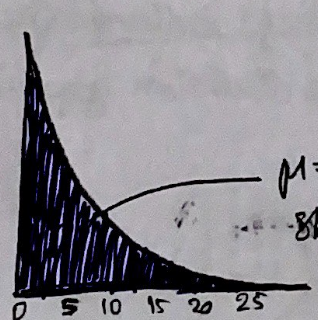
✓ Popülasyon çok çarpık değilse, $n \geq 30$ olmalıdır

✓ Çok çarpık dağılımlar için $n >> 30$ gereklidir. Bu da şöyledir:

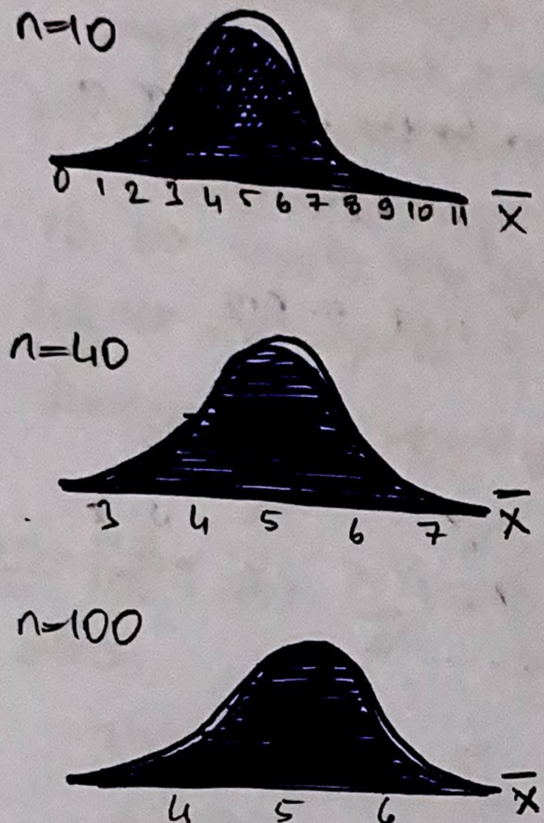
normal → simetrik

skewed → simetrik değil, çarpık

Mesela exponential distr. 

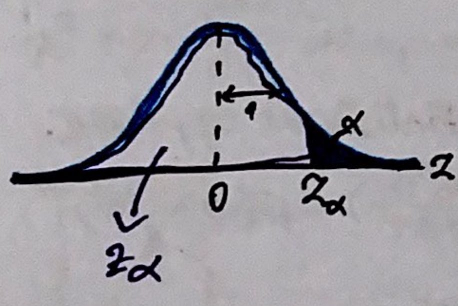


$\mu=5$ ve $\sigma=5$ ile skewed distribution



n arttıkça normallik de artmıştır

Sampling Probability ⤳ Sample Mean



$P(Z > Z_\alpha) = \alpha = 1 - \text{normcdf}(Z_\alpha)$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Veya simetriden $P(Z < -Z_\alpha)$ ile de bulabilirsin

↳ $\text{normcdf}(-Z_\alpha)$

Example: A factory manufactures cylindrical components with a diameter that is approximately normally distributed with a mean of 5 mms and a standard dev. of 0.12 mms.

Sketch the sampling distribution for the mean for a sample size of 100. $\rightarrow \bar{X}$

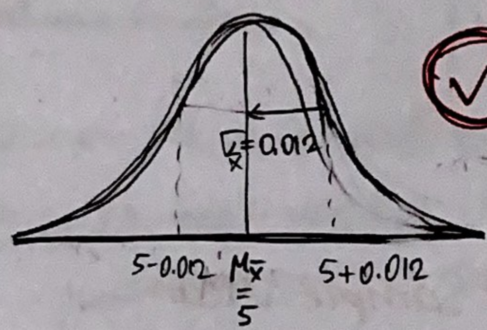
n büyük old. için $\bar{X}$ ile de grafiği çizebiliriz.

X = diameter

$\mu = 5 \quad \sigma = 0.12$

$\bar{X}$ with $n = 100$

$\mu_{\bar{X}} = \mu = 5 \qquad \sigma_{\bar{X}} = \frac{0.12}{\sqrt{100}} = \frac{0.12}{10} = 0.012$



- What is the prob. of obtaining a sample mean greater than 5.03 mm?

$P(\bar{X} > 5.03) = ?$

1. Önce z dönüşümü uygulanır.

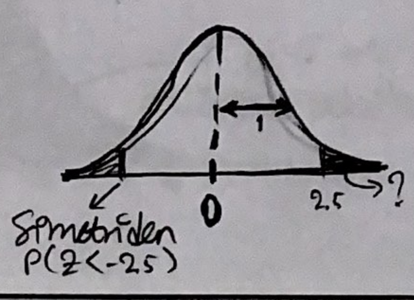
$P\left(Z > \frac{5.03 - 5}{0.012}\right) = P(Z > 2.5)$

2. Hesaplanır.

$P(Z > 2.5) = 1 - P(Z < 2.5)$ normcdf(2.5)

$= P(Z < -2.5) = 0.0062$

3. Tablo veya yazılım ile hesaplanır



∴ Yani size'ı 100 dan bir sampleda mean value'nun 5.05'ten büyük olma olasılığı çok düşüktür (0.0062).

Sampling Distribution of the Standard Deviation

Her bir sample için ayrı mean ve standard deviation değerleri buluyorduk. S (büyük s), bu sampleların standard deviation'larının sampling distribution'ıdır.

$$(n-1)\cdot\frac{S^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\bar{x})^2}{\sigma^2} = \chi^2$$

chi-squared distr.

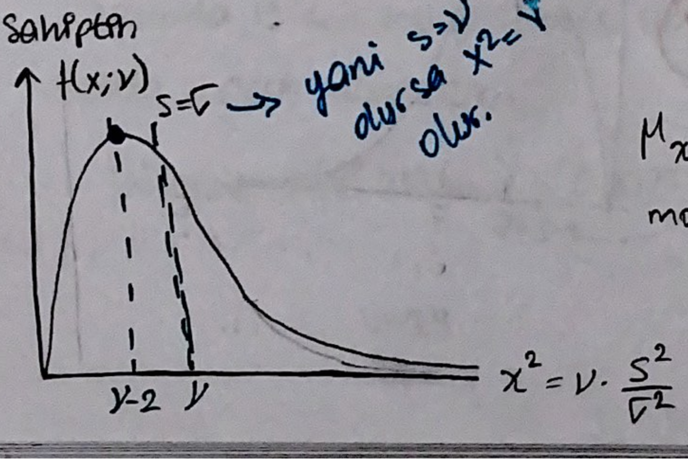
population standard deviation

$$\chi^2 = \nu\cdot\frac{S^2}{\sigma^2}, \quad \nu = n-1$$

degree of freedom for chi-squared distr.

(ν ile farklı chi-squared distr.'lar oluşur.)

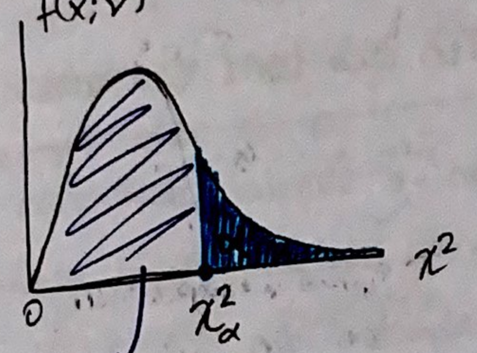
- $\chi^2 = \nu\cdot\frac{S^2}{\sigma^2}$ chi-squared değişkenidir; bilinen bir prob. distr.'a sahiptir



$\mu_{\chi^2}=\nu$, $\sigma^2_{\chi^2}=2\nu$

mode = max($\nu-2$, 0)

Sampling Prob. ↳ Sample standard Deviation



chi2cdf(χ^2_α, ν)

$P(\chi^2 > \chi^2_\alpha) = \alpha$

$= 1 - \text{chi2cdf}(\chi^2_\alpha, \nu)$

$\chi^2 = \nu \cdot \frac{S^2}{\sigma^2}$

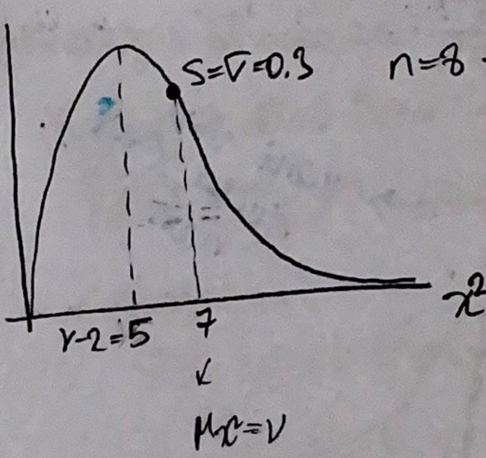
Example: The density of cheese produced in a factory is approx. normally distributed with a mean of 1.8 g/cm³ and standard dev. of 0.3 g/cm³. Sketch the prob. distn for the sample standard dev. for a sample of size 8.

(for population)
X: density of cheese

$\mu = 1.8$ $\sigma = 0.3$

(for sample)
S with n = 8

↳ S ile chi-squared fonksiyonu çok benzer old. için onu çizeceğiz



n=8 → ν=7

- What is the prob. of obtaining a sample standard dev. greater than 0.5 g/cm³?

$$P(S>0.5) = P\left(\chi^2 > \frac{\nu}{\sigma^2}\cdot(0.5)^2\right) \quad , \nu=7, \sigma=0.3$$

$\chi^2 = \nu \cdot \frac{S^2}{\sigma^2}$

$$\Rightarrow P\left(\chi^2 > \underbrace{\frac{7\cdot 0.25}{0.09}}_{19.44}\right) = \underbrace{P(\chi^2 > 19.44\ldots)}$$

Bunu hesaplamak için de tablo veya yazılım kullanılır.

$P(\chi^2 > 19.44) = 1 - \text{chi2cdf}(19.44, 7) = 1 - 0.9931 = 0.0069$

veya tablo ile de yapılır:

$P(\chi^2 > \underset{\chi^2_\alpha}{19.44}) = \alpha \rightarrow \left(P(\chi^2 > \chi^2_\alpha) = \alpha \right)$

<u>NOT:</u> Tabloya bakarken şu adımlar izlenir:

1- ν değerine bakılarak satır bulunur

2- χ^2_α değerine bakılarak α bulunur

Satırdaki değerler χ^2_α anlamına gelir!

Tabloda 19.44... α değerlerinde 0.01 ve 0.005 arasındadır. Mesela 0.0075 alınabilir.

Böylece $P(\chi^2 > 19.44\ldots) \sim 0.0075$ deriz.

Example: A factory manufactures stell ball bearings with a diameter precision of 40μm. Sketch the distribution of the sampled standard deviation for a sample of 9 balls.

hassasiyet

$n=9$

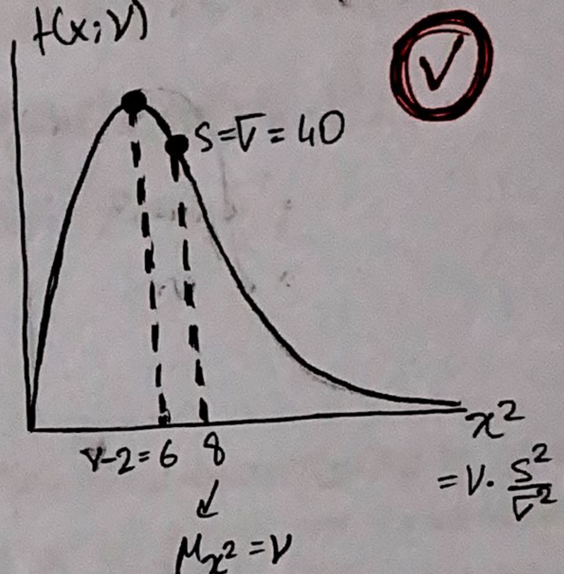
S grafiği?

$\nu = n-1 = 8$

Precision $= \sigma = 40\mu m$

X: diameter

μ_x $\sigma_x = 40\mu m$



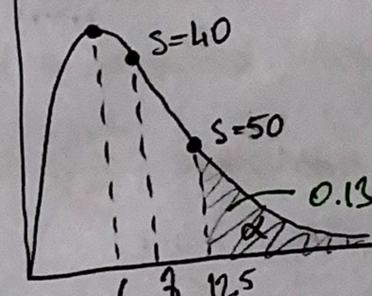
— What is the prob. of obtaining a sample standard dev greater than 50μm?

$$P(S>50) = P(\chi^2 > 8 \cdot \frac{50^2}{40^2}) = P(\chi^2 > 12.5) = \alpha$$

$\to \nu \cdot \frac{S^2}{\sigma^2}$ χ^2_α

$\Rightarrow 1 - \text{chi2cdf}(12.5, 8)$

$\Rightarrow 1 - 0.86975 \approx 0.13$



∴ Yani sample size 9 iken, sample'ların %13'ü 50μm'den büyük bir sample standard dev. verir.

✓ Peki ya size daha büyük olursa?

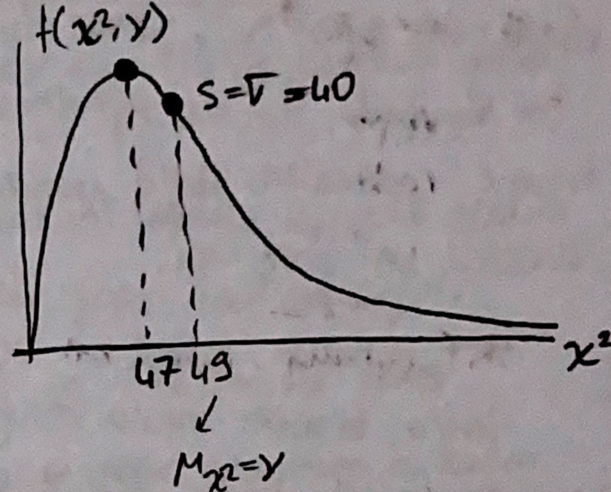
$n=50$ olsun.

$\nu = n-1 = 49$ olur

$P(S>50) = P(\chi^2 > 76.562)$

$= 1-\text{chi2cdf}(76.562, 49)$

≈ 0.007



! Sample size arttıkça, sampling distr. σ'ya yaklaşır.

population standard dev.

Lecture 11 – Hypothesis Testing

Belirsizliği ölçmek için kullanılır. $\bar{x}$ ve μ gerçekten birbirine yakın mıdır?

Bu konuyu bir örnek üzerinden anlamaya çalışalım.

Mahkemede bir sanığın başlangıçta suçsuz olduğu varsayılır:

null hypothesis, H_0 = suçlu değil

alternative //, H_A = suçlu

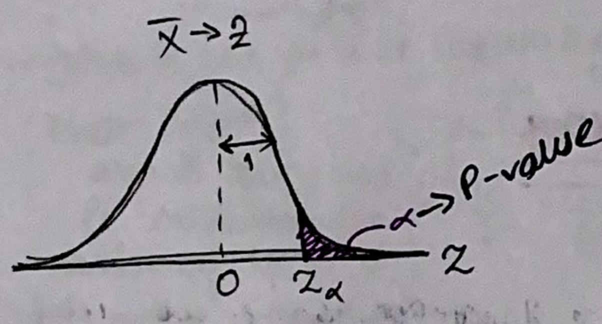
Bu durumda savcının görevi, sanığın suçlu olduğunu (H_0'ı reddederek) makul bir şüphenin ötesinde kanıtlayan gözlemsel kanıtlar sunmaktır.

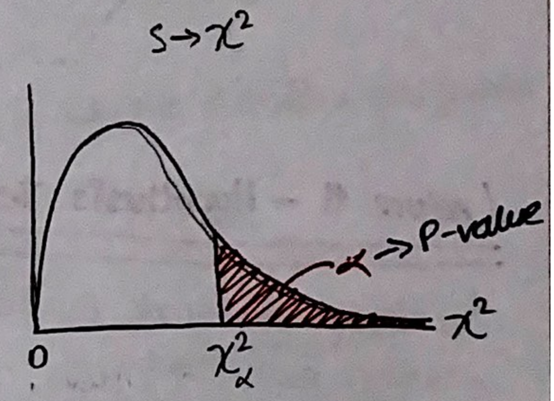
Bunu koşullu olasılık cinsinden şöyle yazabiliriz:

Eğer P(observing evidence of guilt | not guilty) = oldukça küçük bir değer* ise, sanık suçlu kabul edilir (H_0 reddedilir). Bu durumda H_0 null hypothesis, H_A alternative hypothesis lehine reddedilir. Hâlâ yanılmış olmamız için (oldukça küçük) bir şans var.

* P olasılığı, makul bir kişinin, delilleri değerlendirdikten sonra, kişinin suçlu olduğu sonucuna varmakta tereddüt etmeyecek kadar küçük olmalıdır.

✓ Geçen hafta, μ ve σ gözlemlerinin nasıl distribute edildiğini görmüştük:





$P(z > z_\alpha) = \alpha$

$= 1 - \text{normcdf}(z_\alpha)$

$z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

$P(\chi^2 > \chi^2_\alpha) = \alpha$

$= 1 - \text{chi2cdf}(\chi^2_\alpha, \nu)$

$\chi^2 = \nu \cdot \dfrac{s^2}{\sigma^2}$

! Burada P-value çok küçükse null hypothesis H_0'ı reddedeceğiz.