

Рис. 1: Блок лестничной диаграммы

Рассматриваем лестничные ряды, составленные из изображенных на рисунке 1 блоков. В статьях по дуальной технике в узлах диаграмм стоят вершинные части примесной задачи, а линиями служат дуальные функции Грина. Нам будет удобнее в узлах разместить неприводимые части функций Грина, а линии, соответственно, домножить на g^{-2} .

Таким образом, “четырёхугольный” узел равен

$$\begin{aligned}
 g_{1234}^{(2irr)} = & \left\langle c_{\downarrow}^{\dagger}(t+\tau)c_{\uparrow}(t)c_{\uparrow}^{\dagger}(\tau')c_{\downarrow}(0) \right\rangle \\
 & - \frac{\left\langle c_{\downarrow}^{\dagger}(t+\tau)c_{\uparrow}(t) \right\rangle \left\langle c_{\uparrow}^{\dagger}(\tau')c_{\downarrow}(0) \right\rangle}{\left\langle c_{\downarrow}^{\dagger}(t+\tau)c_{\downarrow}(0) \right\rangle \left\langle c_{\uparrow}^{\dagger}(\tau')c_{\uparrow}(t) \right\rangle}
 \end{aligned} \quad (1)$$

Линия, в нулевом приближении, равна

$$\begin{aligned}
 \tilde{G}_{\omega k} &= g_{\omega}^{-2} \tilde{G}_{\omega k}^{(0)} = (g_{\omega} - \epsilon_k^{-1})^{-1}, \text{ где} \\
 g_{\omega} &= \int_0^{\beta} d\tau \left\langle c_{\uparrow}^{\dagger}(\tau)c_{\uparrow}(0) \right\rangle e^{i\omega\tau} = \frac{i\omega}{\omega^2 + \mu^2} \\
 \epsilon_k &= 2t(\cos k_x + \cos k_y).
 \end{aligned} \quad (2)$$

Лестница в целом характеризуется волновым вектором K и частотой Ω . “Внутренние” индексы будем использовать во временном представлении.

Таким образом, нам понадобятся величины

$$X_{\Omega K \tau}^{(0)} = \beta^{-1} \int_{\text{?}} d^2 k \sum_{\omega} \tilde{G}_{\omega k} \tilde{G}_{\Omega+\omega, K+k} e^{-i\omega\tau}, \quad (3)$$

где суммирование идёт по матсубаровским частотам $\omega_n = \frac{(2n+1)\pi}{\beta}$, $n \in \mathbb{Z}$.

$$g_{\Omega \tau \tau'}^{(2irr)} = \int_0^{\beta} g_{t+\tau \downarrow, t \uparrow, \tau' \uparrow, 0 \downarrow}^{(2irr)} e^{i\Omega t} dt. \quad (4)$$

Обсуждаемый блок представляет собой свертку

$$\int_0^{\beta} X_{\Omega K \tau - \tau_1}^{(0)} g_{\Omega \tau_1 \tau'}^{(2irr)} d\tau_1 \quad (5)$$

Задача 1. Хочется посмотреть на 3D график $g_{\Omega \tau \tau'}^{(2irr)}$ при $\Omega = 0$, и на график $X_{\Omega K \tau}^{(0)}$ при $\Omega = 0$ для нескольких характерных K .

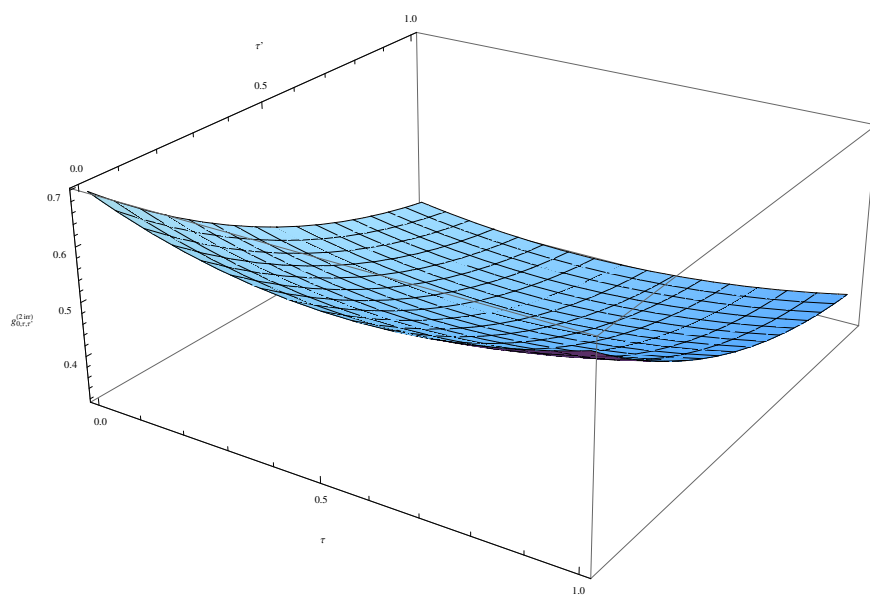


Рис. 2: 3D график $g_{0\tau\tau'}^{(2irr)}$